



## **EKSAMENSOPPGAVE I FAG TKP 4105**

**Faglig kontakt under eksamen:** Sigurd Skogestad  
(May-Britt Hägg)

**Tlf:** 913 71669  
**Tlf:** 930 80834)

**Eksamensdato:** 08.12.11

**Eksamensstid:** 09:00 – 13:00

**7,5 studiepoeng**

**Tillatte hjelpeemidler:** Ingen trykte eller håndskrevne hjelpeemidler tillatt.

**Bestemt enkel kalkulator tillatt (kode D)**

**Språkform:**

**Antall sider bokmål/nynorsk/engelsk:** 9

**Antall sider vedlegg:** 1

**Millimeterpapir eller rutepapir nødvendig for oppgave 2**

**Sensurdato:**

---

Merk! Studentene må primært gjøre seg kjent med sensur ved å oppsøke sensuoppslagene. Evnt. telefoner om sensur må rettes til instituttet eller sensurtelefonene. Eksamenskontoret vil ikke kunne svare på slike telefoner.

**Oppgave 1 / Oppgåve 1      Revers osmose****Vekt: 30%**

En bonde i Italia som dyrker paprika ønsker å vanne plantene med prosessvann fra en brakkvannskilde – til det vil han bruke en enkel RO-modul. Brakkvannet inneholder 3000 ppm salt (NaCl), og den nødvendige vannkvaliteten for vanning må være maksimum 200 ppm NaCl. Nødvendig vannmengde til formålet er 10 m<sup>3</sup>/time, og han må velge mellom to forskjellige RO-moduler som leverandøren anbefaler. Han får oppgitt følgende data:

Membrane	Retention [%]*	Flux per module [l/hour]*
A	90	480
B	97	200

\*Retention and flux are determined with a solution of 3000 ppm salt (NaCl) and a pressure of 28 bar. The area of the test modules are 1m<sup>2</sup>

Du skal først finne den best egnede modul, deretter gjøre videre beregninger med denne. Maks trykk som kan anvendes er 42 bar.

- a) Finn ved enkel beregning den best egnede modul, A eller B
- b) Bestem det gjennomsnittlige osmotiske trykk over membranen for den valgte modul

Bruk gjennomsnittlig  $\Delta\pi = 5$  bar om du ikke klarer å løse b)

- c) Bestem vannets permeabilitet,  $A_w$
- d) Bestem nødvendig areal på RO-modulen for bondens behov

Videre informasjon for oppgaven er gitt på engelsk under. Presiser eventuelle antagelser du gjør i beregningene.

**Further information given:** salt concentration in retentate: 9 000 ppm NaCl  
 average temperature in the farming area is 27°C  
 Molecular weight NaCl: 58.5 kg/kmol  
 Note: 1ppm = 1 µg/m<sup>3</sup>

**Equations which you may need**

$$\text{Van 't Hoff:} \quad \pi = \frac{n}{V_m} RT$$

Where  $\pi$  = osmotic pressure in bar

$R$  = gas law constant  $82.057 \times 10^{-3}$  (m<sup>3</sup>.bar)/(kmol.K)

$n$  = kmol of solute (NaCl)

$T$  = temperature in Kelvin, (K)

$V_m$  = volume of pure solvent (water) in m<sup>3</sup> associated with  $n$  kmol of solute. Density of pure water is 997 kg/m<sup>3</sup>

$$\text{Water flux:} \quad N_w = A_w(\Delta P - \Delta\pi)$$

Where  $N_w$  = solvent (water) flux [l/(h.m<sup>2</sup>)]

$A_w$  = solvent permeability constant [l/(m<sup>2</sup>.h.bar)]

$\Delta P = P_1 - P_2$ , hydrostatic pressure difference, [bar]

$\Delta\pi = \pi_1 - \pi_2$ , osmotic pressure difference over membrane

$Q$  = feed flow [l/h]

$A_m$  = membrane area [m<sup>2</sup>]

$$\text{Retention: } R = \frac{c_1 - c_2}{c_1} = 1 - \frac{c_2}{c_1}$$

Where  $R$  = retention [%], expressed as  $R/100$

$C_2$  = concentration in permeate

$C_1$  = concentration in feed

### Problem 1 – English text : Reverse Osmosis

weight: 30%

A red pepper farmer in Italy wants to prepare process water from a brackish water source for watering his plants. For this he will use a single stage RO unit. The brackish water contains 3000 ppm of salt (NaCl) and the required water quality for his need must contain no more than 200 ppm NaCl. The required capacity is  $10 \text{ m}^3/\text{h}$ , and the vendor is recommending two different modules (see Table below):

