



HOVEDOPPGA VE 1999

| | |
|---|--|
| Tittel: Modellering og regulering av terrengindusert "slug" ved tofasestrømning i rør | Emneord: Terrengindusert slug, tofase strømning, modellering |
| Forfatter: Ketil Eik | Utført i tiden: 01.09.1999-15.12.1999 |
| Faglærer: Professor Sigurd Skogestad Ekstern veileder: Dr. ing. Kjetil Havre | Antall sider Hovedrapport: 54 Bilag: 63 |
| EKSTRAKT AV ARBEIDET Forutsetninger og arbeidsmål: Hensikten med denne oppgaven var å lage en forenklet tofase strømningsmodell av en rørledning for å beskrive terrengindusert slug strømning. Denne modellen skulle videre brukes til å lage en modellbasert regulator som kan hindre strømningsustabiliteter i rørledningen ved aktiv regulering. Konklusjoner og anbefalinger: Det har blitt utviklet en forenklet tofase strømningsmodell for å beskrive terrengindusert slug strømning. I dette arbeidet er det lagt vekt på å utvikle ratefunksjoner som kan beskrive dynamikken mellom kontroll-volumene i terrengindusert slug strømning. Ingen av de utviklede ratefunksjonene gir strømningsdynamikken til terrengindusert slug, når de blir koblet sammen med kontroll-volumene i den undersøkte rørledningsmodellen. Denne strømningsdynamikken kjennetegnes med sykliske variasjoner i gass og væskeratene. De utviklede ratefunksjonen ble testet uavhengig av kontroll-volumene, mot en OLGA-simulering av rørledningen. Disse testene viser at ratefunksjonen som er utviklet fra en momentbalanse for hver av fasene, og som også inneholder variabel strømningsmotstand på begge rateligningene, gir best samsvar med OLGA-simuleringen for de undersøkte områdene av rørledningen. | |
| Jeg erklærer at arbeidet er utført selvstendig og i samsvar med NTNUs eksamensreglement. | |
| Dato og underskrift: | |

| | |
|--|-----------|
| Sammendrag | 5 |
| 1 Innledning | 6 |
| 2 Prinsipp | 8 |
| 2.1 Hydrodynamisk slug strømning | 8 |
| 2.2 Terrengindusert slug strømning | 9 |
| 2.3 Riserindusert slug strømning | 10 |
| 2.3.1 Den sykliske dynamikken i riserindusert slug | 10 |
| 3 Modellering | 11 |
| 3.1 Generelt om modellering av tofase strømning | 11 |
| 3.1.1 Rigorøs modellering av tofase strømning | 11 |
| 3.1.2 Forenklet strømningsmodell for tofase strømning | 12 |
| 3.2 Modellering av kontroll-volumet | 13 |
| 3.2.1 Konservering av masse i kontroll-volumet | 13 |
| 3.2.2 Algebraiske relasjoner i kontroll-volumet | 14 |
| 3.3 Rateligninger utledet fra en felles momentbalanse | 16 |
| 3.3.1 Rateligning utledet fra en felles momentbalanse | 16 |
| 3.3.2 Rateligning utledet fra en felles momentbalanse og slug relasjon | 20 |
| 3.4 Rateligninger utledet fra to momentbalanser | 21 |
| 3.4.1 Rateligning utledet fra to momentbalanser | 21 |
| 3.4.2 Rateligning utledet fra to momentbalanser og med interaksjon mellom fasene | 24 |
| 3.4.3 Rateligning utledet fra to momentbalanser og med korreksjon for ulike egenskaper for kontroll-volumene | 25 |
| 3.4.4 Ratefunksjon med forandring av strømningsregime | 27 |
| 3.5 Ventilligningene | 28 |
| 3.5.1 Ventilligningen utledet fra en momentbalanse | 28 |
| 3.5.2 Ventilligningen utledet fra to momentbalanser | 29 |
| 3.6 Implementering av rørledningen i Matlab | 30 |
| 4 Case beskrivelse | 32 |
| 5 Resultater | 34 |
| 5.1 Test av ligningene i kontroll-volumet mot OLGA-simuleringen | 34 |
| 5.2 Test av ratefunksjonene mot OLGA-simuleringen | 34 |
| 5.3 Test av ventillfunksjonen mot OLGA-simuleringen | 34 |
| 5.4 Implementering av hele rørledningen | 35 |
| 6 Diskusjon | 36 |
| 6.1 Kontroll-volumet | 36 |
| 6.2 Rateligningene | 37 |
| 6.2.1 Rate 1 | 37 |
| 6.2.2 Rate 2 | 39 |
| 6.2.3 Rate 3 | 40 |
| 6.2.4 Rate 4 | 41 |
| 6.2.5 Rate 5 | 41 |
| 6.2.6 Ratefunksjon med forandring av strømningsregime | 42 |
| 6.3 Ventilligningene | 43 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 6.3.1 | Ventilligningen utledet fra en momentbalanse | 43 |
| 6.3.2 | Ventilligningen utledet fra to momentbalanser | 43 |
| 6.4 | Simulering av rørledningen | 44 |
| 6.5 | Valg av simuleringsverktøy | 48 |
| 6.6 | Anbefalinger for videre arbeid | 48 |
| 7 | Konklusjon | 50 |
| 8 | Litteraturliste | 51 |
| | Symbolliste | 52 |
| A | Funksjonen for kontroll-volumet | 55 |
| B | Funksjonen Rate 1 | 58 |
| C | Funksjonen Rate 2 | 61 |
| D | Funksjonen Rate 3 | 64 |
| E | Funksjonen Rate 4 | 67 |
| F | Funksjonen Rate 5 | 71 |
| G | Sammenligning av væske volumfraksjonen og gassraten | 74 |
| H | Funksjonen Rate 6 | 75 |
| I | Funksjonen Valve 1 | 79 |
| J | Funksjonen Valve 3 | 82 |
| K | Funksjonen Valve 6 | 84 |
| L | Simulink modellen av rørledningen | 88 |
| M | Funksjonen RhoGas | 90 |
| N | Identifikasjon av strømningsregimet i rørledningen | 92 |
| O | Funksjonene for test av kontroll-volumet | 95 |
| P | Sammenligning av variablene beregnet av funksjonen CVLG og OLGA-simuleringen | 96 |
| Q | Sammenligning av masseratene beregnet med Rate 1 og OLGA- simuleringen | 98 |
| R | Sammenligning av masseratene beregnet med Rate 2 og OLGA- simuleringen | 100 |
| S | Sammenligning av masseratene beregnet med Rate 3 og OLGA- simuleringen | 102 |
| T | Sammenligning av masseratene beregnet med Rate 4 og OLGA- simuleringen | 104 |
| U | Sammenligning av masseratene beregnet med Rate 5 og OLGA- simuleringen | 106 |
| V | Sammenligning av masseratene beregnet med Rate 6 og OLGA- simuleringen | 108 |
| W | Sammenligning av masseratene beregnet av ventilligningen og OLGA-simuleringen | 109 |
| X | Simulering av rørledningen med Rate 1 | 112 |
| Y | Simulering av rørledningen med Rate 6 | 114 |

**Z Simulering av rørledningen med ratelignin uten variabel
strømningsmotstand på gassraten 116**

SAMMENDRAG

Det har blitt utviklet en forenklet tofase strømningsmodell for å beskrive terrengindusert slug strømning. I dette arbeidet er det lagt vekt på å utvikle ratefunksjoner som kan beskrive dynamikken mellom kontroll-volumene i terrengindusert slug strømning.

Modellen av den undersøkte rørledningen er simulert i Matlab ved bruk av Simulink. Denne modellen har videre blitt sammenlignet med simuleringresultater av rørledningen fra OLGA.

Ingen av de utviklede ratefunksjonene gir strømningsdynamikken til terrengindusert slug, når de blir koblet sammen med kontroll-volumene i den undersøkte rørledningsmodellen. Denne strømningsdynamikken kjennetegnes med sykliske variasjoner i gass og væskeratene.

De utviklede ratefunksjonene ble testet uavhengig av kontroll-volumene, mot en OLGA-simulering av rørledningen. Disse testene viser at ratefunksjonen som er utviklet fra en momentbalanse for hver av fasene, og som inneholder variabel strømningsmotstand på begge rateligningene, gir best samsvar med OLGA-simuleringen for de undersøkte områdene av rørledningen.

1 INNLEDNING

Denne hovedoppgaven er gitt ved Institutt for kjemisk prosess teknologi, NTNU, hvor Professor Sigurd Skogestad har vært hovedveileder. Oppgaven er utført ved ABB Teknologi med Dr. ing. Kjetil Havre som veileder.

