NÁVRH ROBUSTNÝCH REGULÁTOROV PRE SIEŤOVÉ RIADIACE SYSTÉMY

Vojtech Veselý
Slovak University of Technology, Faculty of Electrical Engineering and Information Technology
Ilkovičova 3, 812 19 Bratislava, Slovak Republic
Tel.: +421 2 60291111 Fax: +421 2 60291111
e-mai: vojtech.vesely@stuba.sk

Abstrakt: V príspevku je uvedený krátky prehľad o možnostiach návrhu robustných regulátorov pre sieťové riadiace systémy. Neurčitý objekt riadenia uvažujeme v tvare polytopického systému. Pre návrh robustného regulátora sú uvedené postačujúce podmienky parametrický závislej kvadratickej stability s garantovanou kvalitou regulácie.

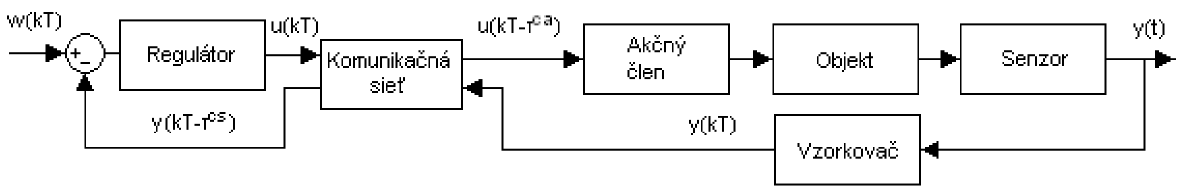
Keywords: PI controller, time-delay systems, robust control, Lyapunov function

1 ÚVOD

V súčasností veľká pozornosť sa venuje návrhu robustných regulátorov pre sieťové riadiace systémy. Dynamický model objektu riadeného cez komunikačnú sieť je možné opísať týmto systémom diferenciálnych rovníc

$$\dot{x}(t) = [A + \Delta A]x(t) + [A_d + \Delta A_d]x(t - \tau(t)) \tag{1}$$
$$x(t) = \phi(t), t \in <-\tau(t), 0>; 0 \le \tau(t) \le \tau_M$$

kde $x(t) \in R^n$ je stavový vektor objektu, A, A_d sú známe matice vhodných rozmerov, $\Delta A, \Delta A_d$ sú neznáme matice, ktoré reprezentujú časovo premenlivú ale ohraničenú neurčitosť a $\tau(t)$ je časovo závislé dopravné oneskorenie stavu objektu. S vývojom sieťových riadiacich systémov (NCS – Network Control System) vznikaju problémy so zabezpečením stability a kvality riadenia v dôsledku vzniku v komunikačnom systémy časovo premenlivého dopravného oneskorenia, obr 1



Obr. 1 Sieťový riadiaci systém

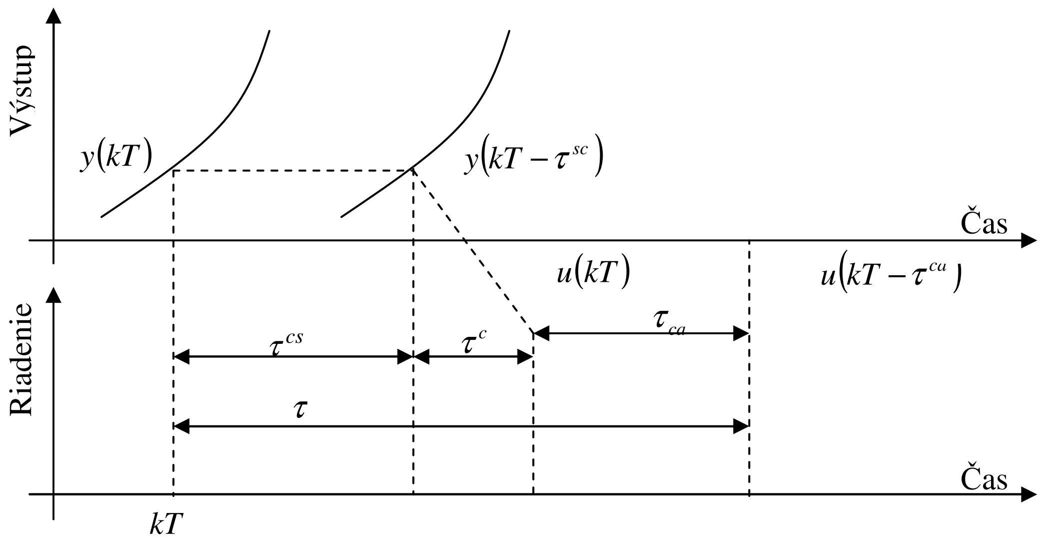
NCS systém pracuje cez komunikačnú sieť (KS). Pri prenose údajov cez KS dochádza vždy k premenlivému dopravnému oneskoreniu alebo až k strate prenášanej informácie. Hlavné oneskorenia v regulačnom obvode sú:

