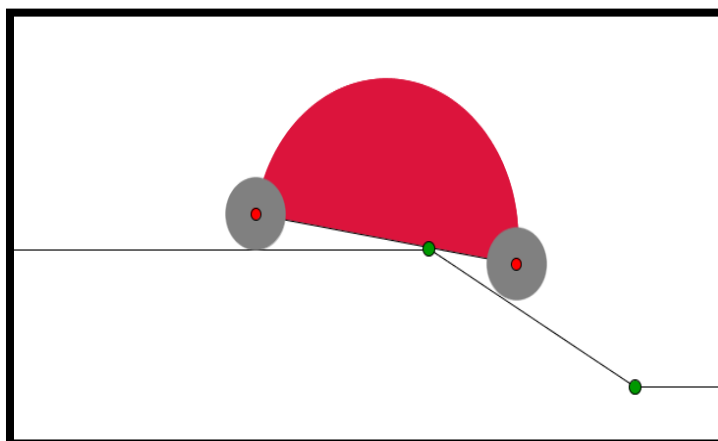


## "Utforme innkjøringen til en parkeringskjeller" – lærerveiledning

### Sammendrag

Målet med denne oppgaven er å tilrettelegge en innkjøring fra gaten til en garasje som ligger på et lavere nivå, slik at ulike typer biler og andre bevegelige gjenstander som barnevogner, rullestoler, etc. kan kjøre inn og ut. Det er ønskelig å gjøre overgangen fra gaten til kjelleren som kort som mulig

Denne oppgaven er inspirert av (og er en videreføring av) **Parking Problem** som ble foreslått av det spanske mascil-teamet (<http://www.mascil-project.eu/classroom-material>).



Oppgaven innebærer bruk av matematiske ideer i forbindelse med veibygging, bildesign, arkitektur og trafikkstyring (fartshumper).

Studentene forventes å utforske en virkelig situasjon ved hjelp av papirmodeller og programvare for dynamiske geometriberegninger. Med grunnlag i eksperimenter vil de forbedre sin intuisjon for situasjonen som vurderes, formulere og verifisere antagelser og endelig finne frem til praktisk akseptable løsninger.

### Oppgaven

#### Del 1 Innkjøring fra gaten til en parkeringskjeller

Elevene får i oppgave å utforme en rettlinjert skråning som forbinder gaten og parkeringskjelleren på et nybygg, slik det er vist i figur 1.

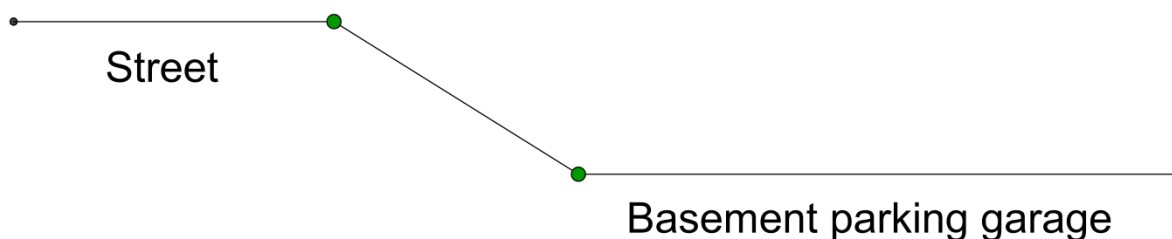


Fig. 1

Målet med denne oppgaven er å tilrettelegge en innkjøring fra gaten til en garasje som ligger på et lavere nivå, slik at ulike typer biler og andre bevegelige gjenstander som barnevogner, rullestoler, etc. kan kjøre inn og ut. Det er ønskelig å gjøre overgangen fra gaten til kjelleren som kort som mulig. Dette kan oppnås ved å gjøre skråningen brattere. For å forstå hva slags vanskeligheter som oppstår når bakken blir brattere, blir elevene bedt om å eksperimentere med forskjellige skråninger (tegnet på et ark) og en enkel 2D-papirmodell av en "bollebil" som vist i figur 2

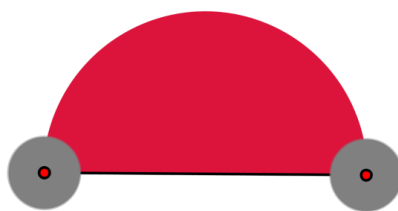


Fig. 2

Dette kan skje:

