

# OPTIMALIZÁCIA SYSTÉMOV POUŽITÍM METÓDY KONEČNÝCH PRVKOV A EVOLUČNÝCH ALGORITMOV

**Ivan Sekaj, Stanislav Števo, Matej Repčok, Michal Šandera, Michal Oravec**

*Slovenská technická univerzita, Fakulta elektrotechniky a informatiky,  
Ilkovičova 3, 812 19 Bratislava, Slovenská republika  
e-mail: [ivan.sekaj@stuba.sk](mailto:ivan.sekaj@stuba.sk)*

**Abstrakt:** Príspevok opisuje optimalizačný prístup spájajúci modelovanie pomocou metódy konečných prvkov s evolučným algoritmom. Tento prístup umožňuje riešiť úlohy optimalizácie parametrov v aplikáciách, ktoré sú opísateľné parciálnymi diferenciálnymi rovnicami z oblastí ako sú elektromagnetické polia, šírenie tepla, mechanické namáhanie, aerodynamika a hydrodynamika, chemické aplikácie a iné. Prístup súčasne umožňuje riešiť návrh a optimalizáciu regulačných obvodov v uvedených aplikačných doménach.

**Kľúčové slová:** Metóda konečných prvkov, evolučný algoritmus, optimalizácia, tepelné pole, hydrodynamika, regulácia

## 1 ÚVOD

Predkladaná práca opisuje optimalizačný prístup vhodný na riešenie úloh z rôznych aplikačných domén, kde model systému je opísateľný parciálnymi diferenciálnymi rovnicami. Na modelovanie (simuláciu) je využitá metóda konečných prvkov (FEM - Finite Element Method) a na hľadanie optimálneho riešenia sú využité evolučné algoritmy. Medzi úlohy riešiteľné pomocou FEM prístupu môžeme zahrnúť rôzne typy polí, ako elektromagnetické, elektrické, magnetické, silové, tepelné a iné. Hovoríme tu o úlohách z mechaniky (mechanické namáhanie, pružnosť, pevnosť), z aerodynamiky alebo hydrodynamiky, o úlohách z oblasti šírenia tepla alebo chémie, ale aj o iných oblastiach. Okrem toho tento prístup dovoľuje navrhovať a optimalizovať tiež regulačné obvody v uvedených aplikačných doménach.

Základná myšlienka riešenia pomocou FEM je vo vytvorení geometrie daného objektu a v definovaní plošnej alebo priestorovej siete bodov, ktorú nazývame konečné prvky. V nich budeme počítať reálnu hodnotu funkcie. V ostatnom priestore hodnoty funkcie vhodne aproximujeme. FEM umožňuje modelovať problém. Evolučný algoritmus (Sekaj, 2005), v našom prípade genetický algoritmus, plní úlohu nástroja, ktorý je v definovanom priestore schopný nájsť optimálne (suboptimálne) hodnoty množiny zvolených parametrov, ktoré minimalizujú určenú účelovú funkciu. V ďalšom sú demonštrované výsledky optimalizácie vybraných úloh z oblasti regulácie teploty, z hydrauliky a šírenia tepla. Tieto úlohy boli riešené spojením FEM metódy v prostredí Comsol (Comsol) a genetického algoritmu bežiacého v prostredí Matlab/Simulink (Matlab). Riadený objekt nie je reprezentovaný zjednodušeným lineárnym alebo nelineárnym modelom použitím niektorej formy reprezentácie diferenciálnych resp. diferenčných rovníc (napr. prenosová f.), prípadne ani umelou neurónovou sieťou, ako je to obvyklé. Fyzikálne deje sú modelované pomocou FEM v celom definovanom priestore.