Hensikten med denne oppgaven var å lage en forenklet tofase strømningsmodell av en rørledning for å kunne beskrive terrengindusert slug strømning. Denne modellen skulle videre brukes for å lage en modellbasert regulator som kan hindre strømningsustabiliteter i rørledningen ved aktiv regulering.

Bakgrunnen for arbeidet var ABB Teknologis arbeid med modellering og regulering av gassløft, hvor man oppdaget at ustabilitet i denne prosessen hadde samme strømningskarakteristikk som terrengindusert slug. Det var da ønskelig og undersøke om disse modelleringsprinsippene kunne overføres til modellering av terrengindusert slug ved tofasestrømning i rør.

Modellene som er utviklet består av kontroll-volum som inneholder konserveringsligning for massen, og internligninger som beskriver trykk og temperatur ved algebraiske sammenhenger hvor det er antatt adiabatisk tilstand. Rateligningene som beregner masseratene er basert på trykkforskjellen mellom kontroll-volumene. I denne rapporten er det utviklet ulike rateligninger for å kunne beskrive dynamikken mellom kontroll-volumen som vil gi opphav til terrengindusert slug.

Modellen er testet mot en reell rørledning som er simulert i OLGA. Dette er en modifisert tofase simulator for strømning i rørledninger som er utviklet av SINTEF og IFE. Rørledningen er en trefase rørledning som transporterer olje, vann og gass fra plattformen Hod til plattformen Valhall. Rørledningen er simulert som en tofase rørledning ved at olje og vannfasen blir betraktet som en fase. Siden denne rørledningen har forskjellig geometri ved at vinklene på rørseksjonene varierer, vil dette gi opphav til terrengindusert slug. Denne ustabiliteten i rørstrømningen fra Hod fører til drifttekniske problemer på Valhall.

Terrengindusert slug fører til store sykliske variasjoner i gass og væskeratene fra Hod. Dette fører til at separasjonen på Valhall blir dårlig, da raten til væskesluggen vil være større enn det separatorene er designet for. Separasjonen blir dårlig ved at man får olje i prosessvannet på

første separasjonstrinn, og vann i oljen på andre separasjonstrinn. Etter væskelsuggen vil det komme en betydelig mengde gass, og kompressoren vil trippe på denne mengden. Hvis kompressoren tripper må den stenges ned, noe som fører til at deler av prosessen på Valhall også må stenges ned.

strømningstverrsnittet, noe som gir opphav til en proto slug på en tilfeldig posisjon i strømningslengden. Dannelse av en proto slug er en nødvendig betingelse for at en skal få hydrodynamisk slug strømning, men den er ikke tilstrekkelig. Det vil være strømningsforholdene i rørledningen som avgjør om proto sluggen utvikler seg videre til en stabil slug enhet.

Ved slug strømning i rørledninger med varierende rørvinkler vil slug strømmingen bestå av relative små hydrodynamiske slugger og lange terrengeinduserte slugger.

2.2 TERRENGINDUSERT SLUG STRØMNING

Mekanismene bak terrengeindusert slug er beskrevet av Zeng et. al.[3] og De Henau og Raithby [4].

Slug blir generert ved inngangen av røret. Vanligvis er frekvensen på denne genereringen høy, og fører til korte ustabile slug enheter. Denne ustabiliteten fører til at de korte slug enhetene går sammen med andre små slug enheter og danner større og mer stabile slug enheter.

Mekanismen som styrer slug oppbygging ved at sluggen øker i størrelse eller forsvinner er forårsaket av geometrien i rørledningen. Når rørvinkelen går fra negativ eller horisontal til positiv vil lengden på slugenheten øke. Dette kommer av at det akkumuleres væske i det lavereliggende knekkpunktet fra både inngående, ved negativ rørvinkel, og utgående rørdel. Slugenheten vil ta opp den akkumulerte væsken, og væskesluggen vil øke sin lengde. Desto lengre slugenheten er, jo mer væske vil den ta med seg.

Væskefasen akkumuleres i lavereliggende knekkpunkter i rørledningen. Dette fører til en væskeslug som etterhvert vil bli ført ut i neste rørseksjon pga. gasstrykket bak væskesluggen. Da gassraten i utstrømningsfasen til væskesluggen er større enn den inngående gassraten, vil det føre til at trykket synker og væsken vil igjen akkumulere. Denne mekanismen fører til et kompleks strømningsmønster som kjennetegnes med store tilsynelatende periodiske variasjoner i væske og gassraten.

Ved negativ rørvinkel kan slugenheten forsvinne. Dette finner sted når slug enheten passerer et høyereliggende knekkpunkt. I dette punktet vil det ikke være noe akkumulert væske, og slug enheten vil ikke ta opp noe væske. Slug enheten vil i stede miste væske i bakkant, som kan føre til at hele slug enheten forsvinner.

2.3 RISERINDUSERT SLUG STRØMNING

Riserindusert slug strømning (eng. severe slugging) blir karakterisert av Schmidt et. al. [5] ved at væskesluggen genereres i bunnen av riseren, mens den resterende delen av rørledningen er i startifisert strømning. Væskesluggen vil i denne type slug strømning ha en lengde som er lik eller lengre enn lengden på riseren.

Hydrodynamisk slug strømning er karakterisert ved at mange væske slugger blir generert langs lengderetningen på rørsystemet. Ved hydrodynamisk slug strømning vil vi ikke få risergenerert slug da dette strømningsregimet vil strømme uhindret gjennom riseren.

I følge Jansen et al. [6] kan syklisk strømningsustabilitet oppstå i riseren hvor det blir bygd opp væske slugger som er mindre enn høyden på riseren. Dette vil ikke ha samme dynamikk som en riserindusert slug da gassen ikke vil bli fullstendig blokkert.

2.3.1 Den sykliske dynamikken i riserindusert slug

Den sykliske dynamikken i riserindusert slug er beskrevet av Schmidt et. al. [5].

Når væskesluggen når toppen av røret, noe som forutsetter at væskesluggen er lengre eller lik lengden på riseren, vil gassen som presser væskesluggen gjennom risersystemet ekspandere raskt da strømningsregimet bak væskesluggen er stratifisert. Siden gassraten ut av riseren i denne tilstanden er større enn den inngående gassraten, vil gassraten avta raskt, og fører til at trykket i rørledningen faller raskt. Væske vil renne tilbake til bunnen av riseren da hastigheten til gassen er for lav til å dra med seg væsken. Trykkreduksjonen fører til at det akkumuleres væske i bunnen av riseren, og væsken vil begynne og blokkere for gassen. Trykket bak væsken øker, og når trykket bak væsken er større en summen av det hydrostatiske- og rand trykket, vil væsken strømme oppover i røret. Vi vil da få en syklisk bevegelse.

Den sykliske dynamikken kan deles inn i fire faser: generering av væskeslug, produksjon av væskesluggen, utstrømning og tilbakefall av væske fra riseren.

3 MODELLERING

3.1 GENERELT OM MODELLERING AV TOFASE STRØMNING

3.1.1 Rigorøs modellering av tofase strømning

En rigorøs modell over tofase strømning er beskrevet av Bendiksen et. al. [2], De Henau og Raithby [4] og OLGA [7].

Disse modellen inneholder konserveringsligninger for masse, bevegelsesmengde og energi. Ligningene som beskriver konservering av massen til gass og væske er hentet fra De Henau og Raithby [4].

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_g \cdot \rho_g) = -\frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x}(A \cdot \alpha_g \cdot \rho_g \cdot v_g) \quad (3-1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_l \cdot \rho_l) = -\frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x}(A \cdot \alpha_l \cdot \rho_l \cdot v_l) \quad (3-2)$$

hvor α [-] er volumfraksjonen, ρ [kg/m³] er tetthet, v [m/s] er hastighet, A [m²] er tverrsnittet på røret og x [m] er lengden på kontroll-volumet.

Konservering av bevegelsesmengden til gass og væskefasen er gitt ved følgende ligninger

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\alpha_g \cdot \rho_g \cdot v_g) + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x}(A \cdot \alpha_g \cdot \rho_g \cdot v_g \cdot v_g) + \alpha_g \frac{\partial P}{\partial x} + \alpha_g \cdot \rho_g \cdot g \cdot \cos \phi \\ & = \frac{1}{A} \cdot \Gamma_{gw} + \frac{1}{A} \cdot \Gamma_{gi} \end{aligned} \quad (3-3)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\alpha_l \cdot \rho_l \cdot v_l) + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x}(A \cdot \alpha_l \cdot \rho_l \cdot v_l \cdot v_l) + \alpha_l \frac{\partial P}{\partial x} + \alpha_l \cdot \rho_l \cdot g \cdot \cos \phi \\ & = \frac{1}{A} \cdot \Gamma_{lw} + \frac{1}{A} \cdot \Gamma_{li} \end{aligned} \quad (3-4)$$

hvor P [bar] er trykk, $g = 9.81$ [m/s²] er tyngdeaksellrasjonen, ϕ [rad] er strømningsvinkelen, Γ_w [N/m] er skjærkraften pr. lengdeenhet fra veggen og Γ_i [N/m] er skjærkraften pr. lengdeenhet som virker på grenseflaten mellom fasene i strømningsretningen.

