

1.1 Innledning

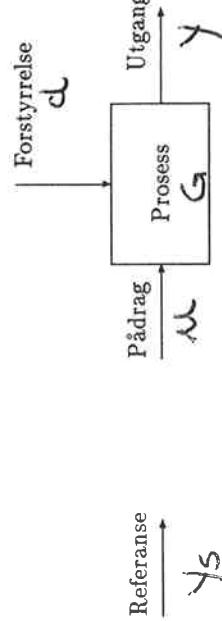
I dette kapitlet kan du lære mye om reguleringsteknikk. Det er min hensikt at kapitlet skal kunne fungere som et grunnkurs i faget, og det utgjør på en måte en bok i boken.

Jeg har valgt å introdusere de grunnleggende reguleringsmetodene *førverkopling* og *tilbakekopling* via et eksempel på et reguleringssystem som vi kjenner godt, nemlig en dusj der vi skal oppnå en ønsket vanntemperatur. Så fortsetter vi med en analyse av et virkelig reguleringssystem. Det er et temperaturreguleringssystem for en fysisk modell av et varmluftfør. Teoretiske og eksperimentelle resultater går der hånd i hånd. Videre skal vi se litt på hvordan reguleringssystemer "ser ut" i praksis, vi skal ta for oss eksperimentelle metoder for innstilling av parametrene i en regulator, og lære å utvikle praktiske regulatoralgoritmer klare for programmering.

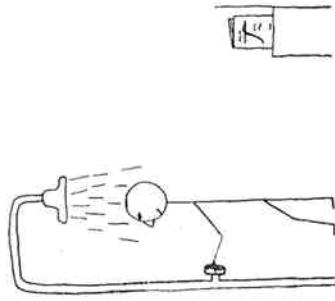
Dusjen kommer som nevnt tidlig, men starten på kapitlet er heller tørr: Først kommer en definisjon av selve *reguleringssproblemets*. Derefter ser vi hvordan dette kan løses på to prinsipielt forskjellige måter.

1.2 Reguleringsproblemet

Reguleringsproblem: Gitt en prosess som vi kan påvirke med et *pådrag* og som dessuten er påvirket av en *forstyrrelse*. Prosessens *utgang* skal følge en gitt referanse best mulig, tross forstyrrelsens innvirkning, se figur 1.1.



Figur 1.1. **Reguleringsproblemet:** Prosessens utgang skal følge referansen, tross forstyrrelsens innvirkning.
Regulerings teknikken viser hvordan vi kan lage reguleringssystemer for å løse reguleringssproblemet.



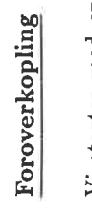
Figur 1.2: En **velkjent prosess**.

Jeg har valgt å introdusere de grunnleggende reguleringsmetodene *førverkopling* og *tilbakekopling* via et eksempel på et reguleringssystem som vi kjenner godt, nemlig en dusj der vi skal oppnå en ønsket vanntemperatur. Så fortsetter vi med en analyse av et virkelig reguleringssystem. Det er et temperaturreguleringssystem for en fysisk modell av et varmluftfør. Teoretiske og eksperimentelle resultater går der hånd i hånd. Videre skal vi se litt på hvordan reguleringssystemer "ser ut" i praksis, vi skal ta for oss eksperimentelle metoder for innstilling av parametrene i en regulator, og lære å utvikle praktiske regulatoralgoritmer klare for programmering.

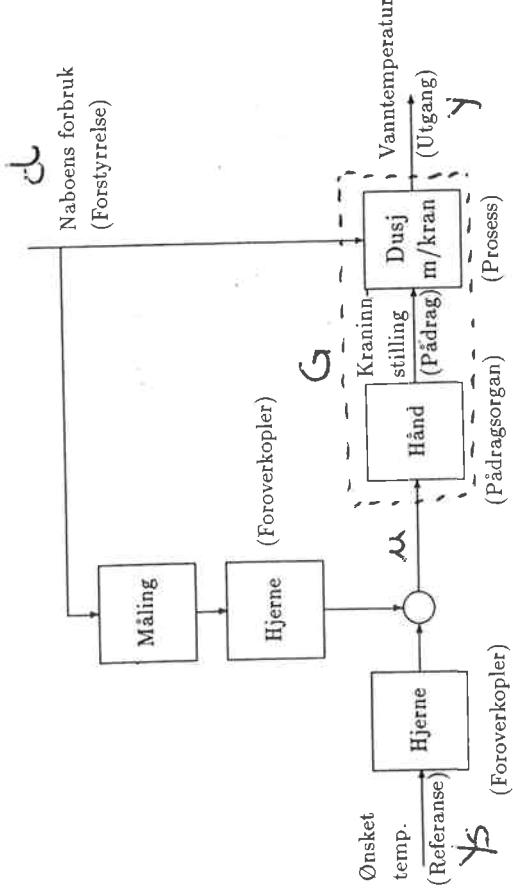
Det er naturlig å klassifisere et reguleringssystems egenskaper ut fra i hvilken grad det løser reguleringsproblemet. Et reguleringssystems *følgeegenskaper* er dets evne til å få utgangen til å følge referansen når vi ser bort fra forstyrrelsens virking, mens *reguleringssegenskapene* uttrykker dets evne til å undertrykke forstyrrelsens virking på utgangen. Der det passer, kan vi erstatte "følge reguleringssegenskapen" med *ytelse*. Senere i boken innføres størrelser eller funksjoner som gir uttrykk for følge- og reguleringsegenskapene (ytelsen).

1.3 To prinsipielt forskjellige løsninger

Reguleringsproblemet kan vi prøve å løse på to måter som i prinsippet er helt forskjellige, nemlig *førverkopling* og *tilbakekopling*. La oss se hva hver av dem går ut på og få en forståelse av deres egenskaper.



Vi starter med en dusj, se figur 1.2. I dusjen ønsker vi at vanntemperaturen skal være lik en ønsket (behagelig) temperatur (referanse), også når naboens varmtvannsforbruk virker som en forstyrrelse på vår dusj. Vi kan betrakte dusjen som en prosess. La oss anta at vi vet *nøyaktig* hvordan vanntemperaturen av kraninnstillingen (pådrag) og at vi vet *nøyaktig* hvordan vanntemperaturen av naboens forbruk (forstyrrelsen), d.v.s. hvilken justering av kraninnstillingen som skal til for å kompensere for et visst forbruk hos naboen.