## 2 REGULÁCIA TEPLoty V BODE PRIESTORU

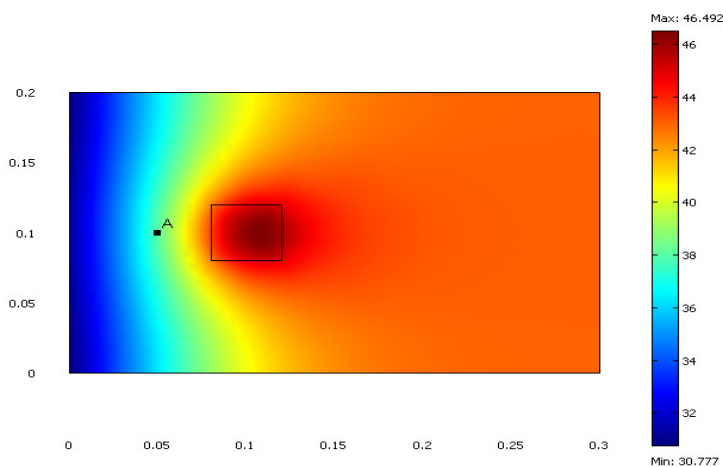
Prvá úloha predstavuje návrh optimálnych parametrov PID regulátora teploty v bode A plošného objektu tvaru obdĺžnika (Obr.1) (Repčok, 2009; Sekaj, 2009). Tri steny sú tepelne izolované a ľavá izolovaná nie je. Ovládaný zdroj tepla je obdĺžnik, ktorý sa nachádza vpravo od bodu A. Šírenie tepla je modelované pomocou FEM. Cieľom úlohy je návrh PID regulátora (resp. akéhokoľvek iného typu regulátora, ktorého model vieme vytvoriť v simulačnom prostredí Simulink) tak, aby bola minimalizovaná účelová funkcia vo forme integrálneho kritéria kvality regulácie napr. vo forme

$$K = \int_0^T (|e(t)| + \alpha |y'(t)|) dt \rightarrow \min \quad (1)$$

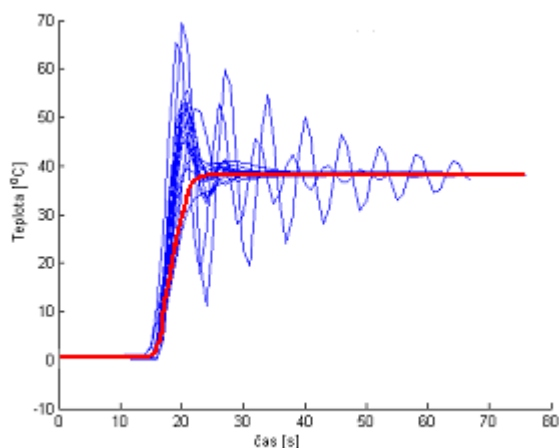
kde  $e$  je regulačná odchýlka,  $y'$  je derivácia regulovanej veličiny a  $\alpha$  je váhová konštanta (v našom prípade rovná 1). Optimum (suboptimum) účelovej funkcie je hľadané použitím genetického algoritmu. Súčasťou účelovej funkcie je simulácia regulačného pochodu prebiehajúceho v prostredí Simulink s rôznymi parametrami PID a vyhodnotenie kritéria (1). FEM model tepelného systému vytvorený v prostredí Comsol je súčasťou simulačného modelu regulačného obvodu v Simulinku. Kostru optimalizačného algoritmu je možné charakterizovať nasledovnými bodmi:

1. Inicializácia populácie potenciálnych riešení (veľkosť populácie je 30 jedincov).
2. Výpočet účelovej funkcie pre každého jedinca populácie.
3. Výber rodičov a ich modifikácia na potomkov (kríženie, mutácia).
4. Kompletizácia novej populácie z potomkov a nezmenených jedincov.
5. Test ukončovacích podmienok.

Priebeh evolúcie je zobrazený na obr.2. Sú tam zobrazené odozvy regulovanej veličiny - teploty v bode A na skok žiadanej hodnoty z 0° na 40° C v rôznych generáciách genetického algoritmu (modrou farbou) a výsledný priebeh regulačného pochodu pre optimálne navrhnutý PID regulátor (červenou farbou).