τ^{cs} - oneskorenie medzi senzorom (výstupom z objektu a regulátorom

τ^{ca} - oneskorenie medzi regulátorom a akčným členom

τ_c - oneskorenie samotného regulátora

Čas oneskorenia vidno na obrázku, obr 2.



Obr. 2 Dopravné oneskorenia v NCS

Prvé dve dopravné oneskorenia sú premenlivé a môžu ale nemusia byť dlhšie ako je perióda vzorkovania. Ďalej označíme ich ako $\tau(t) = \tau^{cs}(t) + \tau_c + \tau^{ca}(t)$. Predpokladajme, že dopravné oneskorenia sú ohraničené, potom platí

$$0 \leq \tau(t) \leq \tau_M \,; \dot{\tau}(t) \leq d$$

Nech riadenie dynamického systému (1) bez neurčitostí sa uskutoční cez KS, model objektu je

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t),\; y(t) = Cx(t - \tau(t)) \qquad (2)$$

Pre algoritmus riadenia

$$u(t) = FCx(t - \tau(t)) \qquad (3)$$

model uzavretého regulačného obvodu je

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + BFCx(t - \tau(t)) \qquad (4)$$

Z (4) vidno, že ak $A_d = BFC$ dostaneme pre nominálny model opis v tvare (1). V ďalšom uskutočníme analýzu robustnej stability a návrh robustného regulátora pre NCS systémy.

2 NÁVRH ROBUSTNÉHO REGULÁTORA PRE NCS SYSTÉMY

Model neurčitostí objektu riadeného cez komunikačnú sieť vyberieme v tvare polytopického systémy. Predpokladáme, že v (1) platí $\Delta A = \Delta A_d = 0$ a model neurčitostí je v tvare

$$[A, A_d] = \sum_{i=1}^{N} \lambda_i [A_i, A_{di}], \sum_{i=1}^{N} \lambda_i = 1, 0 \leq \lambda_i \leq 1, i = 1,2,...N \qquad (5)$$

Analýzu robustnej stability a návrh robustného regulátora pre model (4) a (5) uskutočníme pomocou Lyapunovovej teórie stability a Lyapunovovu funkciu vyberieme v tvare Lyapunov-Krasovského funkcionálu (LKF). V ďalšom uvedieme krátky prehľad používaných v literatúre LKF-ov.

$$V_1(t) = x(t)^T Px(t); \frac{dV_1}{dt} = (\frac{dx(t)}{dt})^T Px(t) + x(t)^T P\frac{dx(t)}{dt}$$

$$V_2(t) = \int_{t-\frac{\tau}{2}}^{t} \begin{bmatrix} x(s) \\ x(s-\tau(s)/2) \end{bmatrix}^T Q_1 \begin{bmatrix} x(s) \\ x(s-\tau(s)/2) \end{bmatrix} ds; \frac{dV_2(t)}{dt} = \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t-\tau/2) \end{bmatrix}^T Q_1 \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t-\tau/2) \end{bmatrix} - (1-d/2)$$

$$\begin{bmatrix} x(t-\tau/2) \\ x(t-\tau/2-\frac{\tau(t-\tau(t)/2)}{2}) \end{bmatrix}^T Q_1 \begin{bmatrix} x(t-\tau/2) \\ x(s-\tau/2--\frac{\tau(t-\tau(t)/2)}{2}) \end{bmatrix}; \frac{d\tau(t)}{dt} <= d < 2$$

$$V_3(t) = \int_{t-\tau(t)}^{t} x(s)^T Gx(s)ds; \frac{dV_3(t)}{dt} = x(t)^T Gx(t) - (1-d)x(t-\tau(t))^T Gx(t-\tau(t)); \frac{d\tau(t)}{dt} <= d < 1$$