Konserveringsligningen til energien vil være avhengig av hvilken termodynamisk tilstand man antar i modellen.

For at systemet skal være løsbart må det være gitt en termodynamisk sammenheng for tetthetene til de to fasene. Skjærkreftene er avhengig av strømningsregimet og vil være gitt av algebraiske sammenhenger.

Løsningen av et slikt system er beskrevet i OLGA [7]. Funksjonen for tettheten til gass og væske settes inn i ligning (3-1) og (3-2). Disse to ligningene blir kombinert slik at man får en sammenheng mellom trykk og massefluks. Denne trykkligningen løses simultant sammen med konserveringsligningene for bevegelsesmengden til gass og væske, ligning (3-3) og (3-4). Dette gir trykk, hastighet og masserate. Deretter løses massbalansene, ligning (3-1) og (3-2), noe som gir massen til gass og væskefasen. Til sist løses energibalansen som gir temperaturen.

3.1.2 Forenklet strømningsmodell for tofase strømning

Modellering av den forenklete tofase strømningsmodellen, bygger på prinsippet for velformulert modell og sammenkobling av disse modellene. Denne modelleringsmetoden er beskrevet av Moe og Hertzberg [8].

Modellene som er utviklet består av kontroll-volum som inneholder konserveringsligning for massen, og internligninger som beskriver trykk og temperatur ved algebraiske sammenhenger hvor det er antatt adiabatisk tilstand. Rateligningene som beregner masseratene er basert på trykkforskjellen mellom kontroll-volumene.

Denne modellformuleringen bygger på følgende antagelser:

- Ratebergningene og kontroll-volumen kan dekokles.
- De dynamiske fenomenene i modellen er dominert av akkumulering av masse.
- Trykkforskjellen mellom kontroll-volumen fører til en momentan endring av masseratene.
- Ustabilitet i rørstrømningen kan simuleres med interaskjon mellom kontroll-volumene.

Modelleringen av kontroll-volumet er beskrevet i kap. 3.2, og utvikling av rateligningen er beskrevet i kap. 3.3 til kap. 3.5.

3.2 MODELLERING AV KONTROLL-VOLUMET

Ligningen som beskriver kontroll-volumet er hentet fra en Matlab modell laget av Havre [9] som beskriver gass-løft.

3.2.1 Konservering av masse i kontroll-volumet

Ved et gitt tidssteg blir det antatt at tverrsnittet på røret og tetthetene til de to fasene er konstant i kontroll-volumet. Diskretiseringen av rørledningen er fast, og dette fører til at ligning (3-1) og (3-2) får følgende form

$$\frac{d}{dt}(\alpha_g \cdot \rho_g) = \frac{(\alpha_g \cdot \rho_g \cdot v_g)_{inn} - (\alpha_g \cdot \rho_g \cdot v_g)_{ut}}{\Delta x} \quad (3-5)$$

$$\frac{d}{dt}(\alpha_l \cdot \rho_l) = \frac{(\alpha_l \cdot \rho_l \cdot v_l)_{inn} - (\alpha_l \cdot \rho_l \cdot v_l)_{ut}}{\Delta x} \quad (3-6)$$

Disse to ligningene er gitt pr. volumenhet, men ved å gange med volumet $A\Delta x$ vil ligningene gjelde for konservering av massen i et gitt kontroll-volum

$$\frac{dm_g}{dt} = w_{g, inn} - w_{g, ut} \quad (3-7)$$

$$\frac{dm_l}{dt} = w_{l, inn} - w_{l, ut} \quad (3-8)$$

hvor m [kg] er masse og w [kg/s] er masserate.

Akkumulering av masse blir beregnet med to konserveringsligninger, en for gassfasen og en for væskefasen. Dette betyr at gass og væskefasen er dekket, da en antar at det ikke er noen masseoverføring mellom fasene.

3.2.2 Algebraiske relasjoner i kontroll-volumet

Totalvolumet V_t [m³] er gitt ved ligning (3-9).

$$V_t = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot L \quad (3-9)$$

hvor d er diameteren [m] og L er lengden [m] på kontroll-volumet.

Væskevolumet V_l [m³] blir beregnet ut fra betingelsen at væsken er inkompressibel,

$$V_l = \frac{m_l}{\rho_l} \quad (3-10)$$

hvor m_l er massen av væske [kg] og ρ_l er tettheten til væsken [kg/m³].

Gassvolumet V_g [m³] er gitt ved

$$V_g = V_t - V_l \quad (3-11)$$

Væske volumfraksjonen α_l [-] blir beregnet av ligning (3-12).

$$\alpha_l = \frac{V_l}{V_t} \quad (3-12)$$

Tettheten til gassen ρ_g [kg/m³] er gitt ut fra massen og volumet til gassen.

$$\rho_g = \frac{m_g}{V_g} \quad (3-13)$$

Dette fører til at tettheten til gassen sin avhengighet av trykket langs rørledningen blir neglisjert, noe som igjen fører til at tettheten til gassen vil være konstant i kontroll-volumet ved et gitt tidssteg.

Massefraksjonen til gass x_g [-], er gitt ved ligning (3-14).

$$x_g = \frac{m_g}{m_g + m_l} \quad (3-14)$$

Ligningen for en isentropisk prosess er gitt ved

$$\frac{P}{P_{ref}} = \left(\frac{T}{T_{ref}} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (3-15)$$

Her er $\gamma = c_p/c_v$ hvor c_p er den spesifikke varmekapasiteten ved konstant trykk [J/kg K] og c_v er den spesifikke varmekapasiteten ved konstant volum [J/kg K]. P er trykk [bar] og T er temperatur [K].

Den ideelle gassloven er gitt som

$$P_g V_g = \frac{m_g \cdot R \cdot T_g}{M} \quad (3-16)$$

hvor $R = 0.0831$ [J/mol K] er gasskonstanten og M er molvekten til gassen [g/mol].

Gasstrykket P_g [bar] beregnes ut fra den isentropiske relasjonen mellom trykk og temperatur, ligning (3-15), som blir kombinert med den ideelle gassloven, ligning (3-16).

$$P_g = \left(\frac{m_g \cdot R \cdot T_{ref}}{M \cdot V_g} \right)^{\gamma} P_{ref}^{1-\gamma} \quad (3-17)$$

Temperaturen til gassen T_g [K] blir beregnet ved antagelsen om adiabatisk tilstand.

$$T_g = T_{ref} \cdot \left(\frac{P_g}{P_{ref}} \right)^{1-\frac{1}{\gamma}} \quad (3-18)$$

Temperaturen til blandingen av væske og gass T [K] i midten av kontroll-volumet, beregnes fra en blandings relasjon gitt ved ligning (3-19)

$$T = \frac{m_g \cdot c_{pg} \cdot (T_g - T_{ref}) + m_l \cdot c_{pl} \cdot (T_l - T_{ref})}{m_g \cdot c_{pg} + m_l \cdot c_{pl}} + T_{ref} \quad (3-19)$$

Hvor c_{pg} er den spesifikke varmekapasiteten til gassen [J/kg K] ved konstant trykk, c_{pl} er den spesifikke varmekapasiteten til væsken [J/kg K] ved konstant trykk og T_l er temperaturen til væsken [K]. Temperaturen til væsken er konstant da det antas adiabatisk tilstand.

Totaltrykket til blandingen P [bar] er da gitt ved

$$P = \frac{m_g \cdot R \cdot T}{M \cdot V_g} \quad (3-20)$$

Dette trykket er gitt i midten av kontroll-volumet, og må derfor korrigeres for av det hydrostatiske trykket ved beregning av trykket i andre deler av kontroll-volumet. Siden totaltrykket beregnes ut fra gasstrykket er det nødvendig å legge inn en betingelse at volumet til gassen alltid skal være større enn null.

Disse ligningene er implementert i Matlab funksjonen CVLG.m, bilag A.

3.3 RATELIGNINGER UTLEDET FRA EN FELLES MOMENTBALANSE

3.3.1 Rateligning utledet fra en felles momentbalanse

Dette er de opprinnelige rateligningene fra gass løft modellen utviklet av Havre [9].