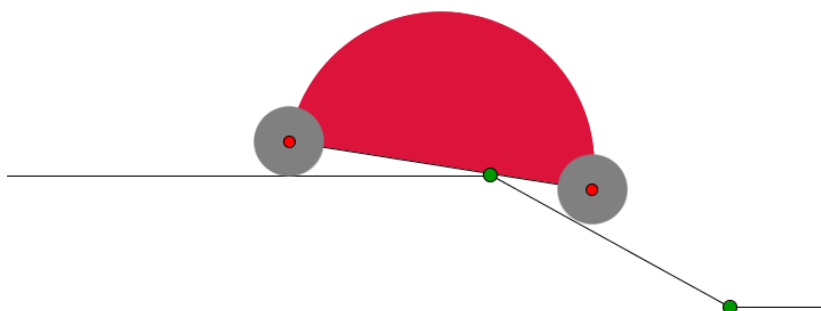


Fig. 3

Bunnen av bollebilten treffer begynnelsen av skråningen og blir skadet.

For å øke mulighetene for utforskning og eksperimentering, blir studentene bedt om å bruke GEOGEBRA-filen EE1.ggb som er knyttet til dette materialet. Filen finnes i disse to lenkene om Eksperimentelle Environments (EE):

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d22185.html>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/ggb/d22185.ggb>

Her kan elevene variere lengden på bollebilten, størrelsen på hjulene og hvor bratt skråningen

skal være. For å bruke den andre av disse EE-ene man må ha GEOGEBRA installert på datamaskinen. Denne populære pakken som er fri programvare kan lastes ned fra <http://www.geogebra.org/download>.

### Diskusjon med elevene:

#### Spørsmål til vurdering av hvordan det kan bli enklere å parkere:

- Større eller mindre hjul?
- Lengre eller kortere bollebil?
- Brattere eller mindre bratt skråning?

#### Hvordan måle:

- Størrelsen på hjulene (oppfatningen av sirkelen og dens radius)?
- Bilens lengde (avstanden mellom hjulenes senter)?
- Skråningen (be elevene foreslå mål for skråningen)?

#### Skade på bilen:

- Hvilke deler av bollebilen vil bli skadet hvis skråningen er for bratt (front, topp, bak, under)?
- Hva er den bratteste skråningen som en gitt bollebil kan kjøre over uten problemer?
- Hva er den mest utsatte delen av bunnen på bollebilen når den kjører over skråningen: front, bak, midten?

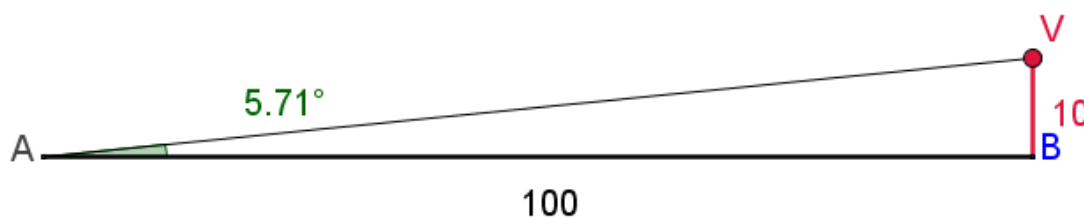
(Forsøkene vil vise at dersom midtpunktet av bollebilens bunnlinje passerer begynnelsen av skråningen uten berøring, er det mulig å parkere den.)

**Lekser:** Mål hjulenes radius på en barnevogn og på bilen til noen du kjenner. Mål helningen i en trapp hjemme og/eller på skolen. Angi målene både som prosent og i grader.

### Lærerveiledning for måling av helning:

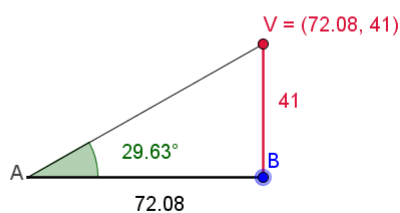
Det finnes forskjellige mål for en helning.  
Den måles i prosent "%" og i grader "°".