$$V_4(t) = \int_{t-\frac{\tau_M}{2}}^{t} \int_{s}^{t} \dot{x}(t)^T(u) R_1 \dot{x}(t) du ds; \dot{V}_4(t) \le \frac{\tau_M}{2} \dot{x}(t)^T R_1 \dot{x}(t) - \frac{2}{\tau_M} w(t)^T R_1 w(t)$$

$$w(t) = x(t) - x(t - \frac{\tau(t)}{2})$$

$$V_5(t) = \int_{t-\tau_M}^{t} \int_{s}^{t} \dot{x}(t)^T(u) R_o \dot{x}(t) du ds; \dot{V}_5(t) \le \tau_M \dot{x}(t)^T R_o \dot{x}(t) - \frac{1}{\tau_M} v(t)^T R_o v(t)$$

$$v(t) = x(t) - x(t-\tau(t))$$

Leibnitz-Newtonova rovnica:

$$x(t) - x(t-\tau(t) = \int_{t=-\tau(t)}^{t} \dot{x}(s)ds$$

3 ANALÝZA STABILITY POLYTOPICKÝCH SYSTÉMOV S DOPRAVNÝM ONESKORENÍM

Pre najjednoduchší prípad Lyapunov –Krasovského funkcionál vyberieme v tvare

$$V(t) = V_1(t) + V_3(t) \qquad (6)$$

kde

$$V_1(t) = x(t)^T Px(t), V_3(t) = \int_{t-\tau}^{t} x(s)^T Gx(s)ds, P = P^T > 0, G = G^T > 0$$

Časová derivácia (6)

$$\dot{V}(t) = \dot{V}_1(t) + \dot{V}_2(t) \qquad (7)$$

kde

$$\dot{V}_1(t) = \dot{x}^T(t)Px(t) + x(t)^T P\dot{x}(t)$$

$$\dot{V}_3(t)=\int_{t-\tau}^{t}\frac{\partial}{\partial t}(x(s)^T Gx(s))ds = x(t)^T Gx(t)-(1-\dot{\tau})x(t-\tau)^T Gx(t-\tau)$$

Na základe Leibnitz-Newtonovej rovnice upravíme poslednú rovnicu takto

$$\dot{V}_3(t)=(1-d)(x(t)^T Gx_1(t)+x_1(t)^T Gx(t)-x_1(t)^T Gx_1(t))+dx(t)^T Gx(t);x_1(t)=\int_{t-\tau(t)}^{t}\dot{x}(s)ds$$

Definujme nový stavový vektor $z(t)^T=[\dot{x}(t)^T\ x(t)^T\ x_1(t)^T]$ potom časovu deriváciu (7) je možné zapísať takto

$$\dot{V}(t)=z(t)^T\begin{bmatrix}0 & P & 0\\ P & dG & (1-d)G\\ 0 & (1-d)G & -G(1-d)\end{bmatrix}z(t) \tag{8}$$

Zavedieme zvoliteľné matice $N_i\in R^{nxn}, i=1,2,3$ takto

$$2[\dot{x}(t)^T N_1+x(t)^T N_2+x_1(t)^T N_3][\dot{x}(t)-(A+A_d)x(t)+A_d x_1(t)]=0 \tag{9}$$

Po úprave (9) získaný výsledok sa pripočíta k (8), dostaneme

$$\dot{V}(t)=z(t)^T Wz(t) \tag{10}$$

kde

$$W=\begin{bmatrix}N^T{}_1+N_1 & P-N_1A_c+N_2{}^T & N_1A_d+N_3\\ * & dG-N_2A_c-A_c{}^TN_2 & N_2A_d-A_c{}^TN_3{}^T+(1-d)G\\ * & * & -(1-d)G+N_3A_d+A_d{}^TN_3{}^T\end{bmatrix}$$

kde $A_c=A+A_d$

Z rovnice (10) vidno, že ak matica W je záporne definitná (semidefinitná) potom dynamický systém (4) s dopravným oneskorením je asymptotický stabilný (stabilný). Je zaujímavé uviesť, že matica W nie je funkciou veľkosti maximálnej hodnoty dopravného oneskorenia τ_M preto ak platí $W<0$, systém bude asymptotický stabilný pri ľubovoľne veľkom dopravnom oneskorení (stabilita nezávisí od dopravného oneskorenia). Polytopický systém (5) dosadíme do (10)