Momentbalansen for en homogen blanding av væske og gass ved konstant strømningsverrsnitt er gitt av Geankoplis [10].

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_m \cdot v_m) = -\frac{\partial}{\partial x}(\rho_m \cdot v_m^2) - \frac{1}{A} \cdot \frac{\partial}{\partial x}(\tau) - \frac{\partial P}{\partial x} + \rho_m \cdot g \cdot \cos \phi \quad (3-21)$$

hvor ρ_m [kg/m³] er tettheten til blandingen av gass og væske, v_m [m/s] er hastigheten til blandingen av gass og væske, τ [N/m] er skjærkraften pr. lengdeenhet i strømningsretningen.

Denne momentbalansen danner grunnlaget for utledningen av rateligningen som beregner masseratene mellom to kontroll-volum. Masseratene vil være gitt i grenseflaten mellom to kontroll-volum. Denne grenseflaten vil ha neglisjerbar utstrekning.

Siden masseraten er gitt i grenseflaten vil følgende forenkling av momentbalansen være gitt. Ingen akkumulering av bevegelsesmengde, ingen endring av potensiell energi og skjærkraften i strømningsretningen blir implementert i en total strømningsmotstand.

Disse antagelsene gir følgende momentbalanse for blandingen på grenseflaten mellom kontroll-volumene

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho_m \cdot v_m^2) = -\frac{\partial P}{\partial x} \quad (3-22)$$

Løsningen av denne ligningen gir

$$\rho_{m,2} \cdot v_{m,b}^2 - (\rho_{m,1} \cdot v_{m,a}^2) = P_a - P_b \quad (3-23)$$

hvor a er randen, nedstrøms, av kontroll-volum 1 og b er randen, oppstrøm, av kontroll- volum 2. Dette forutsetter at tettheten i de to kontroll-volumene er konstant ved et gitt tidssteg.

Siden trykket blir beregnet i midten av kontroll-volumet, må trykket på randen bli korrigert for av det hydrostatiske trykket til blandingen. Dette gir følgende beregning av trykkene på randen av kontroll-volumene

$$P_a = P_1 - (\rho_{m,1} \cdot g \cdot h_1) \quad (3-24)$$

$$P_b = P_2 + (\rho_{m,2} \cdot g \cdot h_2) \quad (3-25)$$

hvor h [m] er høyden midt i kontroll-volumet.

Tettheten til blandingen er gitt ved

$$\rho_m = \alpha_g \cdot \rho_g + \alpha_l \cdot \rho_l \quad (3-26)$$

Masseraten gjennom et gitt tverrsnitt vil være konstant ved et gitt tidssteg

$$\rho_{m,1} \cdot v_{m,a} \cdot A_a = \rho_{m,2} \cdot v_{m,b} \cdot A_b \quad (3-27)$$

Tversnittet i rørledningen er konstant. Ved å løse denne ligningen med hensyn på $v_{m,b}$, og sette dette inn i ligning (3-23) får en følgende sammenheng

$$\rho_{m,1} \cdot \left(\frac{\rho_{m,1}}{\rho_{m,2}} - 1 \right) \cdot v_{m,a}^2 = P_a - P_b \quad (3-28)$$

Leddet $\left(\frac{\rho_{m,1}}{\rho_{m,2}} - 1 \right)$ går inn i en total strømningsmotstand, og hastigheten i grenseflaten ved positiv strømningsretning ($P_a > P_b$) er da gitt ved

$$v_m = f_{m,p} \cdot \frac{1}{\sqrt{\rho_{m,1}}} \cdot \sqrt{P_a - P_b} \quad (3-29)$$

hvor $f_{m,p}$ [-] er en friksjonsfaktor for positiv strømningsretning.

Ved å gange med tettheten ρ_m og rør tverrsnittet A [m^2] blir masseraten til blandingen

$$w_m = f_{m,p} \cdot \sqrt{\rho_{m,1}} \cdot \sqrt{P_a - P_b} \cdot A \quad (3-30)$$

Ved positiv strømningsretning blir variablene fra kontroll-volum 1 brukt til å beregne masseratene og hastighetene til gass og væskefasen. Denne forutsetningen bygger på at rateberegningen skal representeres mellom de to rørseksjonene. Det vil da være naturlig at det er egenskapene til rørseksjonen strømmingen kommer fra som vil være representativ for egenskapene til strømmingen.

Gassraten w_g [kg/s] ved positiv strømningsretning er gitt ved følgende uttrykk

$$w_g = w_m \cdot x_{g,1} \quad (3-31)$$

hvor x_g [-] er massefraksjonen til gass.

Gasshastigheten v_g [m/s] ved positiv strømningsretning er gitt ved

$$v_g = \frac{w_g}{\rho_{g,1} \cdot A \cdot \alpha_g} \quad (3-32)$$

Væskeraten w_l [kg/s] for positiv strømningsretning er gitt ved

$$w_l = w_m \cdot (1 - x_{g,1}) \cdot \frac{abs(v_g)}{k_p} \quad (3-33)$$

hvor k_p [m/s] er en faktor for å normalisere gasshastigheten i positiv strømningsretning. v_g/k_p er et ledd for å korrigere for at væske blir dratt med av gassen pga. skjærkrefter mellom gass og væskefasen. Denne faktoren skal alltid være positiv da retningen på strømmingen er gitt av raten til blandingen, w_m .

Væskehastigheten v_l [m/s] blir beregnet ved ligning (3-34)

$$v_l = \frac{w_l}{\rho_l \cdot A \cdot \alpha_l} \quad (3-34)$$

Ved negativ strømningsretning ($P_b > P_a$) beregnes den totale raten ved ligning (3-35)

$$w_m = -f_{m,n} \cdot \sqrt{\rho_{m,2}} \cdot \sqrt{P_b - P_a} \cdot A \quad (3-35)$$

w_g , w_l , v_g og v_l beregnes som beskrevet men variablene fra kontroll-volum 2 brukes, og friksjonsfaktoren $f_{m,n}$ og normaliseringsfaktoren k_n gjelder for negativ strømming.

Disse ligningene er implementert i Matlab funksjonen Rate1.m, og er gitt i bilag B.

3.3.2 Rateligning utledet fra en felles momentbalanse og slug relasjon

Den totale hastigheten for blandingen v_m blir beregnet med ligning (3-29) for positiv strømningsretning og ligning (3-36) for negativ strømningsretning.

$$v_m = -f_{m,n} \cdot \frac{1}{\sqrt{\rho_{m,2}}} \cdot \sqrt{P_b - P_a} \quad (3-36)$$

Ved positiv strømningsretning ($P_a > P_b$) brukes variablene fra kontroll-volum 1 til å beregne relasjonene i slug strømnings modellen. Ved negativ strømningsretning brukes variablene fra kontroll-volum 2. Disse relasjonene er kun gyldig for ren slug strømning og er hentet fra Bendiksen et. al. [2].

Sammenhengen mellom gass og væskehastigheten i slug strømningen er gitt av ligning (3-37)

$$v_m = \alpha_g \cdot v_g + \alpha_l \cdot v_l \quad (3-37)$$

Gasshastigheten blir relatert til væskehastigheten ved en slipp relasjon

$$v_g = S_D \cdot (v_l + v_r) \quad (3-38)$$

hvor S_D [-] er et distribusjons slipp-forhold gitt ved

$$S_D = \frac{1 - \alpha_g}{\frac{1}{C_0} - \alpha_g} \quad (3-39)$$

og C_0 [-] er en distribusjon slipp parameter som blir beregnet med ligning (3-40)

$$C_0 = 1,05 - (0,15 \cdot \sin^2 \theta) \quad (3-40)$$

hvor θ [rad] er den positive strømningsvinkelen.

v_r [m/s] er den relative hastigheten mellom væske og gass, og er gitt for slug strømning

$$v_r = \frac{v_0}{C_0 \cdot (1 - \alpha_g)} \quad (3-41)$$

Boblehastigheten v_0 [m/s] i slug strømning blir beregnet ved

$$v_0 = \sqrt{g \cdot d} \cdot (0,35 \cdot \sin \theta + 0,54 \cdot \cos \theta) \quad (3-42)$$

Ved å kombinere ligning (3-37) og ligning (3-38) får en følgende uttrykket for væskehastigheten

$$v_l = \frac{v_m - (S_D \cdot \alpha_g \cdot v_r)}{\alpha_g \cdot S_D + \alpha_l} \quad (3-43)$$

Gassraten blir gitt ved

$$w_g = \rho_g \cdot v_g \cdot A \cdot \alpha_g \quad (3-44)$$

og væskeraten

$$w_l = \rho_l \cdot v_l \cdot A \cdot \alpha_l \quad (3-45)$$

hvor ρ_g , α_g og α_l vil være avhengig av strømningsretningen.