Et trafikkskilt for en helning og hva det betyr:



Beregning av helning i prosent (%):

$$\frac{41}{72.08} * 100 = 56.88\%$$



Samspillet mellom måling av en helning i prosent og i grader fremkommer gjennom flere av disse EE-ene:

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d22190.html>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/ggb/d22190.ggb>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d22191.html>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/ggb/d22191.ggb>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d22192.html>  
<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/ggb/d22192.ggb>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d22193.html>  
<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/ggb/d22193.ggb>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d22194.html>  
<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/ggb/d22194.ggb>



## Del 2: Utforske skråningen

Elevene utforsker skråningen ved å arbeide seg gjennom et sett med oppgaver.

I det videre vil helningen på skråningen bare måles i grader. På fig. 4 er det avbildet en skråning på  $32^\circ$ .

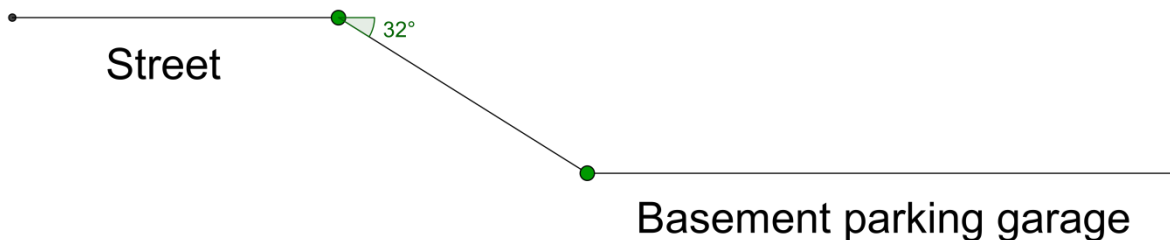


Fig. 4

### Lærerveiledning for arbeidet med oppgavene

**Oppgave 1.** Dersom hjulene på bollebilen har en radius på 8 cm og avstanden mellom hjulsentrene er 72 cm (som vist på fig. 5), vil bollebilen da kunne kjøre trygt gjennom skråningen på  $34^\circ$ ?

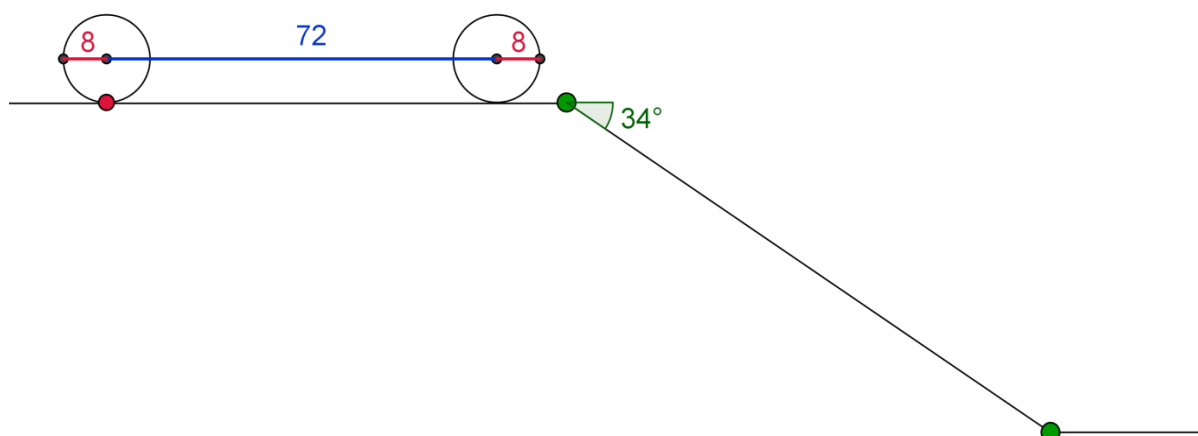


Fig. 5

Elevene kan bruke den tilknyttede filen EE2.ggb for å utforske denne og de neste oppgavene. EE2.ggb kan lastes ned fra en av lenkene nedenfor:

Henled elevenes oppmerksomhet til det faktum at hvis bunnlinjen på bollebilen krysser den horisontale veilinjen eller helningslinjen (i skråningen), vil det vises et oransjefarget "x"-tegn ved krysningpunktet. Dette betyr at bollebilen ikke kan passere skråningen, og parkering er umulig.

Utforsking ved hjelp av tilgjengelig EE og data fra oppgave 1 viser at bollebilen ikke kan passere skråningen, og at parkering i kjelleren derfor er umulig i dette tilfellet.

Ved hjelp av  $\alpha$ -skyverer kan helningsvinkelen for skråningen reduseres til  $25^\circ$ , og da vil det være mulig å parkere.