$$[A_c,A_d,P,G]=\sum_{i=1}^{N}\lambda_i[A_{ci},B_iFC,P_i,G_i] \tag{11}$$

dostaneme LMI podmienku pre analýzu stability polytopického systému v tvare

$$W_i=\begin{bmatrix}N_1{}^T+N_1 & P_i-N_1A_{ci}+N_2{}^T & N_1B_iFC+N_3\\ P_i-A_{ci}{}^TN_1{}^T+N_2 & dG_i-N_2A_{ci}-A_{ci}{}^TN_2{}^T & N_2B_iFC-A_{ci}{}^TN_3{}^T+(1-d)G_i\\ (B_iFC)^TN_1{}^T+N_3{}^T & (B_iFC)^TN_2{}^T-N_3A_{ci}+(1-d)G_i & -(1-d)G_i+N_3B_iFC+(B_iFC)^TN_3{}^T\end{bmatrix}<0$$

$$i=1,2,...N \tag{12}$$

Pre prípad konštantného dopravného oneskorenia

$$0 \le \tau = const, \dot{\tau}(t) = d = 0$$

je potrebné v nerovností (12) dosadiť $d = 0$. Z mierniť postačujúce podmienky stability (12) je možné rozšírením LKF o ďalší (ďalšie) člen. Ukážeme to na príklade návrhu robustného regulátora pre systém s dopravným oneskorením.

4 NÁVRH ROBUSTNÉHO PI REGULÁTORA PRE SYSTÉM S DOPRAVNÝM ONESKORENÍM

Pre polytopický dynamický systém (2) je potrebné navrhnúť robustný PI regulátor s algoritmom riadenia

$$u(t) = K_p Cx(t-\tau) + K_i C_i \int_0^t x(t-\tau)dt \tag{13}$$

Označme $\dot{z}(t) = C_i x(t-\tau); v = \begin{bmatrix} x(t)^T & z(t)^T \end{bmatrix}^T$ a na základe L-N rovnice algoritmus riadenia je možné upraviť takto

$$u(t) = \begin{bmatrix} K_p C & K_i \end{bmatrix} v(t) - \begin{bmatrix} K_p C & 0 \end{bmatrix} v_1(t)$$

Polytopický systém (2) s algoritmom riadenia je

$$\dot{v}(t) = \begin{bmatrix} A(\lambda) + B(\lambda)K_p C & B(\lambda)K_i \\ C_i & 0 \end{bmatrix} v(t) - \begin{bmatrix} B(\lambda)K_p C & 0 \\ C_i & 0 \end{bmatrix} v_1(t); v_1(t) = \int_{t-\tau}^{t} \dot{v}(s)ds \tag{14}$$

alebo

$$\dot{v}(t) = A_c(\lambda)v(t) - B_p(\lambda)v_1(t)$$

Pre návrh robustného regulátora vyberme LKF v tvare

$$V(t) = V_1(t) + V_3(t) + \tau_M \dot{V}_5(t)$$

Ak označíme $z(t) = \begin{bmatrix} \dot{v}(t)^T & v(t)^T & v_1(t)^T \end{bmatrix}^T$ časová derivácia LKF je v tvare

$$\dot{V}(t) \le z(t)^T \begin{bmatrix} {\tau_M}^2 R_o & P & 0 \\ P & dG & (1-d)G \\ 0 & (1-d)G & -(1-d)G - R_o \end{bmatrix} z(t) \tag{15}$$

Kriteriálnu funkciu vyberme takto

$$J = \int_{t_o}^{\infty} J(t)dt \tag{16}$$

kde

$$J(t) = v(t)^T Qv(t) + u(t)^T Ru(t) = v(t)^T Qv(t) + [v(t)^T \begin{bmatrix} K_p C & K_i \end{bmatrix}^T - v_1(t)^T \begin{bmatrix} K_p C & 0 \end{bmatrix}^T]R$$
$$[\begin{bmatrix} K_p C & K_i \end{bmatrix} v(t) - \begin{bmatrix} K_p C & 0 \end{bmatrix} v_1(t)]$$