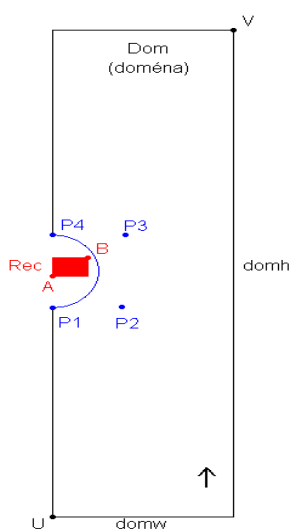
Obr. 1: Model šírenia tepla pomocou FEM



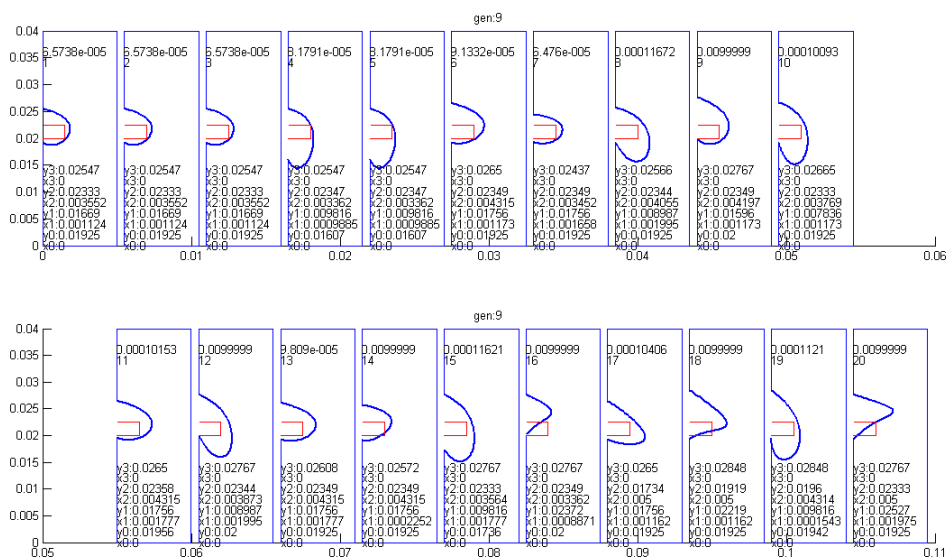
Obr. 2: Priebeh evolúcie PID regulátora

### 3 NÁVRH OPTIMÁLNEHO TVARU PREKÁŽKY V POTRUBÍ

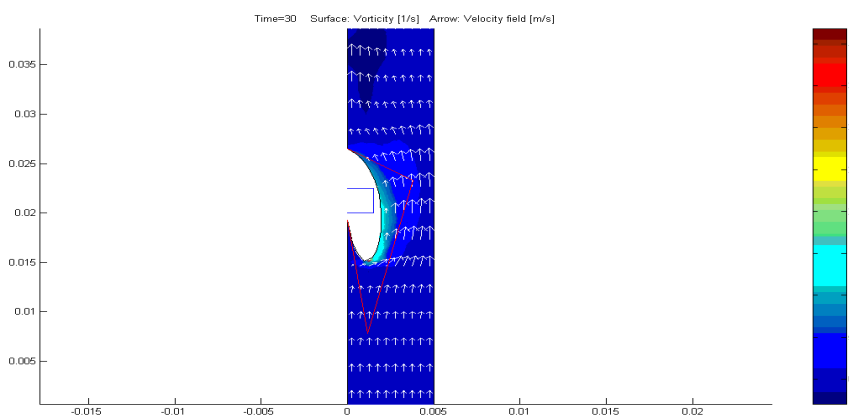
V tejto úlohe ide o optimalizáciu hydrodynamického tvaru prekážky v potrubí, ktorým preteká kvapalina (Repčok, 2009). Do tohto potrubia sa má umiestniť objekt obdĺžnikového tvaru, ohraničený ďalšou stenou, ktorá má klásť čo najmenší odpor pretekajúcej kvapaline. Cieľom je teda nájsť tvar krivky steny, ktorá má minimalizovať tvorbu turbulencií v potrubí. Tvar prekážky bol modelovaný pomocou Beziérovej krivky, ktorá je definovaná 4 riadiacimi bodmi na ploche (Obr.3) (Comsol). Úlohou genetického algoritmu bolo nájsť súradnice (v osi  $x$  aj  $y$ ) 4 riadiacich bodov P1, P2, P3, P4. Každé potenciálne riešenie (jedinec) je charakterizované ôsmimi parametrami (génmi)  $x_{p1}, y_{p1}, x_{p2}, y_{p2}, x_{p3}, y_{p3}, x_{p4}, y_{p4}$ . Účelová funkcia obsahuje simuláciu prietoku kvapaliny potrubím a výpočet kritériálnej funkcie, ktorou je integrál miery vírivosti cez celú plochu potrubia (Comsol). Na obr.4 je zobrazená populácia aktuálnych jedincov v 9. generácii výpočtu. Na obr.5 je výsledný tvar prekážky v potrubí.