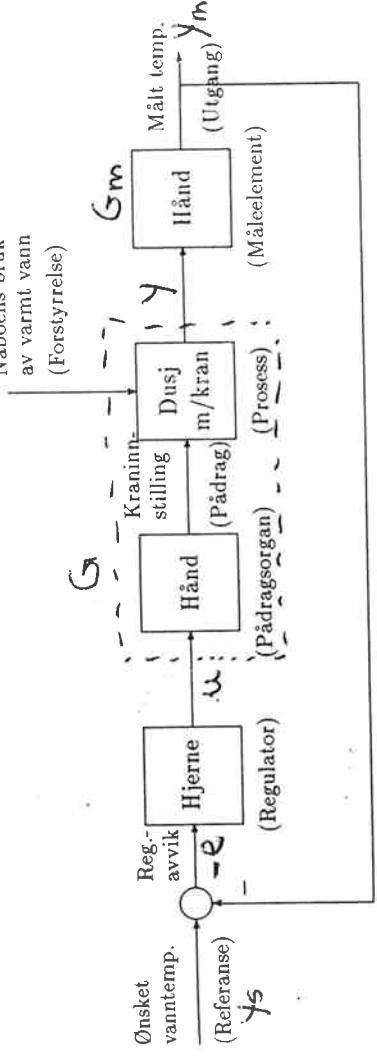


Figur 1.3: Regulering av vanntemperaturen i en dusj v.hj.a. foroverkopling fra referansen og forstyrrelsen.

Vi antar også at vi måler naboens forbruk (forstyrrelsen) på en eller annen måte. Ut fra vår nøyaktige kunnskap om dusjens virkemåte og naboens forbruk, skulle vi da straks kunne stille inn kranene slik at vanntemperaturen blir riktig. Denne løsningen kalles *foroverkopling*, fordi vi kopler "forever" fra inngangssignalen til pådraget, d.v.s. fra referansen og fra forstyrrelsen til pådraget. Foroverkopling innebærer altså en direkte kopling til pådraget. Temperaturreguleringssystemet er illustrert i figur 1.3, der det er påført generelle reguleringstekniske betegnelser. Sirkelen er et summationspunkt.

Foroverkopling er en metode som kan gi god regulering når vi kjenner prosessen meget godt og når vi måler forstyrrelsen. Men i praksis kan vi få problemer. For det første kan det være at naboen rett og slett ikke finner seg i at vi måler forbruket, d.v.s. at vi ikke får målt forstyrrelsen. For det andre kan det jo tenkes at det fins forstyrrelser som vi ikke tenker på, å måle, feks. romtemperaturen. For det tredje er det jo tvilsomt at vi kjenner prosessens (dusjens) egenskaper spesielt godt m.h.t. sammenhengen mellom kranåpning og strømning. Alt dette kan resultere i at vannet blir for kaldt eller for varmt.

Det fins en uhyre effektiv måte å håndkes med disse problemene på. Og alle som dusjer, vet løsningen.



Figur 1.4: Blokkskjema for reguleringssystemet vi lager når vi skal oppnå at vanntemperaturen er lik ønsket vanntemperatur. Reguleringssystemet er basert på tilbakekopling. (Det som står i parentes, er generelle reguleringstekniske betegnelser.)

Tilbakekopling

For å være sikre på at vanntemperaturen blir riktig, tross slike forstyrrelser som vi ikke kan måle og tross at vår kunnskap om prosessen er mangelfull, kan vi måle temperaturen v.hj.a. den ene hånden og justere pådraget med den andre inntil temperaturen blir som vi ønsker, d.v.s. inntil *reguleringsavviket* (avviket mellom referansen og utgangen) er null. Denne løsningen kalles *tilbakekopling* fordi vi kopler "tilbake" fra målingen (utgangen) til pådraget. I figur 1.4 er løsningen illustrert med et blokkskjema. Den lukkede sløyfen som dannes ved tilbakekopling, kalles *reguleringssløyfen*. *Regulatoren* er den enheten som beregner hva pådraget skal være som funksjon av reguleringssavviket. Ofte inkluderer vi pådragsorganet i selve prosessen, og da betegner vi den variablen som påvirker hele denne prosessen, som pådrag.

Regulering med tilbakekopling vil kunne gi tilfredsstillende regulering selv om vi ikke kjenner prosessens egenskaper godt og selv om vi ikke måler noen forstyrrelser i det hele tatt. Grunnen er at vi justerer pådraget ut fra hvordan prosessens utgang (måling) virkelig er. Ved foroverkopling innstilles pådraget bare ut fra hva vi antar er det beste, og det er ingen etterjustering hvis reguleringssavviket skulle være forskjellig fra null.

Foroverkopling vs. tilbakekoppling

Men hvorfor spandere så mye plass på foroverkopling når den i praksis har sine klare svakheter? En grunn er at foroverkopling sannsynligvis er den reguleringsmetoden vi først tenker på ("innstill pådraget som best vi kan ut fra vår kjennskap til prosessen"). En annen grunn er at foroverkopling kan brukes i tillegg til tilbakekoppling og forbedre reguleringssystemets ytelse. Foroverkopling gir en rask innstilling av pådraget. Det reguleringsavviket som foroverkopling alene ville ha gitt, tar tilbakekoplingen seg av, d.v.s. reduserer eller eliminerer.

Definisjon av foroverkopling og tilbakekopling

Når vi skal identifisere hva som er foroverkopling og hva som er tilbakekopling, kan vi gå ut fra følgende definisjoner:

Foroverkopling er kopling fra en av systemets *inganger* (referansen eller forstyrrelsen) til en variabel (pådraget) i systemet.

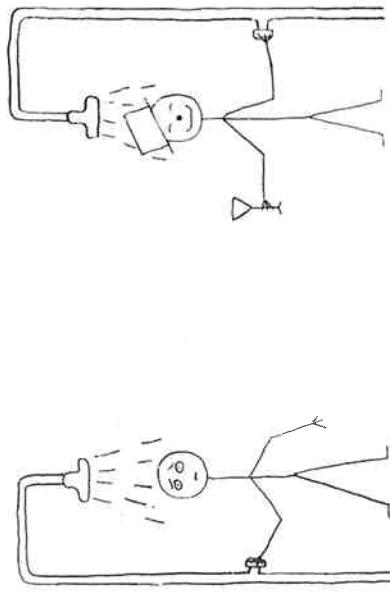
Tilbakekopling er kopling fra systemets *utgang* til en variabel i systemet.

Om betegnelsene

Det er praktisk å kunne bruke ett ord om "det å få en prosess til å oppføre seg slik vi ønsker", uten å måtte presisere at det skjer på den ene eller andre måten, d.v.s. uten å måtte presisere at det skjer med foroverkopling eller tilbakekopling. Det er strengt tatt ikke riktig å la "regulering" være ordet, fordi det pr. reguleringsteknisk definisjon betyr å bruke tilbakekopling. I henhold til *Ordbok for automatiseringsteknikk* (Universitetsforlaget) er definisjonen som følger (utdrag): "Påvirkning av en prosess gjennom tilbakekopling...". Vi kan strengt tatt heller ikke bruke "styring", fordi det egentlig betyr å bruke foroverkopling. Definisjonen på styring er: "Påvirkning av en prosess etter et gitt program, uten bruk av tilbakekopling". Det har imidlertid blitt vanlig å se gjennom fangrene på definisjonene og bruke "regulering" som det generelle ordet, som altså egentlig savnes. Derfor tillater jeg meg å bruke betegnelsen "regulering med foroverkopling" enkelte steder i boken.