Disse ligningene er implementert i Matlab funksjonen Rate2.m, og er gitt i bilag C.

3.4 RATELIGNINGER UTLEDET FRA TO MOMENTBALANSER

3.4.1 Rateligning utledet fra to momentbalanser

I følge Wallis [11] kan en anta tofase strømning i to tenkte sylindere hvor summen av tverrsnittet av disse to sylindere er tverrsnittet av røret. Trykkfallet i hver av de tenkte sylindere er lik trykkfallet i den virkelige strømningen. Dette trykkfallet blir beregnet for hver av fasene i de to tenkte sylindere ut fra enfase teori.

Momentbalansen til gass og væskefasen i tofase strømning er gitt av ligning (3-3) og (3-4), kap. 3.1.1. Masseraten til gass og væske blir beregnet på grenseflaten mellom kontrollvolumene, og dette prinsippet er beskrevet i kap. 3.3.1. Ved utledningen av rateligningen fra en felles momentbalanse brukte man følgende antagelser, ingen akkumulering av bevegelsesmengde på grenseflaten, ingen endring av potensiell energi siden det ikke er noen endring av høyden, tverrsnittet i røret er konstant og skjærkreftene fra veggen blir implementert i en felles friksjonsfaktor. Ved bruk av to momentbalanser vil det også være skjærkrefter mellom fasene, disse skjærkreftene vil også inngå i den totale friksjonsfaktoren for hver av fasene i denne utledningen.

Dette gir en forenklet momentbalanse for gass og væskefasen

$$\frac{\partial}{\partial x}(\alpha_g \cdot \rho_g \cdot v_g^2) = -\alpha_g \frac{\partial P}{\partial x} \quad (3-46)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\alpha_l \cdot \rho_l \cdot v_l^2) = -\alpha_l \frac{\partial P}{\partial x} \quad (3-47)$$

Etter samme løsningsmetode som ble brukt i kap. 3.3.1, er masseraten til gass gitt ved

$$w_g = f_{g,p} \cdot \sqrt{\rho_{g,1}} \cdot \sqrt{P_{a,g} - P_{b,g}} \cdot A \cdot \alpha_{g,1} \quad (3-48)$$

$$P_{a,g} = P_1 - (\rho_{g,1} \cdot g \cdot h_1) \quad (3-49)$$

$$P_{b,g} = P_2 + (\rho_{g,2} \cdot g \cdot h_2) \quad (3-50)$$

og for gasshastigheten

$$v_g = \frac{w_g}{\rho_{g,1} \cdot A \cdot \alpha_{g,1}} \quad (3-51)$$

Disse ligningene gjelder for positiv strømningsretning ($P_{a,g} > P_{b,g}$).

For negativ strømningsretning ($P_{b,g} > P_{a,g}$) gjelder følgende uttrykk for gassfasen.

$$w_g = -f_{g,n} \cdot \sqrt{\rho_{g,2}} \cdot \sqrt{P_{b,g} - P_{a,g}} \cdot A \cdot \alpha_{g,2} \quad (3-52)$$

$$v_g = \frac{w_g}{\rho_{g,2} \cdot A \cdot \alpha_{g,2}} \quad (3-53)$$

Rateligning for væskefasen blir beregnet likt som for gassfasen men med utgangspunkt i ligning (3-46).

Dette gir følgende uttrykk for væskefasen ved positiv strømning ($P_{a,l} > P_{b,l}$)

$$w_l = f_{l,p} \cdot \sqrt{\rho_l} \cdot \sqrt{P_{a,l} - P_{b,l}} \cdot A \cdot \alpha_{l,1} \quad (3-54)$$

$$P_{a,l} = P_1 - (\rho_l \cdot g \cdot h_1) \quad (3-55)$$

$$P_{b,l} = P_2 + (\rho_l \cdot g \cdot h_2) \quad (3-56)$$

$$v_l = \frac{w_l}{\rho_l \cdot A \cdot \alpha_{l,1}} \quad (3-57)$$

og ved negativ strømningsretning ($P_{b,l} > P_{a,l}$)

$$w_l = -f_{l,n} \cdot \sqrt{\rho_l} \cdot \sqrt{P_{b,l} - P_{a,l}} \cdot A \cdot \alpha_{l,1} \quad (3-58)$$

$$v_l = \frac{w_l}{\rho_l \cdot A \cdot \alpha_{l,2}} \quad (3-59)$$

Disse ligningen er implementert i Matlab funksjonen Rate3.m, bilag D.

3.4.2 Rateligning utledet fra to momentbalanser og med interaksjon mellom fasene

Momentbalansen for gass og væskefasen med interaksjon mellom fasene vil være gitt av ligning (3-60) og (3-61), hvor man bruker samme antagelser som i kap. 3.4.1, men man tar hensyn til skjærkreftene mellom gass og væskefasen.

$$\frac{\partial}{\partial x}(\alpha_g \cdot \rho_g \cdot v_g^2) = -\alpha_g \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{1}{A} \cdot \Gamma_{gi} \quad (3-60)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\alpha_l \cdot \rho_l \cdot v_l^2) = -\alpha_l \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{1}{A} \cdot \Gamma_{li} \quad (3-61)$$

For slug strømming vil skjærkreftene i fasegrensen som virker på gass og væskefasen være like store men motsatt rettet, og denne kraften vil være gitt av følgende sammenheng

$$\Gamma_{li} = -\Gamma_{gi} = \frac{1}{2} \cdot \lambda_i \cdot \rho_l \cdot v_r^2 \cdot \frac{\alpha_g}{L} \cdot A \quad (3-62)$$

hvor λ_i [-] er friksjonsfaktor i fasegrensen, v_r [m/s] er relativ hastighet mellom gass og væske og er gitt av ligning (3-41).

Ved å bruke samme løsningsmetode som kap.3.4.1, gir dette følgende uttrykk for gassraten ved positiv strømningsretning

$$w_g = f_{g,p} \cdot \sqrt{\rho_{g,1}} \cdot \sqrt{P_{a,g} - P_{b,g} - (f_i \cdot \rho_l \cdot v_r^2)} \cdot A \cdot \alpha_{g,1} \quad (3-63)$$

hvor trykket $P_{a,g}$ og $P_{b,g}$ er gitt av ligning (3-49) og (3-50). Gasshastigheten er gitt ved ligning (3-51).

For negativ strømningsretning er gassraten uttrykt ved

$$w_g = -f_{g,n} \cdot \sqrt{\rho_{g,2}} \cdot \sqrt{P_{b,g} - P_{a,g} - (f_i \cdot \rho_l \cdot v_r^2)} \cdot A \cdot \alpha_{g,2} \quad (3-64)$$

og gasshastigheten blir beregnet av ligning (3-53).

Rateligningen for væskefasen beregnes etter samme prinsipp som for gassraten, og er gitt ved

$$w_l = f_{l,p} \cdot \sqrt{\rho_l} \cdot \sqrt{P_{a,l} - P_{b,l} + f_i \cdot \frac{\alpha_{g,1}}{\alpha_{l,1}} \cdot \rho_l \cdot v_r^2} \cdot A \cdot \alpha_{l,1} \quad (3-65)$$

Trykket er gitt av ligning (3-55) og (3-56). Væskehastigheten beregnes ved ligning (3-57). Disse uttrykkene gjelder for positiv strømningsretning.

For negativ strømningsretning er væskeraten gitt ved

$$w_l = -f_{l,n} \cdot \sqrt{\rho_l} \cdot \sqrt{P_{b,l} - P_{a,l} + f_i \cdot \frac{\alpha_{g,2}}{\alpha_{l,2}} \cdot \rho_l \cdot v_r^2} \cdot A \cdot \alpha_{l,2} \quad (3-66)$$

og væskehastigheten av ligning (3-59).

Disse ligningen er implementert i Matlab funksjonen Rate4.m, og er gitt i bilag E.