Obr. 3: Prekážka v potrubí a radiace body P1-P4



Obr. 4: Populácia v 9. generácii



Obr. 5: Optimálny tvar prekážky v potrubí

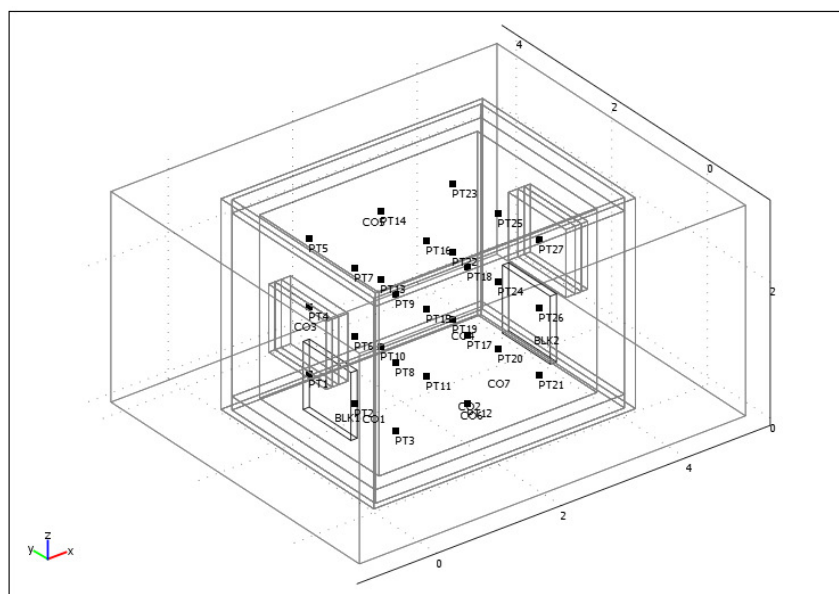
## 4 OPTIMALIZÁCIA VYKUROVACÍCH TELIES

Posledná aplikácia je riešená v 3D priestore. Cieľom je nájsť optimálne rozmery a optimálnu polohu dvoch vykurovacích telies v budove s jednou miestnosťou (Šandera, 2009). Budova je zvonka obtekaná studeným vzduchom (obr.7, obr.8). Požiadavka je, aby sa teplota v miestnosti rozložila čo najviac rovnomerne a čím bližšie k požadovanej hodnote 19° C. Za týmto účelom je vo vnútornom priestore definovaných 27 referenčných bodov (obr.6), ktorých teplota je uvažovaná v krieteriálnej funkcii. Genetický algoritmus hľadá optimálnu plochu vykurovacích telies (v súradniciach y, z a tiež polohu radiátorov v súradnici y. Účelová funkcia je dvojzložková. Prvá zložka je definovaná ako rozdiel priemernej teploty (v 27 bodov) od stanovenej požadovanej teploty (292 K). Druhá zložka je definovaná ako súčet absolútnych hodnôt rozdielov teplôt v jednotlivých 27 bodoch od ich priemernej teploty. Na obr.7 a obr.8 je zobrazený výsledok návrhu s rozložením teplôt v miestnosti a s vonkajším prúdením vzduchu.