På engelsk er det enklere. Der brukes ordet "control". Å bruke ordet "kontroll" på norsk er en mulighet og brukes noe, men det har ikke slått igjennom i det reguleringstekniske miljø, bl.a. fordi ordet har en snevare betydning enn "control".¹

¹Gyldendals fremmedordbok: kontrollere = undersøke, prøve. Oxford's Dictionary: control = regulate.



Figur 1.5: To personer som dusjer.

Til slutt bør det nevnes at regulering med foroverkopling også betegnes "åpen-sløyfe-regulering", mens regulering med tilbakekopling betegnes "lukket-sløyfe-regulering".

Stabilitetsproblem

Under visse forhold kan det oppstå stabilitetsproblemer i tilbakekoplede systemer, og står det riktig ille til, kan systemet være ustabil. Det betyr kort sagt at variable i systemet begynner å oscillerere med stadig større amplitude. Det er måtet å forklare ustabilitet på. Den ene måten er at det er stor forsterking av signalene i den tilbakekoplede sløyfen, d.v.s. at *sløyfesforsterkingen* er for stor. Den andre måten er at det er stor *tidsforsinkelse* av signalene i sløyfen. Vi kan få en god forståelse av dette ved å tenke på dusjen.

Figur 1.5 viser to personer som dusjer. Den ene er meget følsom, den andre er av visse årsaker sløv. Begge personene ønsker å stille inn en behagelig vanntemperatur. De bruker tilbakekopling, hvilket betyr at de justerer vanntemperaturen med varmtvannskranen ut fra målt vanntemperatur. Målingen utfører de med hånden.

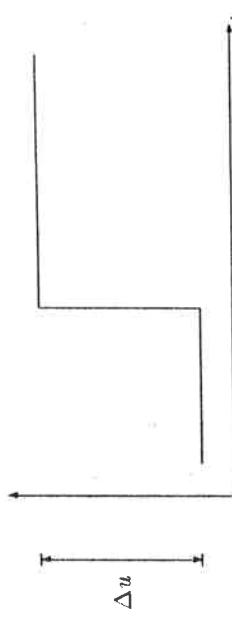
Vi betrakter først den følsomme. Vannet er til å begynne med for kaldt. Han er meget følsom for differansen mellom den temperaturen han ønsker seg og den han mäter med hånden, og skrur derfor voldsomt på kranen for å få vannet varmere. Vanntransporten tar en viss tid, og i løpet av denne tiden har han skrudd alt

for mye på varmtvannskrangen. Vannet blir derfor for varmt. Så prøver han å skru ned i igjen, men med samme ubehagelige resultat, vannet blir for kaldt. Det hele resulterer i at temperaturen svinger mellom alt for varmt og alt for kaldt. Temperaturreguleringssystemet, der han selv er regulator, er ustabil. Grunnen er at regulatoren har for stor forsterkning, d.v.s. reagerer for følsomt eller for sterkt på avviket. Reguleringssløyfen får for stor sløyfeffekt.

Så til den sløye. Vannet er til å begynne med kaldt. Han vrir på varmtvannskrangen, og vannet blir varmere. Han reagerer imidlertid meget sent på temperaturdifferansen mellom ønsket og virkelig temperatur. Når så vannet er blitt litt for varmt, skrur han derfor ikke ned i tide, og vannet blir enda varmere. Omsider bestemmer han seg for at kranen nå skal skrus ned, og vannet blir kaldere. Men forlopet gjentar seg, og vannet blir nå alt for kaldt. Det hele resulterer i at temperaturen svinger mellom alt for kaldt og alt for varmt. Temperaturreguleringssystemet er ustabil. Grunnen er at det er for stor tidstorsinkelse i reguleringssløyfen.

Vi kan oppsummere slik: En forklaring på at et tilbakekoplet reguleringssystem har blitt ustabil, er at

- systemet mellom reguleringsavviket og prosessens utgang har for stor forsterkning, d.v.s. reagerer for kraftig på reguleringsavviket, eller at systemet reagerer på reguleringsavviket med for stor tidstorsinkelse.



Figur 1.8: Sprangfunksjonen. Δu er sprangets høyde.

Å utføre analyse av reguleringssystemer for prosessen. Prosesen inngår jo som en del av reguleringssystemet. Gjennom analysen kan vi forutsi reguleringssystemets egenskaper.

Sprangrespons

Hvis vi setter en sprangfunksjon, eller kortere: et sprang, på prosessens inngang eller pådrag, så utgjør responsen på utgangen prosessens sprangrespons. Figur 1.8 viser sprangfunksjonen. Sprang er svært mye brukt som testsignal. Grunnen er at sprangresponsen gir uttrykk for både

- prosessens *dynamiske* egenskaper, d.v.s. hvordan prosessen svarer på hurtige endringer i inngangssignalet og
- prosessens *statiske* egenskaper, d.v.s. hvordan utgangen svarer på statiske (konstante) signaler på inngangen.

Figur 1.9 viser varmluftføretts sprangrespons, d.v.s. sprangresponsen i y . Det er et sprang i u med høyde $\Delta u = 2$ volt. På sprangresponsen er det angitt følgende størrelser som kan brukes for å karakterisere et systems egenskaper:

- Forsterkningen K er definert som forholdet mellom den endringen av stasjonær-verdien av prosessutgangen som spranget har forårsaket og sprangets høyde. Hvis sprangets høyde er Δu og den tilsvarende endringen av stasjonær-verdien er Δy , så blir forsterkningen lik
- Stabilitet.

Vi skal se på både teoretiske og eksperimentelle resultater.