Membrane	Retention [%]*	Flux per module [l/hour]*
A	90	480
B	97	200

\*Retention and flux are determined with a solution of 3000 ppm salt (NaCl) and a pressure of 28 bar. The area of the test modules are  $1\text{m}^2$

You will need to firstly decide on the most suitable module, and then do further calculations with this. Maximum pressure that can be used is 42 bar.

- a) Find by simple calculations the most suited module, A or B
- b) Calculate the average osmotic pressure over the membrane

If you can't find the average osmotic pressure in b), then use  $\Delta\pi = 4 \text{ bar}$

- c) Find the permeability constant for water,  $A_w$
- d) Calculate the needed area of the RO-module for the farmer needs

Further information about the system and equations is given at the end of the Norwegian text. Write down any assumptions you make in your calculations.

## **Oppgave 2/ Oppgåve 2. Destillasjon av luft (20%)**

En føde med to komponenter (79 mol% N<sub>2</sub> og 21% O<sub>2</sub>) skal separeres ved kontinuerlig destillasjon.

- (a) Beregn likevektsdata (y,x) ved 1 atm for separasjonen N<sub>2</sub>-O<sub>2</sub> for x=0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8 og 1 gitt at relativ flyktighet  $\alpha = 3.5$ .
- (b) Hva er minimum antall teoretiske trinn som trenges for å få produkter med 99.99% N<sub>2</sub> (destillat, topp) og 99.5% O<sub>2</sub> (bunn)? (Kan bestemmes grafisk, men det er enklere å bruke Fenske-formelen  $N = \ln S / \ln \alpha$ )
- (c) Hva er minimum refluks (L<sub>min</sub>/F) og tilhørende minimum oppkok (V<sub>min</sub>/F) når føden F er henholdsvis mettet væske og mettet damp? (Kan gjerne bestemmes grafisk)

*Gitt:* Relativ flyktighet,  $\alpha = (y_L/x_L) / (y_H/x_H) = y(1-x) / x(1-y)$ , hvor y og x er molfraksjoner av lett komponent. Normalt kokepunkt er 77.4 K for N<sub>2</sub> og 90.2 K for O<sub>2</sub>.

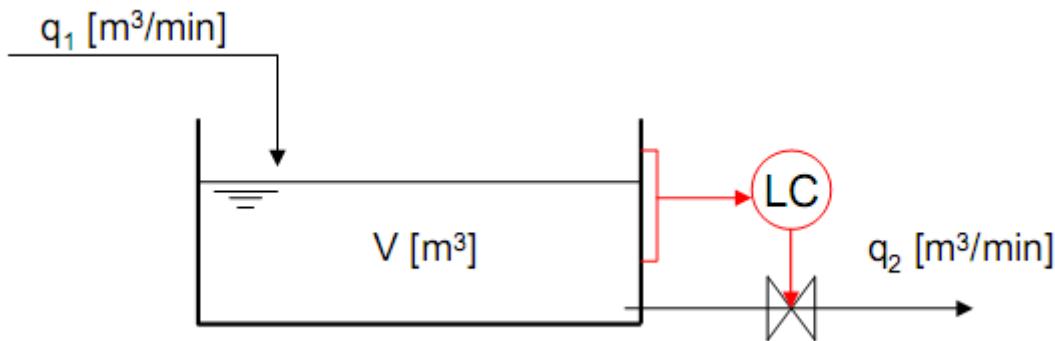
## **Problem 2 – English text. Distillation of air (20%)**

A feed with two components (79 mole% N<sub>2</sub> and 21% O<sub>2</sub>) is to be separated by continuous distillation.