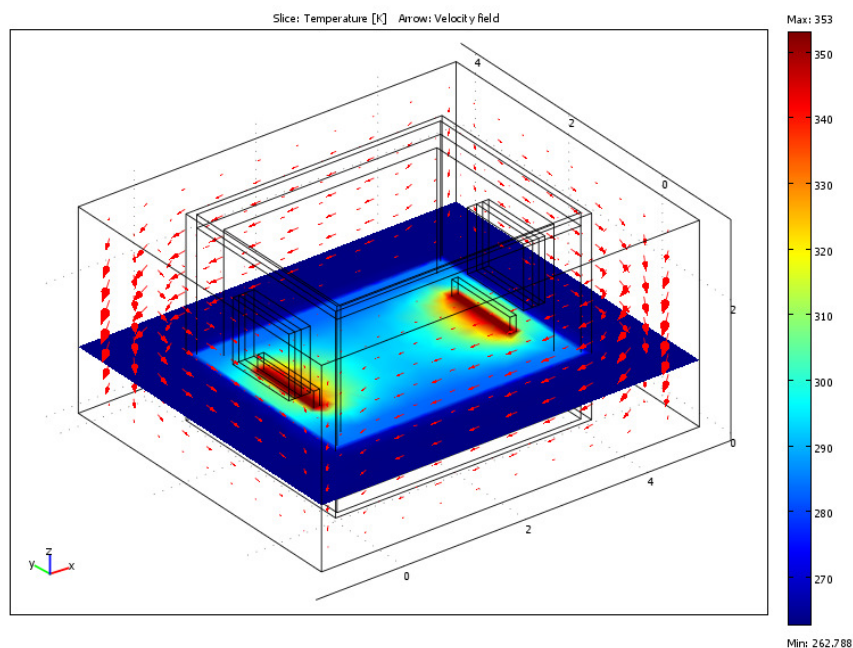
Úloha sa dá rozšíriť aj na zložitejšie zadanie, kde bude uvažovaných viac miestností, pohyb vykurovacích telies aj v osi x a podobne. Napriek tomu už aj táto úloha je výpočtovo náročná. Jedna simulácia trvá 2 minúty, čo predstavuje pri populácii 30 jeincov výpočet jednej generácie za 60 minút. Takáto úloha pri stovkách generácii už nie je riešiteľná na jednom počítači a je potrebné použiť výpočtový cluster a paralelný genetický algoritmus (Sekaj, 2007).