Det er temperaturen i en fysisk modell av et varmluftfør som skal reguleres. Figur 1.6 viser varmluftføret. En vifte med konstant hastighet blåser luft gjennom røret. Spjeldåpningen kan varieres manuelt. Luften kan oppvarmes av et

Eksempel: Temperaturregulering av et varmluftfør

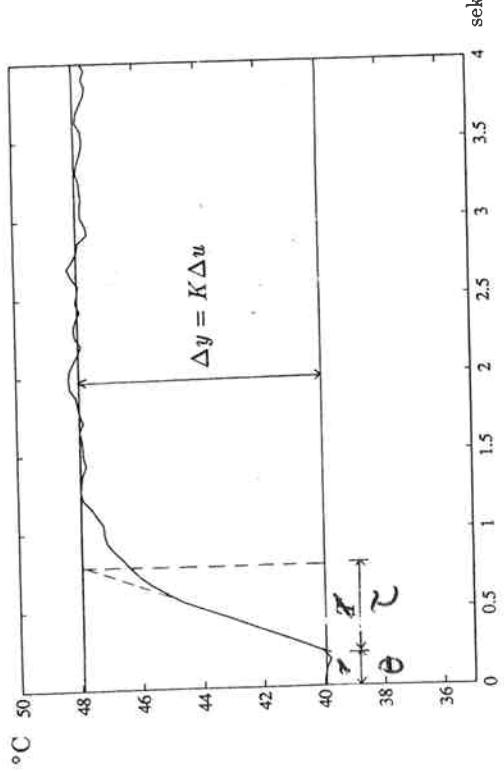
I dette underkapitlet skal vi studere et temperaturreguleringssystem. Det er svært viktige ting vi skal ta for oss:

- Prosesanalyse ut fra eksperimenter og matematiske modeller.
- Regulatorfunksjoner, nærmere bestemt foroverkoppling (eller åpen-sløyfe-regulering) og tilbakekoppling med vekt på standardregulatorer (d.v.s. PID-regulatoren og dens avleddninger), men også av/på-regulator.

$$(1.3) \quad K = \frac{\Delta y}{\Delta u}$$

Eller uttrykt på en annen måte:

$$(1.4) \quad \Delta y = K \Delta u$$



Figur 1.9: Prosessens sprangrespons $y(t)$ etter et sprang i u med høyde $\Delta u = 2$ volt.
(Spjeldåpningen er 40 grader.)

Fra sprangresponsen vist i figur 1.9 finner vi

$$K = \frac{8,0^\circ\text{C}}{2V} = 4,0^\circ\text{C/V}$$

Tidskonstanten τ er tidsintervall fra det tidspunktet der vendepunktets tangent krysser utgangens stasjonærverdi før spranget, til det tidspunktet der tangenten krysser sprangresponsens stasjonærverdi. Tidskonstanten er egentlig definert kun for 1. ordens systemer (som er systemer beskrevet ved en 1. ordens differensiellkning), og definisjonen her er en tillempning av den opprinnelige definisjonen. Vi skal komme inn på det litt senere i dette underkapitlet.

En annen definisjon av tidskonstanten er at den er 63%-stigetiden, regnet fra det tidspunktet der sprangresponsen begynner å stige, til den har nådd 63% av sin stasjonærverdi.⁴ For 1. ordens systemer gir de to definisjonene identiske τ , men for andre typер systemer kan det bli en forskjell.

For å understreke at vi mener det ene og ikke det andre, kan vi bruke betegnelsen *tangent-stigetiden* om den første definisjonen av tidskonstanten og *63%-stigetiden* om den andre.

For sprangresponsen vist i figur 1.9 finner vi at tangent-stigetiden er

$$\tau = 0,57 \text{ sek}$$

mens 63%-stigetiden er

$$\tau = 0,38 \text{ sek}$$

Tidsforsinkelsen τ er tiden fra spranget ble satt på til responsen blir merkbart. Her er tidsforsinkelsen⁵ regnet frem til tiddspunktet der vendepunktets tangent krysser tidsaksen. Fra figur 1.9 finner vi

$$\tau = 0,22 \text{ sek}$$

Det er noen ganger hensiktsmessig å snakke om *responstiden* T_r , som er tiden fra sprangets begynnelse til sprangresponsen har nådd 63 % av sin stasjonærverdi. For vår prosess blir responstiden lik summen av tidsforsinkelsen og 63%-stigetiden, d.v.s.

$$T_r = \tau + \tau = 0,22 + 0,38 = 0,60 \text{ sek} \quad (1.5)$$

Det finnes mange andre virkelige prosesser har, og den sprangresponsen som er vist i figur 1.9 er nokså typisk m.h.t. formen. Kurven vist i figur 1.9 betegnes Σ -kurve (sigma-kurve) (p.g.a. kurveformen). Den kalles også prosessreaksjonskurve (process reaction curve).

I mange prosesser er det gjennomstrøming av væske eller gass, akkurat som i varmluftførret. Det viser seg at K , T og τ endrer seg hvis gjennomstrømmingen gjennom prosessen endrer seg. La oss se hva som skjer når (luft)gjennomstrømmingen blir mindre (spjeldåpningen mindre). Vi lar spjeldåpningen nå være 10 grader, mot tidligere 40 grader. Figur 1.10 viser den nye sprangresponsen. For sammenlikningens skyld er også sprangresponsen for 40 graders spjeldåpning vist. Fra figuren ser vi at den reduserte gjennomstrømmingen har nedført at K , T (såvel tangent-stigetiden som 63%-stigetiden) og τ alle har fått en *større verdi*. (Dette skal vi snart se også ut fra prosessens matematiske modell.) Tabell 1.1 gir en oversikt over de forskjellige verdiene. (Disse resultatene skal vi senere benytte for å forklare hvorfor reguleringssystemets stabilitetsegenskaper blir forverret når gjennomstrømmingen avtar.)

Matematisk modellering

Vi skal nå utvikle en matematisk modell for prosessen (varmluftførret). Mødelen vil vi senere bruke bl.a. ved analyse av temperaturreguleringssystemer for prosessen.

⁴ Jeg skal senere forklare bakgrunnen for det merkelige tallet 63.

⁵ Også kalt dødtid eller transportforsinkel.

PID-regulator

- Tilbaketkopling med proporsjonalvirking gir et statisk reguleringsavvik forskjellig fra null ved statisk modellfeil, men avviket blir mindre enn med bruk av foroverkpling alene.

- Tilbaketkopling med integralvirking gir null statisk reguleringsavvik ved statisk modellfeil.

- Derivativvirkingen gir bedre dynamisk ytelse, men har ingen betydning for den statiske ytelsen.

Kort sagt: Integralvirkingen forbedrer den statiske ytelsen, mens derivativvirkingen forbedrer den dynamiske ytelsen.

Oversikt over standardregulatorene. P-, PI-, PID- og PD-regulatoren kallas *standardregulatorer*. Tabell 1.7 viser regulatorfunksjonene.