- (a) Compute equilibrium data (y,x) at 1 atm for N<sub>2</sub>-O<sub>2</sub> at x=0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8 and 1, given the relative volatility  $\alpha = 3.5$ .
- (b) Find the minimum number of theoretical stages to get products with 99.99% N<sub>2</sub> (distillate, top) and 99.5% O<sub>2</sub> (bottom)? (You may find this graphically, but it is simpler to use the Fenske formula  $N = \ln S / \ln \alpha$ )
- (c) What is the minimum reflux (L<sub>min</sub>/F) and corresponding minimum boilup (V<sub>min</sub>/F) when the feed F is saturated liquid and saturated vapor, respectively? (You may find this graphically)

*Given:* Relative volatility,  $\alpha = (y_L/x_L) / (y_H/x_H) = y(1-x) / x(1-y)$ , where y and x are the mole fractions of light component. The normal boiling point is 77.4 K for N<sub>2</sub> and 90.2 K for O<sub>2</sub>.

### Oppgave 3/ Oppgåve 3. Prosessregulering (15%)



En tank med volum  $V$  benyttes for å midle ut variasjoner i strømmen  $q_1$ , se figur. Det er foreslått en proporsjonalregulator (P-regulator) med algoritmen

$$q_2 = q_{20} + K_c (V - V_0)$$

(a) Alternativt vurderes bruket en PI-regulator.

Hva blir algoritmen med en PI-regulator?

Hva er fordelen og evt. ulempen med en PI-regulator?

(b) I resten oppgaven skal vi bruke P-regulatoren gitt over med følgende verdier

$$V_0 = 1 \text{ m}^3, q_{20} = 0.1 \text{ m}^3/\text{min}, K_c = 0.5 \text{ min}^{-1}$$

(i) Se på en stasjonær periode der  $q_1=q_2=0.2 \text{ m}^3/\text{min}$ ; hva er  $V$  i denne perioden? I en annen stasjonær periode er  $q_1=q_2=0.3 \text{ m}^3/\text{min}$ ; hva er  $V$  nå?

(ii) Dynamiske prosessmodeller tar generelt utgangspunkt i en dynamisk balanseligning.  
Formuler balansen for masse i tanken og finn under hvilke betingelser den kan forenkles til

$$\frac{dV}{dt} = q_1 - q_2$$

(iii) Anta at  $q_1$  ved  $t=0$  plutselig øker fra  $0.2 \text{ m}^3/\text{min}$  til  $0.3 \text{ m}^3/\text{min}$ . Vis at uttrykket for  $q_2(t)$  kan skrives

$$q_2(t) = 0.2 + 0.1 (1 - e^{-t/\tau}) \quad [\text{m}^3/\text{min}]$$

Hva er verdien av tidskonstanten  $\tau$ ? Hva er  $q_2$  ved  $t=0$ ,  $t=1$ ,  $t=2$ ,  $t=5$  og  $t=\infty$  [min]? Tegn en figur som viser både  $q_1(t)$  og  $q_2(t)$ .

### Problem 3 – English text. Prosess control (15%)

A tank with volume  $V$  is used to average out variations in the flow  $q_1$ , see the figure. It is proposed to use a proportional controller (P-controller) with the algorithm

$$q_2 = q_{20} + K_c (V - V_0)$$

(a) Alternatively, a PI controller may be used.

What is the algorithm with a PI-controller?

What is the advantage and possible disadvantage with a PI-controller?

(b) In the rest of this problem, we use the P-controller described above with the following data:

$$V_0 = 1 \text{ m}^3, q_{20} = 0.1 \text{ m}^3/\text{min}, K_c = 0.5 \text{ min}^{-1}$$

(i) Consider a steady-state period where  $q_1=q_2=0.2 \text{ m}^3/\text{min}$ ; what is V during this period? In another steady-state period  $q_1=q_2=0.3 \text{ m}^3/\text{min}$ ; what is V now?

(ii) Dynamic process models are generally based on dynamic balance equations. Formulate the mass balance for the tank and show under which conditions it may be simplified to