3.4.3 Rateligning utledet fra to momentbalanser og med korreksjon for ulike egenskaper for kontroll-volumene

Rateligningen for gassfasen er gitt ved den generelle rateligningen som er utviklet i kap. 3.4.1, men det hydrostatiske trykket til gassen blir neglisjert. Ved å anta et gitt trykk P' mellom de to rørseksjonene vil en ha følgende sammenheng for raten over de to kontroll-volumen når man antar at trykket beregnes i midten av kontroll-volumene.

$$w_g = f_g \cdot \sqrt{\rho_{g,1}} \cdot \sqrt{P_1 - P'} \cdot A \cdot \alpha_{g,1} = f_g \cdot \sqrt{\rho_{g,2}} \cdot \sqrt{P' - P_2} \cdot A \cdot \alpha_{g,2} \quad (3-67)$$

Ved å eliminere P' får en følgende uttrykk for gassraten ved positiv strømningsretning

$$w_g = f_{g,p} \cdot \sqrt{\frac{1}{C_g}} \cdot \sqrt{P_1 - P_2} \quad (3-68)$$

hvor C_g [1/kg m] er gitt ved ligning (3-69)

$$C_g = \frac{1}{(A \cdot \alpha_{g,1})^2 \cdot \rho_{g,1}} + \frac{1}{(A \cdot \alpha_{g,2})^2 \cdot \rho_{g,2}} \quad (3-69)$$

Gasshastigheten får formen

$$v_g = w_g \cdot A \cdot C_g \quad (3-70)$$

Ved negativ strømningsretning vil gassraten være gitt av

$$w_g = -f_{g,n} \cdot \sqrt{\frac{1}{C_g}} \cdot \sqrt{P_2 - P_1} \quad (3-71)$$

og gasshastigheten beregnes som i ligning (3-70).

Rateligningen for væskefasen vil ha samme form som for gassfasen, men for væskefasen må en ta hensyn til det hydrostatiske trykke til væskesøylen. Dette trykket er gitt av ligning (3-55) og (3-56). Rateligningen mellom to kontroll-volum har da formen

$$w_l = f_l \cdot \sqrt{\rho_l} \cdot \sqrt{P_a - P'} \cdot A \cdot \alpha_{l,1} = f_l \cdot \sqrt{\rho_l} \cdot \sqrt{P' - P_b} \cdot A \cdot \alpha_{l,2} \quad (3-72)$$

Ved og eliminere trykket P' , og løse ligning (3-72) med hensyn på væskehastigheten, gir dette følgende rateligning

$$w_l = f_{l,p} \cdot \sqrt{\frac{1}{C_l}} \cdot \sqrt{(P_1 - P_2) - (\rho_l \cdot g \cdot (h_1 - h_2))} \quad (3-73)$$

hvor C_l [1/kg m] er gitt ved ligning (3-74)

$$C_l = \frac{1}{(A \cdot \alpha_{l,1})^2 \cdot \rho_l} + \frac{1}{(A \cdot \alpha_{l,2})^2 \cdot \rho_l} \quad (3-74)$$

og væskehastigheten blir beregnet ved ligning (3-75)

$$v_l = w_l \cdot A \cdot C_l \quad (3-75)$$

Ved negativ strømningsretning er rateligningen gitt ved ligning (3-76), og væskehastigheten blir beregnet som i ligning (3-75).

$$w_l = -f_{l,n} \cdot \sqrt{\frac{1}{C_l}} \cdot \sqrt{(P_2 - P_1) - (\rho_l \cdot g \cdot (h_1 - h_2))} \quad (3-76)$$

C_l er gitt i ligning (3-74).

Disse ligningen er implementert i Matlab funksjonen Rate5.m, bilag F.

3.4.4 Ratefunksjon med forandring av strømningsregime

Hydrodynamisk slug strømning er vist i figur 2-1 og fra figuren vil væskesluggen dekke hele strømningsstverrsnittet. Gass-boblen vil ligge foran og bak væskesluggen. Dette er også tilfellet ved terrengindusert slug. Væsksluggen fører til at gassen blir blokkert, og det vil kun være transport av gass gjennom væskesluggen av gassbobler med en hastighet v_0 . Dette strømningsmønsteret er forskjellig fra stratifisert strømning. I stratifisert strømning vil gass og væskefasen være delt i to strømningsenheter hvor gassen strømmer fritt over væskefasen.

Ved modellering av slug strømning må en kunne skifte strømningsregime fra stratifisert strømning og over til slug strømning. Da kontroll-volumet er bygd opp slik at det kun gir gjennomsnittlige verdier av væske volumfraksjonen, og ikke hvordan væske volumfraksjonen forandrer seg langs lengderetningen på kontroll-volumet, må en ha en parameter som bestemmer når en har overgang til slug strømning.

Overgangen fra stratifisert til slug strømning bestemmes ut fra en maksimal grense på den gjennomsnittlige væske volumfraksjonen i kontroll-volumet. Ved en gitt øvre grense for det enkelte kontroll-volum vil friksjonsmotstanden på væskeraten bli forandret slik at det blir modellert slug strømning. Dette kommer av at strømningsmotstanden vil være avhengig av strømningsregimet, OLGA [7].

Når væske volumfraksjonen har kommet under en gitt nedre grense ved at væskesluggen har blitt transportert ut av kontroll-volumet, vil friksjonsmotstanden igjen bli forandret til verdien som vil gjelde for stratifisert strømning.

Denne modelleringen av væskefasen fører til at man har en slugg genereringsfase som er styrt av friksjonsmotstanden i stratifisert strømning og det hydrostatiske trykket. Når væskesluggen strømmer ut av kontroll-volumet fordi trykket bak væskesluggen er stort nok, blir denne strømningsfasen styrt av strømningsmotstanden i slug strømningen. Ved riktig modellering og kobling av disse to fasene vil man oppnå strømningsmønsteret til terrengindusert slug strømning for væskefasen.

Gassraten har en variabel friksjonsmotstand som er gitt av væske volumfraksjonen i kontroll-volumet. Fra figur G-1, ser en at det er en klar sammenheng mellom gassraten og væske volumfraksjonen. Figuren viser at når gassraten har sin maksimale verdi vil væske volumfraksjonen være på et minimum, og i motstatt tilfelle når gassraten er på sitt minimum.

En lineær sammenheng mellom friksjonsparameteren til gassraten og væske volumfraksjonen i kontroll-volumet er gitt av ligning (3-77)

$$f_{gp} = f_{gp, max} - k_g(\alpha_{l, 1} - \alpha_{l, min}) \quad (3-77)$$

hvor $f_{gp, max}$ [-] er friksjonskoeffisienten til gassfasen ved stratifisert strømning, k_g [-] er en konstant og $\alpha_{l, min}$ [-] er den minste verdien på væske volumfraksjonen i kontroll-volumet.

Denne sammenhengen er implementert i Matlab-funksjonen Rate6.m, bilag H, og funksjonen bruker de samme rateligningen som er gitt i kap. 3.4.1.

3.5 VENTILLIGNINGENE

3.5.1 Ventilligningen utledet fra en momentbalanse

Ventilligningen for en felles masserate er utviklet fra ligning (3-30) og er gitt ved

$$w_m = f_{mp} \cdot \sqrt{\rho_{m, 1}} \cdot \sqrt{P_a - P_{rand}} \cdot A_{v, fritt} \quad (3-78)$$

hvor P_{rand} [bar] er randbetingelsen til trykket, $A_{v,fritt}$ [m²] er fritt strømningsareal i ventilen. P_a er gitt av ligning (3-24) og ρ_m av ligning (3-26). Ventilkarakteristikken er lineær, og fritt strømningsareal i ventilen er da gitt ved

$$A_{v,fritt} = A_v \cdot v_p \quad (3-79)$$

hvor A_v [m²] er tverrsnittarealet i ventilen og v_p [-] er ventilåpningen. Denne ventilligningen gjelder for positiv strømningsretning. For negativ strømningsretning vil masseraten bli satt til null da ventilen implementeres som en choke ventil.

Gassraten er gitt av ligning (3-31) og væskeraten av ligning (3-33). Gasshastigheten beregnes av ligning (3-32) og vækehastigheten av ligning (3-34), men arealet i ligningen er nå fritt strømningsareal i ventilen.

Ventilligningen for en felles masserate er implementert i Matlab-funksjonen Valve1.m, bilag I.

3.5.2 Ventilligningen utledet fra to momentbalanser

Utledningen tar utgangspunkt i rateligningene som er utviklet for gass og væskefasen i kap. 3.4.1.

Ventilligningen for gassfasen er utviklet fra ligning (3-48) og vil ha følgende form hvis en antar lineær ventilkarakteristikk og fritt strømningsareal for gassen i ventilen er gitt fra gass volumfraksjonen

$$w_g = f_{g,p} \cdot \sqrt{\rho_{g,1}} \cdot \sqrt{P_{a,g} - P_{rand}} \cdot A_{v,fritt} \cdot \alpha_{g,1} \quad (3-80)$$

hvor $P_{a,g}$ er gitt av ligning (3-49) og $A_{v,fritt}$ av ligning (3-79). Gasshastigheten i ventilen blir bestemt av ligning (3-51) hvor arealet er gitt av fritt strømningsareal i ventilen.