## 5 ZÁVER

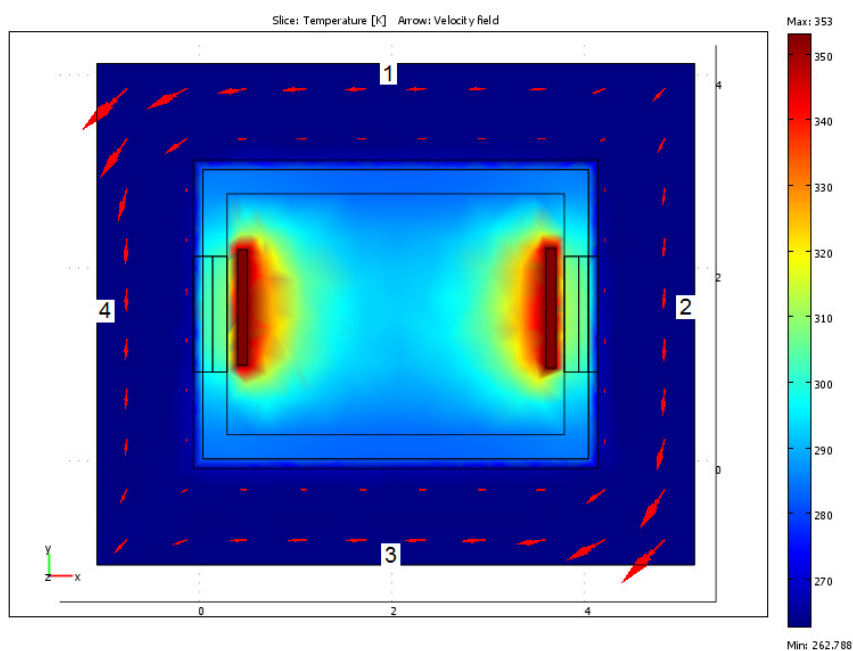
Cieľom tohoto príspevku bolo ukázať možnosť prepojenia optimalizačného prístupu - evolučných algoritmov s modelmi procesov založenými na báze metódy konečných prvkov. V našom prípade boli použité programové produkty Comsol a Matlab/Simulink, ktoré sú softvérovo kompatibilné. Takýto prístup je alternatívou ku "konvenčnému" prístupu, ktorý využíva iné typy modelov riadených objektov (prevažne so sústredenými parametrami) vo forme linearizovaných modelov (prenosové funkcie, stavové modely), nelineárnych modelov (nelin. diferenciálne/diferenčné rovnice, rôzne typy nelin. modelov, neurónové modely). Navrhovaný prístup optimalizuje zvolené parametre systému z pohľadu celej geometrie, resp. navrhuje optimálne parametre regulátora pomocou modelovania systému v celom uvažovanom priestore pracovných podmienok. Hlavnou nevýhodou tohoto prístupu je veľká výpočtová náročnosť. Pri zložitejších aplikáciách sa môžu výpočtové časy na jednom počítači (PC) pohybovať v desiatkach až stovkách hodín. Z tohoto dôvodu má význam takéto úlohy paralelizovať do výpočtových clustrov.



Obr. 6: Referenčné body vo vykurovanej miestnosti



Obr. 7: Výsledné umiestnenie vykurovacích telies v miestnosti



Obr. 8: Výsledné umiestnenie vykurovacích telies v miestnosti, pohľad zhora

**Pod'akovanie:** Výsledky publikácie boli realizované v rámci grantov VEGA č. 1/0544/09 a 1/0690/09

## LITERATÚRA

- SEKAJ, I. (2005): *Evolučné výpočty a ich využitie v praxi*, IRIS Bratislava  
SEKAJ, I., PERKÁČZ, J. (2007): Some Aspects of Parallel Genetic Algorithms with Population Re-initialization, *Proceedings on CEC'07 Singapore*, 25-28 September

- SEKAJ, I. (2009): Evolutionary Controller Design. In: Wellington Pinheiro dos Santos. *Evolutionary Computation*, In-Teh, Vukovar, Croatia
- REPČOK, M. (2009): Aplikácia PGA pri riešení úloh v programovom prostredí Matlab a Comsol, *Diplomová práca*, FEI STU Bratislava
- ŠANDERA, M. (2009): Riešenie optimalizačných úloh v programovom simulačnom prostredí Comsol pomocou genetických algoritmov, *Diplomová práca*, FEI STU Bratislava
- HUBINSKÝ, P., JURÍŠICA, L., VRANKA, B. (2005): Genetic Algorithm based Method of Elimination of Residual Oscillations in Mechatronic Systems, *Kybernetika*, Volume 41, Number 5, pp. 623-636

MATLAB: [www.mathworks.com](http://www.mathworks.com)

COMSOL: [www.comsol.com](http://www.comsol.com)