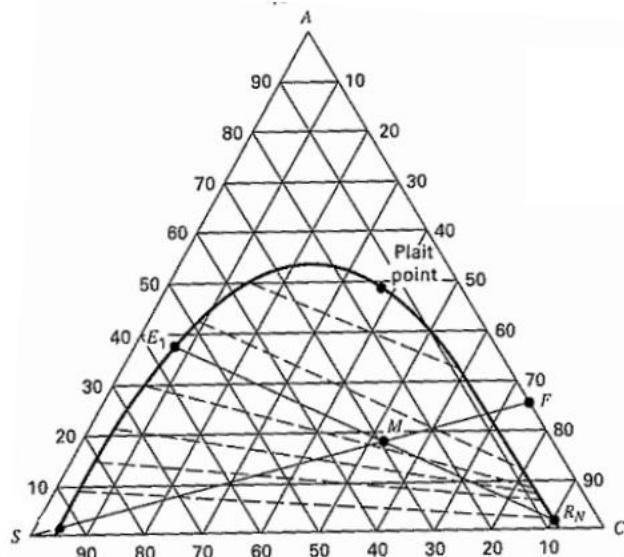
$$\frac{dV}{dt} = q_1 - q_2$$

(iii) Assume that  $q_1$  at  $t=0$  suddenly increases from  $0.2 \text{ m}^3/\text{min}$  to  $0.3 \text{ m}^3/\text{min}$ . Show that the expression for  $q_2(t)$  becomes

$$q_2(t) = 0.2 + 0.1 (1 - e^{-t/\tau}) \quad [\text{m}^3/\text{min}]$$

What is the value of the time constant  $\tau$ ? What is  $q_2$  at  $t=0, t=1, t=2, t=5$  and  $t=\infty$  [min]? Make a plot of  $q_1(t)$  and  $q_2(t)$ .

#### Oppgave 4/ Oppgåve 4. Ekstraksjon (15%)



Liquid-liquid equilibrium for the system A-C-S (wt%) (see larger diagram in Appendix)

Vi har gitt en føde  $F$  (250 kg/min) med komponentene A og C der vi ønsker å redusere mengden av A ved bruk av motstrøms ekstraksjon med ren komponent S. De ønskede produkter er  $R_N$  (hovedprodukt) og  $E_1$  (biproduct), se figuren.

(a) Tegn flytskjema for prosessen for tilfellet med tre trinn ( $N=3$ ).

(b) Bruk massebalanser til å fylle inn følgende tabell

Komponent/Strøm	$F$ (føde)	$F_S$ (føde)	$R_N$ (produkt)	$E_1$ (produkt)
Totalt (kg/min)	250			
Vektfraksjon A		0	0.025	
Vektfraksjon C		0		
Vektfraksjon S		1		

(c) Bestem grafisk antall trinn ( $N$ ) som trenges for å få de ønskede produkter  $R_N$  og  $E_1$  (bruk diagrammet i vedlegget).

(d) Tegn flytskjema for ett-trinn ekstraksjon ( $N=1$ ) og bestem mengde og sammensetning av produktene (R og E).

#### Problem 4 – English text. Extraction (15%)

We have a given feed  $F$  (250 kg/min) with components A and C, and we want to reduce the amount of A using countercurrent extraction with pure component S. The desired products are  $R_N$  (main product) og  $E_1$  (side product), see the figure.

(a) Make a flowsheet of the process for the case with three stages ( $N=3$ ).

(b) Use mass balances to complete the following table

Component/Stream	$F$ (feed)	$F_S$ (feed)	$R_N$ (product)	$E_1$ (product)
Total (kg/min)	250			
Weight fraction A		0	0.025	
Weight fraction C		0		
Weight fraction S		1		

(c) Determine graphically the number of stages ( $N$ ) required to get the desired products  $R_N$  og  $E_1$  (use the diagram given in the Appendix).

(d) Make a flowsheet for one-stage extraction ( $N=1$ ) og find the amount and composition of the products (R and E).

## Oppgave 5 / Oppgåve 5: Sedimentasjon og sentrifugal filtrering

vekt: 20%

- Forklar (helst med likninger) hvilke krefter som virker på en partikkelen som sedimenterer ved fri gravitasjon.
- Vis hvordan Stoke's Lov for stasjonær fallhastighet (laminært område) kan utledes fra ditt svar i a), når du også får oppgitt likningen for friksjonskraften,  $F_D$

$$\text{Stoke's lov: } v_t = \frac{g D_p^2 (\rho_p - \rho)}{18\mu}$$

Hvor:  $v_t$  = stasjonær fallhastighet for partikkelen

$g$  = gravitasjonskonstanten

$D_p$  = partikkeldiameter

$\rho_p$  = tetthet på partikkelen

$\rho$  = tetthet for omgivende medium

dessuten gitt:  $F_D = C_D \frac{v^2}{2} \rho A$  friksjonskraft

hvor:  $C_D$  = friksjonskoeffisient

$$C_D = \frac{24}{D_p v \rho / \mu} \text{ i laminært område}$$

$A$  = arealet friksjonskraften virker på

$v$  = sedimentasjons hastighet

Sentrifugalkrefter er svært sterke krefter sammenliknet med gravitasjonskrefter.