Væskefasen vil være utledet på samme måte som for gassfasen, men med utgangspunkt i ligning (3-54).

$$w_l = f_{l,p} \cdot \sqrt{\rho_l} \cdot \sqrt{P_{a,l} - P_{rand}} \cdot A_{v,fritt} \cdot \alpha_{l,1} \quad (3-81)$$

hvor $P_{a,l}$ er gitt av ligning (3-55) $A_{v,fritt}$ av ligning (3-79). Væskeshastigheten i ventilen beregnes fra ligning (3-57) hvor arealet er gitt av fritt strømningsareal i ventilen.

Siden ventilen implementeres som en choke ventil, vil gass og væskeraten ved negativ strømningsretning bli satt til null.

Utleddningen av ventilligningen gjelder for modelleringsprinsippene bak Rate3, men samme fremgangsmåte med utgangspunkt i de andre rateligningen vil gi ventilligningen for de andre tilfellene.

Denne type ventilligning er implementert i Matlab-funksjonen Valve3.m, bilag J og i Valve 6, bilag K, som bruker prinsippene for gass og væskeraten fra kap. 3.4.4.

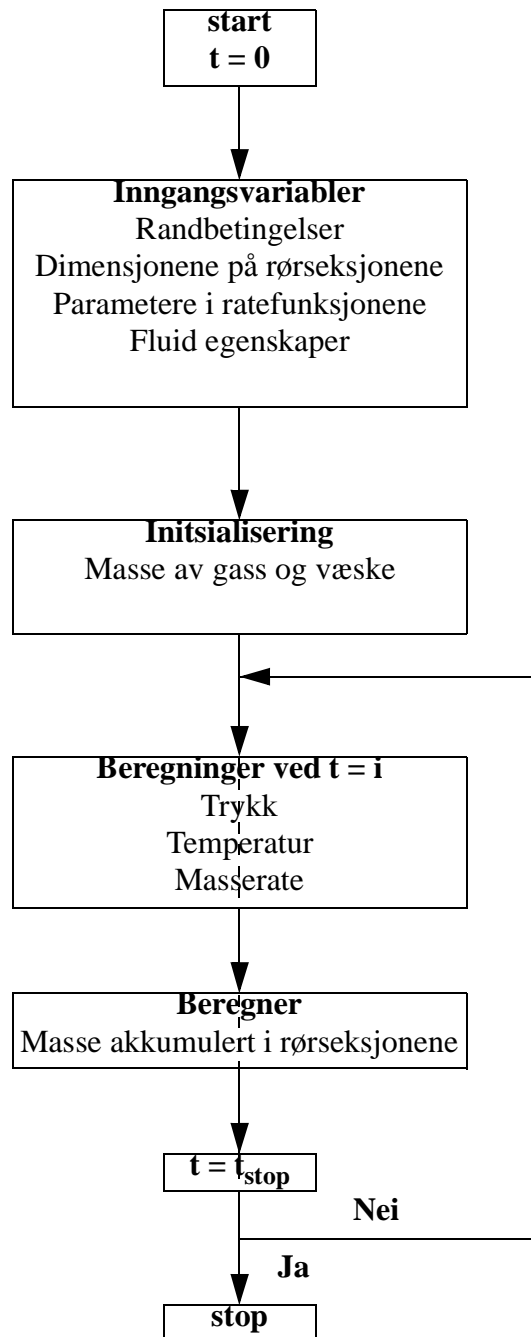
3.6 IMPLEMENTERING AV RØRLEDNINGEN I MATLAB

Rørledningsmodellen er implementert i Simulink, bilag L, og består av generelle rate og kontroll-volum blokker som er koblet sammen med vektorer. I tillegg er det en ventilblokk og en funksjon, RhoGas.m bilag M, som beregner inngangsvariablene til ventilen fra rand betingelsene. Inngangsvariablene er konstante masserater av gass og væske.

Egenskapene til kontroll-volumene blir bestemt av strukturparameteren Pipe som inneholder høyden, lengden og diameteren på rørseksjonen. Massen av væske og gass initielt er også gitt av denne parameteren. Ratefunksjonenes egenskaper er gitt av strukturparameteren Rate, som inneholder friksjonskoeffisienter og betingelser for de ulike ratefunksjonene. Denne strukturparameteren vil også inneholde strømningsegenskapene til ventilen. Dimensjonen på ventilen er gitt av Valve. De termodynamiske dataene og egenskapen til væsken blir gitt av strukturparameteren FLUID.

Ved denne strukturen på rørledningsmodellen vil det være enkelt og forandre både egenskapene til rørledningen og strømningsegenskapene i rørledningen.

Løsningsalgoritmen til systemet er gitt i figur 3-1.



Figur 3-1: Løsningsalgoritmen til systemet

4 CASE BESKRIVELSE

Rørledningen som brukes i case studiet er en trefase rørledning som frakter olje, vann og gass fra plattformen Hod til plattformen Valhall. Rørledningen blir simulert som en tofase rørledning ved at olje og vannfasen blir betraktet som en fase. Denne rørledningen er simulert i OLGA, og simuleringresultatene brukes som sammenligningsgrunnlag for de modellene som utvikles i Matlab. Data fra OLGA simuleringen er valgt da det finnes få fysiske data fra den virkelige rørledningen.

Rørledningen ble delt inn i 7 kontroll-volum ved simulering i OLGA. Denne inndelingen er gitt i tabell 4-1 og vist grafisk i figur 4-1.

Tabell 4-1: Seksjonsinndelingen av rørledningen mellom Hod og Valhall

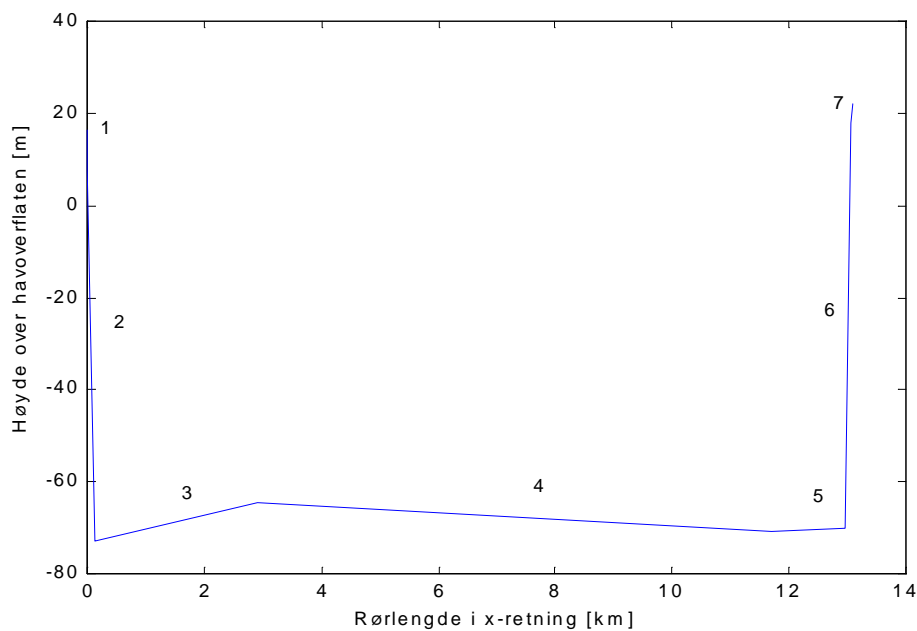
| Seksjon | Høyde [m] | Lengde på rørseksjon [m] |
|---------|-----------|--------------------------|
| 1 | -8.70 | 8.865 |
| 2 | -80.6 | 208.6 |
| 3 | 8.50 | 2752 |
| 4 | -6.50 | 8822 |
| 5 | 1.00 | 1260 |
| 6 | 88.0 | 135.9 |
| 7 | 4.00 | 6.403 |

Ved implementering i Matlab, ble rørledningen delt inn i 6 kontroll-volum ved at seksjon 6 og 7 ble slått sammen. Årsaken til dette er at ventilen i OLGA-simuleringen blir plassert mellom seksjon 6 og 7, men i Matlab modellen blir ventilen modellert på enden av rørledningen.

Fra figur 4-1 er det ventet at det vil oppstå terrengindusert slug mellom rørseksjonene 2-3 og 4-5. Dette kommer av at rørvinkelen går fra negativ til positiv, noe som gir et lavereliggende knekkpunkt hvor det kan oppstå slug generering ved at væsken akkumuleres.