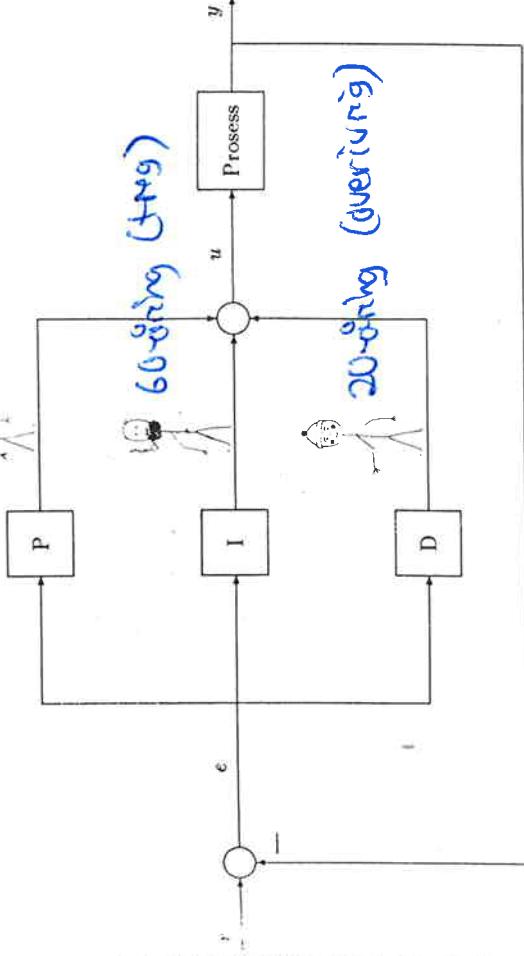
Betegnelse	Regulatorfunksjon
P-regulator	$u = u_0 + K_p e$
PI-regulator	$u = u_0 + K_p e + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e d\tau$
PD-regulator	$u = u_0 + K_p e + K_p T_d \dot{e}$
PID-regulator	$u = u_0 + K_p e + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e d\tau + K_p T_d \dot{e}$

Tabell 1.7: Standard regulatorfunksjoner. e er regulatorfunksjonen, u er pådraget, u_0 er det nominelle pådraget (utelates ofte når de forskjellige regulatorfunksjonene oppgis). K_p er forsterkningen. T_i er integraltiden. T_d er derivatiden.

I alle kommersielle regulatorer er det implementert en PID-regulator. Fra PID-regulatoren får vi

- PI-regulatoren ved å sette $T_d = 0$.

40-åring (middels)



Figur 1.31: P-, I- og D-virkningen.

- PD-regulatoren ved å sette $T_i = \infty$ eller så stor som mulig.

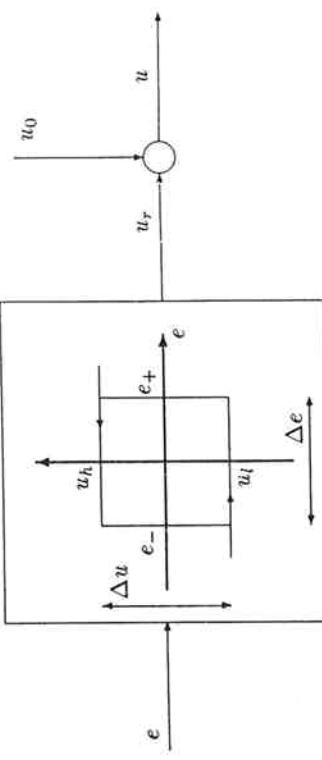
- P-regulatoren ved å sette $T_d = 0$ og $T_i = \infty$.

Tabellen viser *ideelle* regulatorfunksjoner. I praksis bør integralleddet og derivatleddet modifiseres ved at det innføres såkalt integratorbegrensning hhv. begrenset derivasjon. Dette beskrives i underkapitlet *Praktiske regulatoralgoritmer*.

I engelskspråklige håndbøker kallas PID-regulatoren *3-mode controller*, mens PI- og P-regulatoren kallas hhv. *2-mode- og 1-mode controller*. Vi kan også se at β -term- brukes i stedet for β -mode, o.s.v.



Proporsjonal-, integral- og derivativvirkingens natur. Figur 1.31 gir en illustrasjon. Proporsjonalvirkingen tas hånd om av en person som har fått beskjed om å sende ut like mye (pådrag) som det han mottar (reguleringsavvik), dog forsterket eller forminsket. Han legger ikke inn noe ekstra pådrag selv om han ser at avviket holder seg konstant og forskjellig fra null. Han holder seg strengt til det han har fått beskjed om, og nekter å vurdere om det kanskje hadde vært bedre med litt mer eller litt mindre pådrag i visse situasjoner. Han er litt sirkantet.

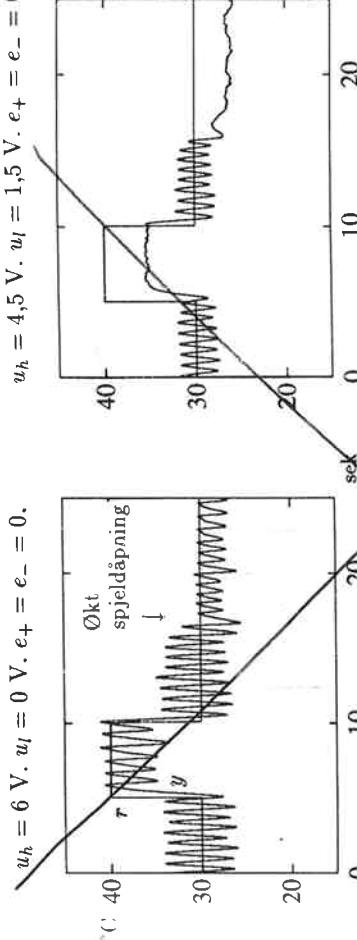


Integralvirkingen tas hånd om av en rolig, sindig kar. Hän reagerer ikke så brått desom reguléringsavviket skulle øke, men justerer allikevel pådraget inntil han ser at avviket er blitt null. Det at han ikke handler så raskt, kan medføre at han ikke skrur pådraget ned i tide når avviket nærmer seg null. Det kan gi oversving på prosessutgangen.

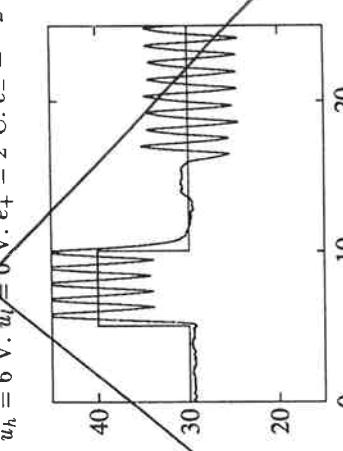
Derativvirkingen tas hånd om av en som er av den ivrig typen. Straks han ser at reguléringsavviket øker, skrur han pådraget kraftig opp. Og når avviket avtar, skrur han det kraftig ned. Det gjør at prosessutgangen reagerer både raskt og dempet når det er en endring i avviket (hvilket kan skyldes en endring i referansen eller forstyrrelsen). Han håndter midlertid bare når avviket øker eller avtar og tror ellers at alt er så vel, d.v.s. at avviket er null, men det trenger det jo ikke å være.