Ved sirkulær bevegelse vil centrifugalaksellerasjonen kunne uttrykkes som  $a_c = r\omega^2$  hvor  $\omega$  er vinkelhastighet.

Med referanse til figuren under, så ligger utfordringen i å bestemme hvor vi får grensesjiktet mellom lett og tung væske, dvs. å bestemme  $r_2$  – dette er viktig for å kunne plassere utløpene for centrifugen riktig.

- ved å bruke den generelle likningen under kan vi finne dette grensesjiktets plassering – forklar hvordan det gjøres, fortrinnsvis ved å utlede et utrykk for  $r_2$

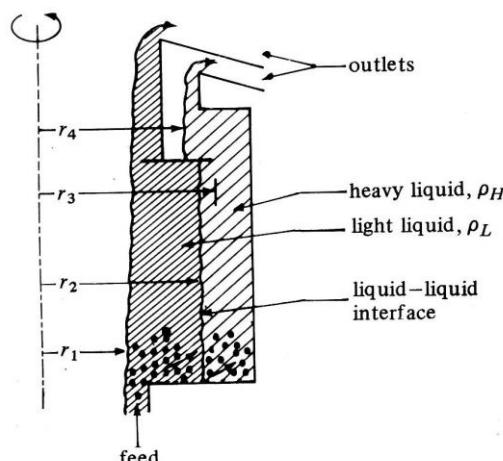
$$\text{Gitt: } dP = \frac{dF_c}{A} = \omega^2 \rho \cdot r \cdot dr$$

Hvor:  $P$  = trykk

$F_c$  = centrifugalkraften

$A$  = arealet kraften virker på

$\rho$  = tetthet av væsken



### Problem 5 – English text: Sedimentation and Centrifugation filtering weight: 20%

- Explain (preferably with equations) which forces are acting on a particle when it is settling freely by gravitation.
- Show how we can deduct Stoke's Law from your answer in a) when you in addition are given the equation for the frictional force,  $F_D$

$$\text{Stoke's law: } v_t = \frac{gD_p^2(\rho_p - \rho)}{18\mu}$$

where:  
 $v_t$  = terminal settling velocity  
 $g$  = gravitational constant  
 $D_p$  = diameter of particle  
 $\rho_p$  = density of particle  
 $\rho$  = density of surrounding fluid

in addition given:  $F_D = C_D \frac{v^2}{2} \rho A$  frictional force

where:  $C_D$  = frictional coefficient  
 $C_D = \frac{24}{D_p v \rho / \mu}$  in laminar region

$A$  = area the frictional force is acting on  
 $v$  = settling velocity

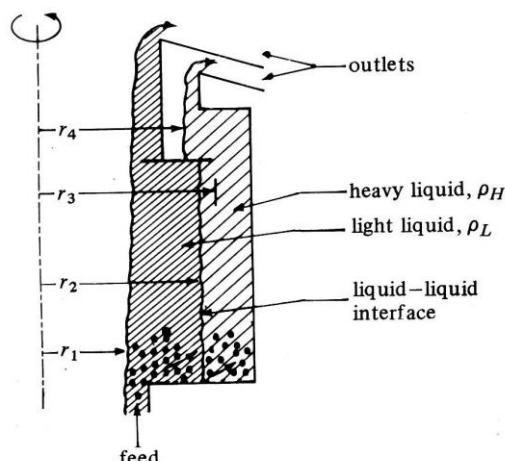
Centrifugal forces are very strong forces compared to gravitational forces. In circular motion the acceleration from centrifugal force is expressed as  $a_c = r\omega^2$  where  $\omega$  is the angular velocity.

With reference to the figure below, the challenge is to find where the interface distance,  $r_2$ , is, in order to place the outlets of the centrifuge correctly.

- Using the general equation given below we can find this interface – explain how this is done, preferably by coming up with an expression for  $r_2$

$$\text{Given: } dP = \frac{dF_c}{A} = \omega^2 \rho \cdot r \cdot dr$$

where:  $P$  = pressure  
 $F_c$  = centrifugal force  
 $A$  = area the force is acting on  
 $\rho$  = density of the fluid



Vedlegg (Appendix)