**Oppgave 2.** Det er tre bollebiler av forskjellig størrelse som vist i tabellen:

Bollebil	Hjulenes radius	Avstand mellom hjulenes senter
BB1	8 cm	72 cm
BB2	10 cm	99 cm
BB3	13 cm	111 cm

Hva er den bratteste skråningen alle disse tre bollebiler kan kjøre over?

**Svar.** Ved hjelp av den medfølgende EE (ved å bruke  $\alpha$ -skyverer for skråningen) kan elevene finne den bratteste skråningen hvor parkering er mulig for hver av bilene. Dette gir

Bollebil	Hjulenes radius	Avstand mellom hjulenes senter	Bratteste skråning hvor parkering er mulig
BB1	8 cm	72 cm	$25^\circ$
BB2	10 cm	99 cm	$23^\circ$
BB3	13 cm	111 cm	$26^\circ$

For at alle disse tre biler skal kunne parkeres, må man altså bruke en helningsvinkel på  $23^\circ$  for skråningen.

Et annet spørsmål som oppstår i forbindelse med oppgave 1 er å øke størrelsen på hjulene på

bollebil (holde lengden på bollebil og skråningen uendret), slik at det blir mulig å parkere. For eksempel finner man ved å eksperimentere med g-skyveren at dersom hjulenes radius er 12, så er det mulig å parkere.

**Oppgave 3.** Hvis avstanden mellom hjulsentrene på en bollebil er 72 cm, hva er da den minste radius hjulene kan ha for at bilen skal kunne kjøre gjennom en skråning som heller  $34^\circ$ ?

Ved å utforske problemet med EE finner man som en tilnærming 10.7. Det nøyaktige tallet er  $36 \sin 17^\circ$  som er tilnærmet lik 10,525, men dette er det ikke nødvendig å ta opp med elevene i denne fasen. Lignende problemstillinger kan gis som lekser.

En annen måte å gå løs på oppgaven på, er å holde hjulenes og skråningen uendret, og å redusere avstanden mellom senter av hjulene for bollebil fra oppgave 1, slik at parkering blir mulig. For eksempel vil en reduksjon av lengden til 50 cm (istedenfor 72 cm) gi en bollebil som lett kan passere en skråning på  $34^\circ$ .

**Oppgave 4.** Med denne hjulradien (8 cm) og helningen ( $34^\circ$ ), hva er den maksimale lengden mellom sentrene av hjulene som bollebil kan ha for at den skal kunne kjøre inn i parkeringskjelleren?

Utforskningen med EE viser at svaret ligger mellom 54 cm og 55 cm. Den nøyaktige svaret er  $8/\sin 17^\circ$ , men det er ingen grunn til å forklare dette til elevene. En svært god tilnærming er 54,725 cm. I dette optimale tilfellet vil bunnen av bollebil bare så vidt berøre begynnelsen av skråningen, slik det vises i fig. 6:

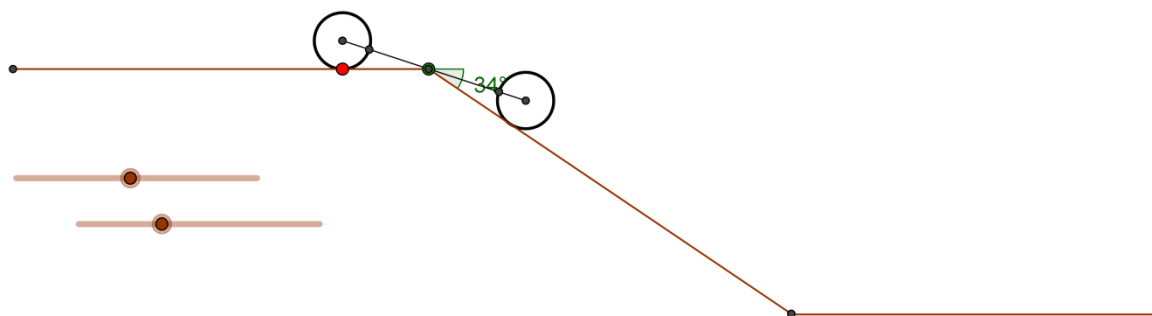


Fig. 6



Fra nå av vil vi bruke begrepet "toppunktet" for punktet der skråningen begynner.