Hver for seg har nok de tre karene sine svakheter, men når de jobber sammen, som i PID-regulatoren, utfyller de hverandre godt.

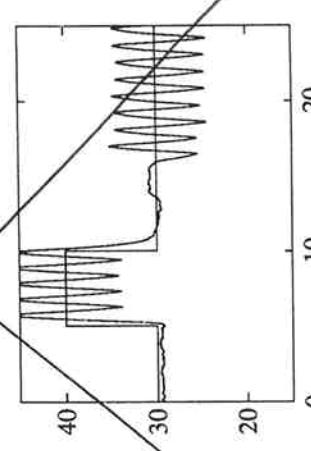
Figur 1.32: Regulatorfunksjonen for en av/på-regulator. Δe er dødbåndet. u_0 er det nominelle pådraget.



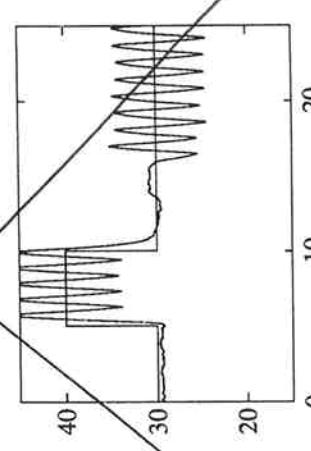
$u_h = 4,5 \text{ V}$. $u_l = 1,5 \text{ V}$. $e_+ = e_- = 0$.



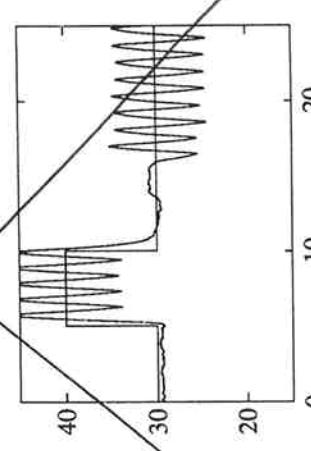
$u_h = 4,5 \text{ V}$. $u_l = 0 \text{ V}$. $e_+ = e_- = 0$.



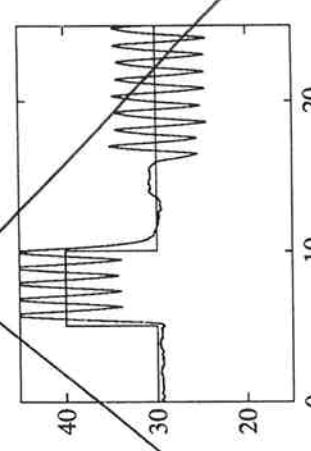
$u_h = 6 \text{ V}$. $u_l = 6 \text{ V}$. $e_+ = e_- = 0$.



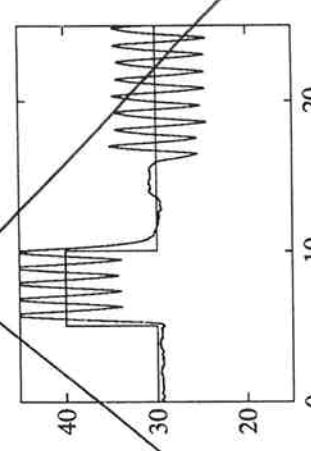
$u_h = 15 \text{ V}$. $u_l = 15 \text{ V}$. $e_+ = e_- = 0$.



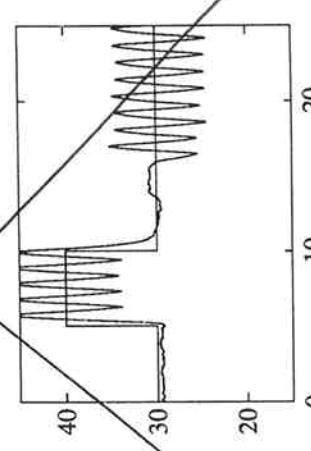
$u_h = 0 \text{ V}$. $u_l = 0 \text{ V}$. $e_+ = e_- = 0$.



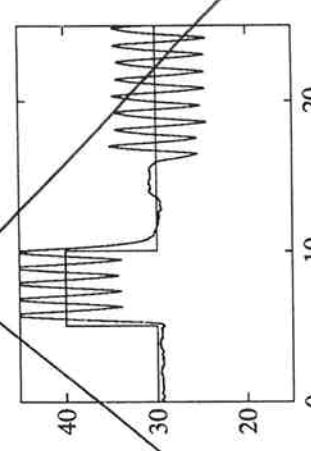
$u_h = 1,5 \text{ V}$. $u_l = 1,5 \text{ V}$. $e_+ = e_- = 0$.



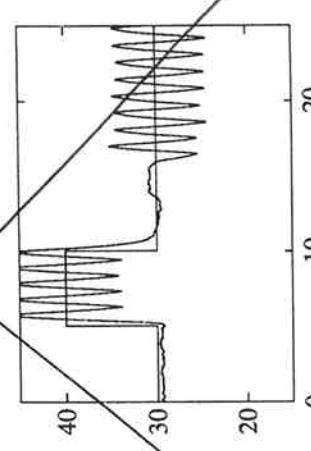
$u_h = 6 \text{ V}$. $u_l = 6 \text{ V}$. $e_+ = e_- = 0$.



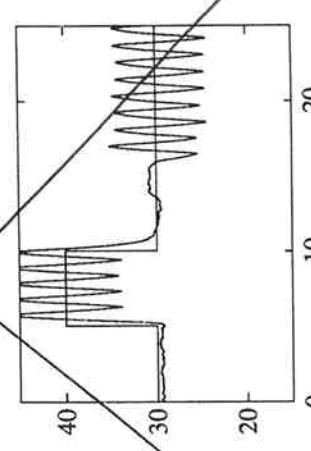
$u_h = 15 \text{ V}$. $u_l = 15 \text{ V}$. $e_+ = e_- = 0$.



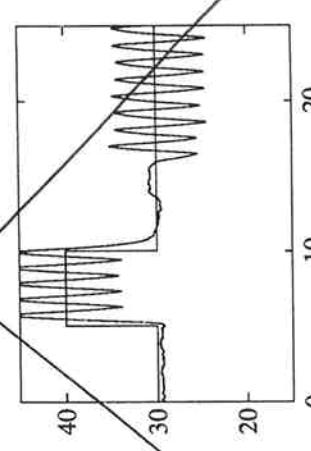
$u_h = 0 \text{ V}$. $u_l = 0 \text{ V}$. $e_+ = e_- = 0$.