Po malej úprave

$$J(t) = z(t)^T \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & Q + K_1{}^T RK_1 & -K_1{}^T RK_2 \\ 0 & -K_2{}^T RK_1 & K_2{}^T RK_2 \end{bmatrix} z(t) \qquad (17)$$

kde

$$K_1 = \lfloor K_p C \quad K_i \rfloor, K_2 = \lfloor K_p C \quad 0 \rfloor$$

Definujme nasledovné matice

$$M = \left[N_1{}^T \quad N_2{}^T \quad N_3{}^T \right]^T, Sys = \left[I \quad -A_c(\lambda) \quad B_p(\lambda) \right]$$

potom maticová podmienka pre návrh robustného riadenia polytopického systému s dopravným oneskorením je

$$B_e = z(t)^T 2MSysz(t) + J(t) + \dot{V}(t) = z(t)^T W_c z(t) \le 0 \qquad (18)$$

alebo po roznásobení pre W_c dostaneme BMI podmienku pre návrh robustného PI regulátora

$$W_c = \{w_{ij}\}_{3x3} \le 0 \qquad (19)$$

$$w11 = N_1 + N_1 + \tau_M{}^2 R_o(\lambda) \qquad w12 = P(\lambda) - N_1 A_c(\lambda) + N_2{}^T \qquad w13 = N_1 B_p(\lambda) + N_3{}^T$$

$$w22 = dG(\lambda) + Q + K_1{}^T RK_1 - N_2 A_c(\lambda) - A_c(\lambda)^T N_2{}^T$$

$$w33 = -(1-d)G(\lambda) - R_o(\lambda) + N_3 B_p(\lambda) + B_p(\lambda)^T N_3{}^T$$

$$w32 = (1-d)G(\lambda) - K_2{}^T RK_1 - N_3 A_c(\lambda) + B_p(\lambda)^T N_2{}^T$$

Ak existuje riešenie bilineárnej maticovej nerovnice (19) vzhľadom na neznáme premenné $0 < P(\lambda) = P(\lambda)^T \le \rho I; 0 < G(\lambda) = G(\lambda)^T \le \rho I, 0 < R_o(\lambda) = R_o(\lambda)^T \le \rho I, K_p, K_i, N_1, N_2, N_3$ potom navrhnutý regulátor zabezpečuje robustné vlastností URO a má garantovanú kvalitu regulácie v celom rozsahu zmien parametrov objektu s dopravným oneskorením. Pre zmiernenie postačujúcich podmienok stability je potrebné rozdeliť veľkosť dopravného oneskorenia aspoň na dve častí (použiť $V_2(t), V_4(t)$) a rozšíriť LKF o ďalšie členy.

5 ZÁVER

V príspevku je uvedený krátky prehľad o možnostiach návrhu robustných regulátorov pre sieťové riadiace systémy. Neurčitý objekt riadenia uvažujeme v tvare polytopického systému. Pre návrh robustného regulátora sú uvedené postačujúce podmienky parametrický závislej kvadratickej stability s garantovanou kvalitou regulácie. Ďalej sú ukazané možností zníženia konzervatizmu navrhnutých metód. Príspevok bol spracovaný použitím uvedenej literatúry a vlastným príspevkom autora.

Poďakovanie

Príspevok vznikol za podpory projektov VEGA N1/0544/09 a 1/0592/10.

REFERENCES

[1] LI YU, JIAN CHU: An IMI approach to guaranteed cost control of linear uncertain time-delay systems. *Automatica* , 35, (1999), 1155-1159.

[2] WU-HUA CHEN, ZHI HONG GUAN, XIAOMEI LU: Delay- dependent output feedback guaranteed cost control for uncertaintime-delay. *Automatica,* 40, (2004), 1263-1268.

[3] BOHYUNG LEE, JANG GYU LEE : Robust stability and stabilization of linear delayed systems with s structured uncertainty. *Automatica,* 35 (1999), 1149-1154

[4] LIXIAN ZHANG, EL-KEBIR BOUKAS, AHMAD HAIDAR: Delay range- dependent control synthesis for time-delay systems with actuator saturation. *Automatica,* 44, (2008) 2691-2695.

[5] VLADIMIR L. KHARITONOV, DANIEL MELCHOR-AGUILAR: On delay- dependent stability conditions. *Systems and Control Letters,* 40, (2000), 71-76.

[6] XIANGUI LIU AND WUWEI CHENG: Improved parameter-dependent robust stability criteria for time-delay systems with polytopic uncertainties. *ICIC Int.* V.5 N4 , (2009), 923-930.

[7] XIEFU JIANG, QING-LONG HAN: New stability criteria for linear systems with interval time-delay systems. *Automatica,* 44, (2008) , 2680-2685.

[8] JEAN-PIERRE RICHARD: Time-delay systems: an overview of some recent advances and open problems. *Automatica,* 39, (2003), 1667-1694.

[9] VOJTECH VESELÝ, LADISLAV HARSÁNYI: Robustné riadenie dynamických systémov, STU Bratislava (2008)