Dette er et passende tidspunkt for å be elevene om å måle avstandene mellom toppunktet og hjulenes senter i fig. 6 (ved hjelp av verktøyene som finnes i GEOGEBRA). Dette vil vise at de to avstandene er omtrent like, og derfor er lik halvparten av avstanden mellom hjulsentrene. Tilsvarende kan man måle vinkelen mellom "bollebillinjen" (den linjen som forbinder sentrene av hjulene) og den horisontale linjen på den ene side, og vinkelen mellom bollebillinjen og helningslinjen på den andre. De to vinklene skal være nesten like, og de skal utgjøre halvparten av helningsvinkelen. Dette vil alltid forekomme i den "kritiske situasjonen" (som i fig. 6), uansett hjulradier og helningsvinkel. Dette kan elevene oppdage gjennom eksperimentering mens de arbeider på følgende oppgave med hjelp av EE2.ggb.

**Oppgave 5.** Det er hjul med forskjellige størrelser som vist i tabellen: For hver hjulstørrelse skal du finne den maksimale lengden bollebilen kan ha (målt som avstanden mellom senter av hjulene) for at den skal kunne kjøres over en helning på  $34^\circ$ . Når du beregner denne lengden, må du sjekke om toppunktet på skråningen berører bollebilen midt under. Mål vinkelen mellom bollebilen og den vannrette linjen i det øyeblikket en slik berøring oppstår. Fyll ut de tomme feltene i tabellen.

Hjulenes radius	Maksimal avstand mellom hjulenes senter hvor det er mulig å parkere	Størrelsen på vinkelen i berøringsøyeblikket
8 cm		
10 cm		
13 cm		
15 cm		

**Oppgave 6.** (Lekser) Som oppgave 4, men med en helning på  $40^\circ$ .

La oss tenke oss en mer realistisk bilmodell som vist i fig. 7.

**Oppgave 7.** Er det mulig å parkere bilen i fig. 7 (hvor alle størrelser er gitt i centimeter) over en skråning på  $28^\circ$ ? Vær oppmerksom på de problemene som dukker opp i overgangen mellom skråningen og flaten ved innkjøring i kjelleren.

Du kan bruke den tilknyttede filen EE3.ggb som kan lastes ned fra en av lenkene nedenfor:

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d22178.html>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/ggb/d22178.ggb>