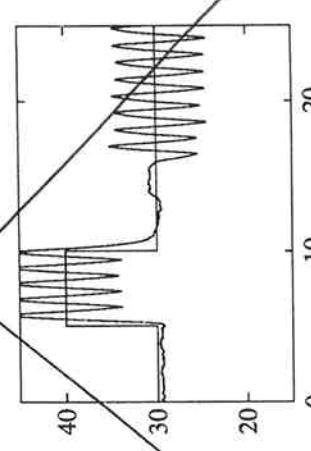
$u_h = 1,5 \text{ V}$. $u_l = 1,5 \text{ V}$. $e_+ = e_- = 0$.



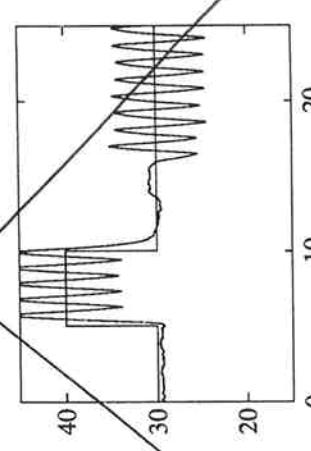
$u_h = 6 \text{ V}$. $u_l = 6 \text{ V}$. $e_+ = e_- = 0$.



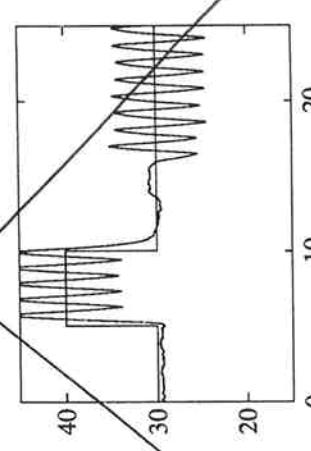
$u_h = 15 \text{ V}$. $u_l = 15 \text{ V}$. $e_+ = e_- = 0$.



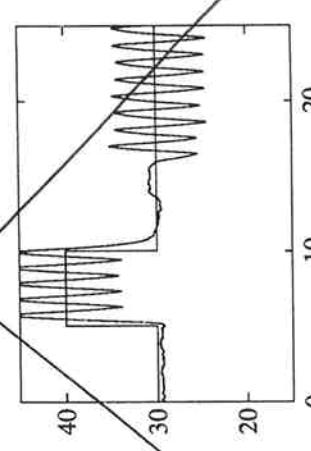
$u_h = 0 \text{ V}$. $u_l = 0 \text{ V}$. $e_+ = e_- = 0$.



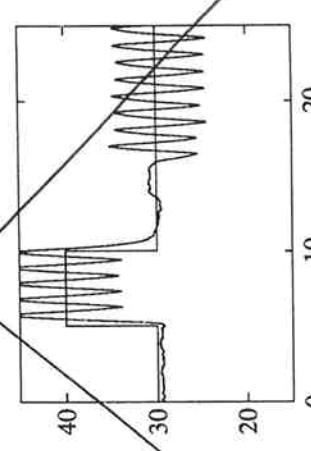
$u_h = 1,5 \text{ V}$. $u_l = 1,5 \text{ V}$. $e_+ = e_- = 0$.



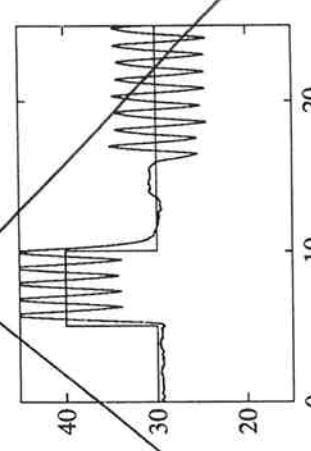
$u_h = 6 \text{ V}$. $u_l = 6 \text{ V}$. $e_+ = e_- = 0$.



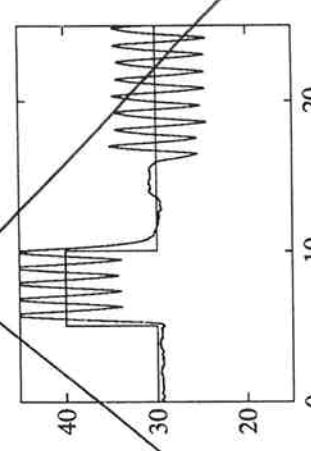
$u_h = 15 \text{ V}$. $u_l = 15 \text{ V}$. $e_+ = e_- = 0$.



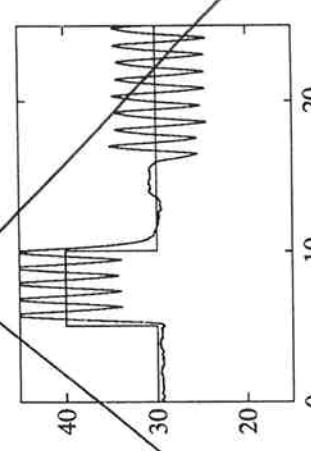
$u_h = 0 \text{ V}$. $u_l = 0 \text{ V}$. $e_+ = e_- = 0$.



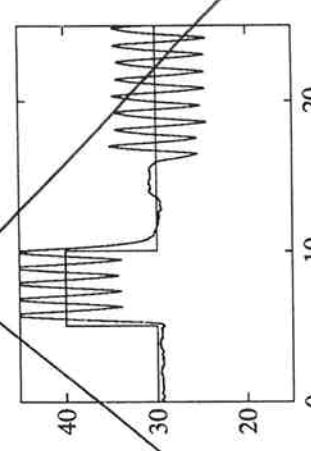
$u_h = 1,5 \text{ V}$. $u_l = 1,5 \text{ V}$. $e_+ = e_- = 0$.



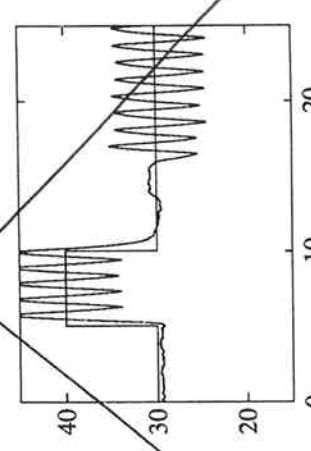
$u_h = 6 \text{ V}$. $u_l = 6 \text{ V}$. $e_+ = e_- = 0$.



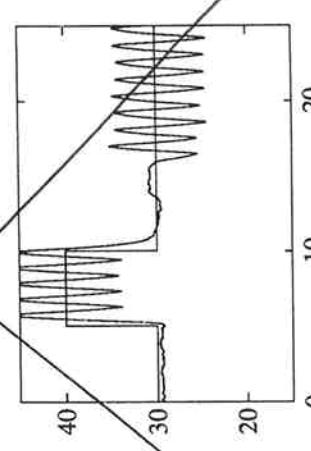
$u_h = 15 \text{ V}$. $u_l = 15 \text{ V}$. $e_+ = e_- = 0$.