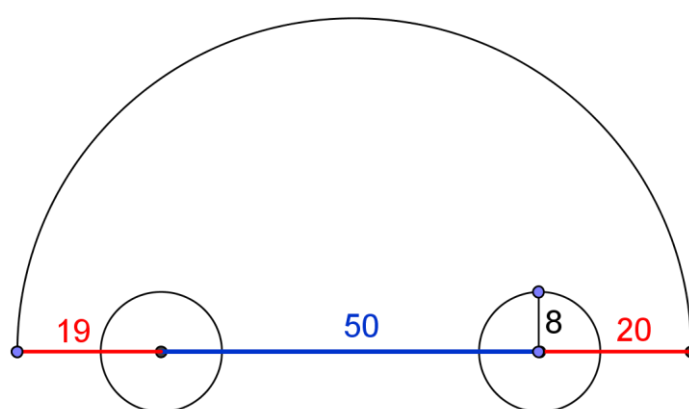


Fig. 7

**Oppgave 8.** Er det mulig å parkere en bil med tekniske egenskaper som i fig. 8 over en skråning på  $28^\circ$ ?

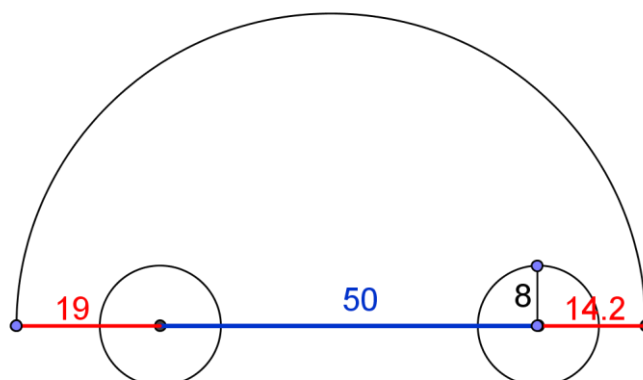
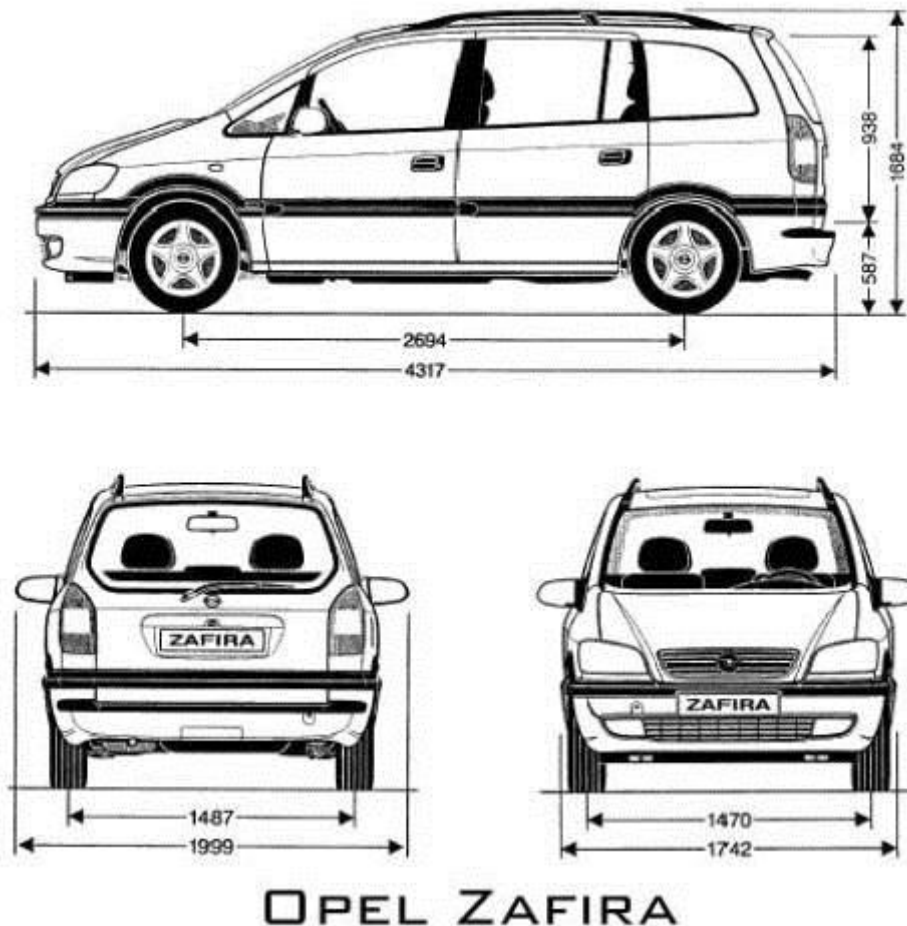


Fig. 8

For ordens skyld: På virkelige biler er ikke "bunmlinjen" det samme som linjen mellom senter av hjulene. Den kan være lavere, slik det er vist i fig. 9.



(Hentet fra <http://stamm.snimka.bg/automobiles/tehnicheski-shemi.523901.19987698>)

Fig. 9

Under utforskningen av parkeringsproblemet må vi jobbe med den virkelige avstanden mellom bakken og de laveste delene av bilens chassis. Dette er det som gjerne kalles bilens "bakkeklaring".

Her er det som engelske Wikipedia sier om dette ([http://en.wikipedia.org/wiki/Ride\\_height](http://en.wikipedia.org/wiki/Ride_height)):

**Kjørehøyde** (Også kalt **bakkeklaring** eller rett og slett **klaring**) er avstanden mellom bunnen av en bils dekk og undersiden av chassiset; eller sagt på en annen måte, den korteste avstanden mellom et flatt og jevnt underlag, og en hvilken som helst del av et kjøretøy, bortsett fra de delene som skal være i kontakt med bakken (for eksempel dekk, meier, ski, etc.). Bakkeklaring blir målt med standardisert utstyr, og for biler oppgis den vanligvis uten last eller passasjerer.