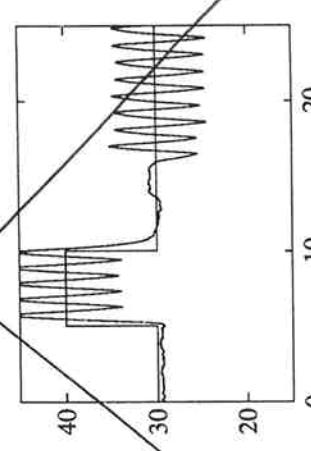
$u_h = 0 \text{ V}$. $u_l = 0 \text{ V}$. $e_+ = e_- = 0$.



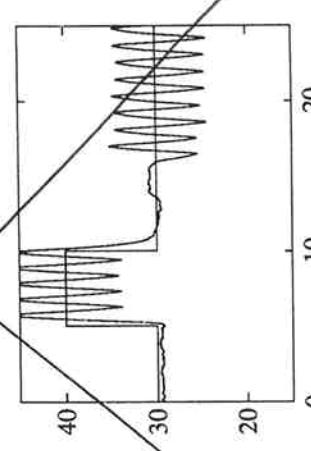
$u_h = 1,5 \text{ V}$. $u_l = 1,5 \text{ V}$. $e_+ = e_- = 0$.



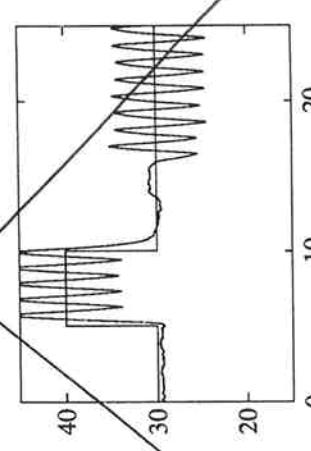
$u_h = 6 \text{ V}$. $u_l = 6 \text{ V}$. $e_+ = e_- = 0$.



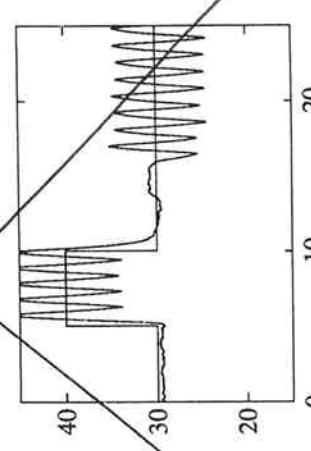
$u_h = 15 \text{ V}$. $u_l = 15 \text{ V}$. $e_+ = e_- = 0$.



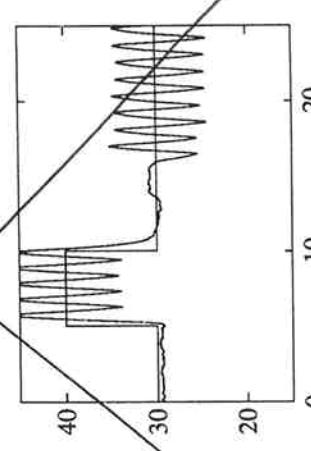
$u_h = 0 \text{ V}$. $u_l = 0 \text{ V}$. $e_+ = e_- = 0$.



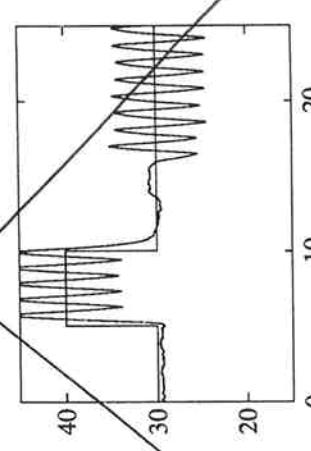
$u_h = 1,5 \text{ V}$. $u_l = 1,5 \text{ V}$. $e_+ = e_- = 0$.



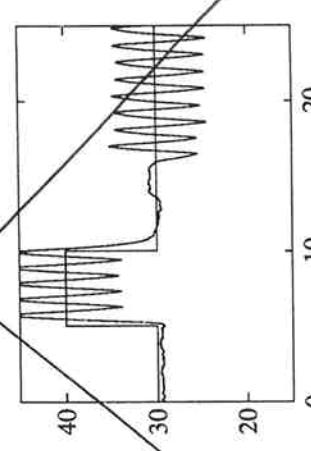
$u_h = 6 \text{ V}$. $u_l = 6 \text{ V}$. $e_+ = e_- = 0$.



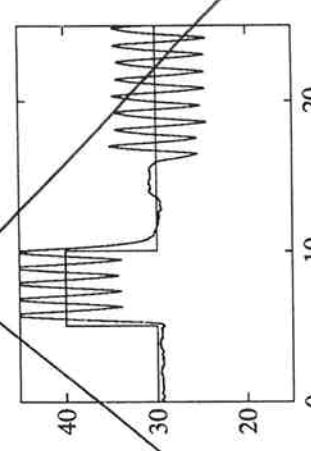
$u_h = 15 \text{ V}$. $u_l = 15 \text{ V}$. $e_+ = e_- = 0$.



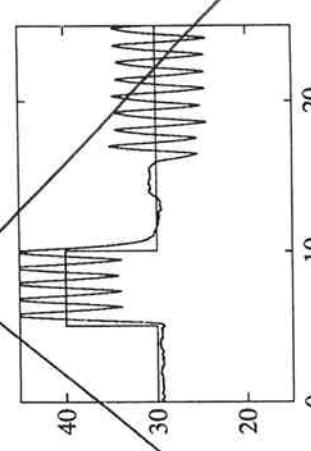
$u_h = 0 \text{ V}$. $u_l = 0 \text{ V}$. $e_+ = e_- = 0$.



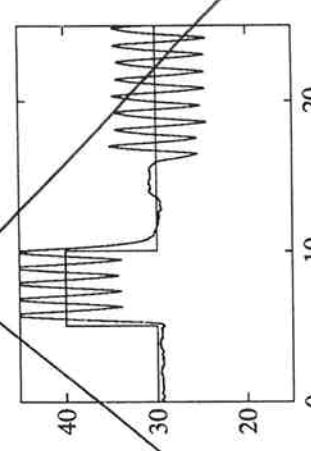
$u_h = 1,5 \text{ V}$. $u_l = 1,5 \text{ V}$. $e_+ = e_- = 0$.



$u_h = 6 \text{ V}$. $u_l = 6 \text{ V}$. $e_+ = e_- = 0$.



$u_h = 15 \text{ V}$. $u_l = 15 \text{ V}$. $e_+ = e_- = 0$.



$u_h = 0 \text{ V}$. $u_l = 0 \text{ V}$. $e_+ = e_- = 0$.