Bakkeklaringen er en kritisk faktor for mange av de viktige egenskapene for et kjøretøy. For alle kjøretøyer, spesielt for biler, blir bakkeklaringen bestemt etter en avveining mellom **kjøreegenskaper** og praktisk funksjonalitet. En høyere bakkeklaring betyr at bilens

tyngdepunkt vil ligge høyere, noe som gir mindre presise og mer farlige kjøreegenskaper (spesielt øker risikoen for å velte). Men det betyr også at bilen har bedre mulighet for kjøring på veier som ikke er jevne og flate, uten at underlaget vil skrape mot chassis og understell slik at det blir ødelagt. Høyere kjørehøyde vil vanligvis påvirke bilens **aerodynamiske** egenskaper **negativt**. Dette er bakgrunnen for at **sportsbiler** vanligvis har svært lav klaring, mens **terrengkjøretøyer** og **SUVer** har høyere klaring. To velkjente eksempler på ytterpunkter er **Ferrari F40** og **Hummer**.

**Oppgave 9.** Finn bakkeklaringen på en bil som noen du kjenner eier, og beregn den maksimale skråningen som er mulig for at denne bile skal kunne parkeres i kjelleren.

**Oppgave 10.** Konstruer en fartshump med en høyde som er større enn klaringen for bilen i forrige oppgave, men som bilen likevel kan kjøre over uten noe problemer.

Du kan finne mer informasjon om fartshumper på <http://no.wikipedia.org/wiki/Fartshump>

Se også "Supercars' Worst Enemy – Speed bump" på <https://www.youtube.com/watch?v=GSUU5xOMAU8>



## VEDLEGG: Eksempel på leksjonsplan

### Eksempel på leksjonsplan for del 1:

5 min Del klassen inn i små arbeidsgrupper (3-4 elever) og presenter oppgaven. La elevene få noen minutter til å tenke på faktorer som kan være viktige å vurdere med hensyn til konstruksjonen.

5 min Få frem elevenes ideer i en diskusjon på fem til ti minutter med hele klassen .

#### **Spørsmål til vurdering av hvordan det kan bli enklere å parkere:**

- Større eller mindre hjul?
- Lengre eller kortere bollebil?
- Brattere eller mindre bratt skråning?

25 min Del ut papirbiler til elevene for å eksperimentere. La elevene arbeide i grupper på 3-4. Gå rundt og diskuter med gruppene. Ta opp elementer som de kan vurdere. Noen viktige spørsmål kan være:

#### **Hvordan måle:**

- Størrelsen på hjulene (oppfatningen av sirkelen og dens radius)?
- Bilens lengde (avstanden mellom hjulenes senter)?
- Skråningen (be elevene foreslå mål for skråningen)?

#### **Skade på bilen:**

- Hvilke deler av bollebilen vil bli skadet hvis skråningen er for bratt (front, topp, bak, under)?
- Hva er den bratteste skråningen som en gitt bollebil kan kjøre over uten problemer?
- Hva er den mest utsatte delen av bunnen på bollebilen når den kjører over skråningen: front, bak, midten?

(Forsøkene vil vise at dersom midtpunktet av bollebilens bunnlinje passerer begynnelsen av skråningen uten berøring, er det mulig å parkere den.)

Dersom studentene har tilgang til eksperimentelle miljøer, kan de bli introdusert. Da kan det være behov for mer tid.

15 min La gruppene presentere sitt arbeid med problemet så langt, og de hypotesene de har kommet frem til. Vær oppmerksom på de spørsmålene som ble stilt i tidligere faser av leksjonen.



**Lekser:** Mål hjulenes radius på en barnevogn og på bilen til noen du kjenner. Mål helningen i en trapp hjemme og/eller på skolen. Angi målene både som prosent og i grader.

**Eksempel på leksjonsplan for del 2 (første dag):**

10 min Del klassen inn i små arbeidsgrupper (3-4 elever) og presenter oppgaven. Gi en kort påminnelse om arbeidet med del 1 av parkeringskjellerproblemet. Del ut kopier av oppgavene.

35 min La elevene arbeide i grupper på 3-4. Gå rundt og diskuter med gruppene. Ta opp elementer som de kan vurdere. Se merknadene nedenfor for elementer som kan tas opp.

5 min Oppsummer spørsmålene som elevene har støtt på i løpet av leksjonen. Introduser lekser.

**Eksempel på leksjonsplan for del 2 (annen dag):**

5 min Del inn klassen i de samme gruppene som forrige gang. Avklar spørsmål som ble tatt opp forrige gang. Del ut kopier av oppgavene.

30 min La elevene arbeide med oppgavene. Gå rundt og diskuter med gruppene. Ta opp elementer som de kan vurdere. Se merknadene nedenfor for elementer som kan tas opp.

15 min La elevene presentere sitt arbeid.