Fra OLGA-simuleringen av rørledningen viser identifikasjonen av strømningsregimet i kontroll-volum 3 at inn i knekkpunktet er strømningsregimet stratifisert, figur N-1, men ut av kontroll-volumet er det slug strømning, figur N-2.

For rørseksjonene 4 og 5, viser identifikaasjonen at ut av volum 4 at man har hovedsaklig stratifisert strømning men slug strømning forekommer i korte perioder, figur N-3. Dette kommer av at når slug strømmingen går fra volum 3 og inn i volum 4 går strømmingen over et høyere liggende knekkpunkt hvor slug enheten kan forsvinne. Det gir et annet strømningsmønster som i dette tilfellet vil være stratifisert. Dette strømningsmønsteret er det dominerende i området.



Figur 4-1: Rørprofilen til rørledningen mellom Hod og Valhall

Ut av volum 5 har en også en blanding av stratifisert og slug strømning, figur N-4, men det dominerende strømningsregimet vil være slug strømning. Det har derfor skjedd en slug generering i det lavereliggende knekkpunktet mellom kontroll-volum 4 og 5.

For rørseksjonen 5-6 vil det også oppstå terrengindusert slug, noe som kommer av at rørseksjon 6 har en kraftig stigning. Dette fører til at det blir akkumulert væske i bunnen av riseren og det oppstår slug generering. Figur N-5 viser at ut av seksjon 6 er det ren slug strømning.

5 RESULTATER

5.1 TEST AV LIGNINGENE I KONTROLL-VOLUMET MOT OLGA-SIMULERINGEN

Funksjonen Mass.m, bilag O, ble brukt til å beregne akkumulert masse av gass og væske i kontroll-volum 5 for hvert tidsskritt ut fra OLGA-simuleringen av rørledningen. Vektoren med akkumulert masse ble brukt til å beregne variablene i kontroll-volumet. Dette blir utført av funksjonen CV.m, bilag O, som er en vektorisert form av CVLG.m, bilag A, og brukes i Simulink modellen av rørledningen. Variablene trykk, temperatur, væske volumfraksjonen og tettheten til gassen som ble beregnet med funksjonen CV.m ble sammenlignet med simuleringene fra OLGA, og er gitt i bilag P.

Resultatene av sammenligningen og antagelsen som danner grunnlaget for modelleringen av kontroll-volumet er diskutert i kap. 6.1.

5.2 TEST AV RATEFUNKSJONENE MOT OLGA-SIMULERINGEN

De forskjellige ratemodellene ble testet mot OLGA-simuleringen av rørledningen ved at inngangsvariablene til ratefunksjonen ble hentet fra OLGA-simuleringen. Fra disse variablene ble masseratene mellom rørseksjonene beregnet. Ved å plote de beregnede masseratene fra ratefunksjonen mot masseratene beregnet av OLGA, ble motstandskoeffisientene i ratefunksjonen tunet grafisk. Det ble også undersøkt om det var samsvar mellom de to rateberegningene.

Rateberegningene som ble undersøkt var ratene mellom kontroll-volum 4-5 og 5-6. Begge disse områdene vil gi opphav til terrengindusert slug, men de vil ha forskjellig strømningsdynamikk.

Sammenligning av ratefunksjonene mot OLGA-simuleringen er vist grafisk i bilag Q til V, og diskusjonen av resultatene fra denne sammenligningen er gitt i kap. 6.2.

5.3 TEST AV VENTILLFUNKSJONEN MOT OLGA-SIMULERINGEN

Masseratene i ventilen ble beregnet av ventillfunksjonen ved at inngangsvariablene ble hentet fra rand betingelsen og OLGA-simuleringen. Disse beregningene ble sammenlignet og

tunet grafisk mot OLGA-simuleringen av ventilen, og resultatene er gitt i bilag W. Resultatene av denne sammenligningen er diskutert i kap. 6.3.

5.4 IMPLEMENTERING AV HELE RØRLEDNINGEN

Ratefunksjonen Rate 1 og ventilfunksjonen Valve 1, ble implementert i rørledningsmodellen sammen med funksjonen for kontroll-volumet. Friksjonskoeffisientene for de ulike ratefunksjonen ble tunet grafisk mot OLGA-simuleringen, og den initielle massen til gass og væske ble også hentet fra denne simuleringen. Dette ble også gjort med ratefunksjonen Rate 6 og ventilfunksjonen Valve 6, men i dette tilfellet ble bare de to siste kontroll-volumene i rørledningen simulert.

Resultatene fra simuleringene er vist grafisk i bilag X og Y, og diskusjonen av resultatene er gitt i kap. 6.4.

.

6 DISKUSJON

6.1 KONTROLL-VOLUMET

I kontroll-volumet er det antatt adiabatisk tilstand, noe som innebærer at varmetapet fra rørledningen er neglisjerbart. Dette vil være en rimelig antagelse, da et stort varmetap i rørledningen vil gi prosessstekniske problemer. En må derfor anta at ved design av rørledningen har en tatt hensyn til at varmetapet skal være minst mulig. Ved å anta adiabatisk tilstand vil temperaturen i kontroll-volumet være bestemt av trykket.

Konserveringsligningen for gass og væskefasen er to uavhengige ligninger som ikke er koblet gjennom en masseoverføring mellom fasene. Da trykk, 6.2-10.5 [bar], og temperatur, 302-323 [K], i rørledningen er lavt vil denne masseoverføringen være neglisjerbar.

Væsken er antatt å være inkompressibel, noe som er rimelig da trykket i rørledningen er lavt. Tettheten til gassens avhengighet av trykket langs rørledningen blir neglisjert. Dette fører til at tettheten til gassfasen vil være konstant i hele kontroll-volumet ved et gitt tidssteg. Resultatet av denne antagelsen er at trykket som beregnes på randen av kontroll-volumet, vil være feil. Årsaken er at trykket beregnes i midten av kontroll-volumet for så og bli korrigert for av det hydrostatiske trykket på enden av kontroll-volumet.

Denne feilen vil ha størst effekt ved høye trykk og når det hydrostatiske trykket til gassfasen er stort. Trykket i rørledningen er lavt og det hydrostatiske trykket til gassfasen er lite da tettheten til gassen er lav. Dette vil gjelde for en ratefunksjon som består av en rateligning for hver av fasene. Ved bruk av en felles rateligning hvor man bruker tettheten til blandingen, vil denne effekten også være neglisjerbar. Dette kommer av at ved beregning av tettheten til blandingen, vil tettheten til væsken være den dominerende faktoren, noe som vil føre til at feil i gasstettheten vil være neglisjerbar i forhold til tettheten til blandingen. Ut fra disse betraktningene vil denne feilen ha liten betydning for beregning av gassraten.

Trykket blir beregnet ut fra en isentropisk prosess som blir kombinert med den ideelle gassloven. Dette betyr at det blir antatt adiabatisk tilstand, friksjonen til gassfasen er neglisjerbar og gassen kan betraktes som ideell. Gassen vil ikke være ideell, og det vil være friksjon knyttet til gassfasen, men ut fra et modelleringshensyn vil dette allikevel være rimelige antagelser ut fra den usikkerhet som ligger i modellen.

Trykk og temperatur er bestemt ut fra gassens egenskap, og blir senere korrigert for av væskefasen slik at det blir beregnet trykk og temperatur for blandingen. Ligningen som beskriver trykk og temperatur løses sekvensielt og ikke simultant. Dette er gjort ut fra programmerings hensyn.

Temperaturen til blandingen blir beregnet fra en blandingsrelasjon. I beregningen er det antatt at temperaturen til gassen kan beregnes fra en adiabatisk tilstand, og at temperaturen til væsken er konstant. Dynamikken i temperaturen vil ligge i gassfasen, og kommer av trykkavhengigheten.

I bilag P er trykk, temperatur, væske volumfraksjonen og tettheten til gassen beregnet for kontroll-volum 5 og sammenlignet med OLGA-simuleringen. Figurene viser at det er bra samsvar med OLGA-simuleringen for alle de beregnede variablene. Kontroll-volum 5 ble valgt da dette volumet har store variasjoner i de undersøkte variablene. Det er også størst variasjoner i gass og væskeratene fra dette volumet. Det er da avgjørende at variablene beregnes riktig i dette området for å oppnå de ønskede effektene i modellen av rørledningen.

6.2 RATELIGNINGENE

6.2.1 Rate 1

Rateligningen er utviklet fra en felles momentbalanse hvor det beregnes en felles masserate for blandingen. Dette forutsetter et homogent strømningsregime av væske og gass, noe som vil si at gass og væske strømmer i samme retning og har like strømningssegenskaper. Motstandskoeffisienten vil gjelde for blandingen, og denne antas konstant for en gitt strømningsretning.

Siden det beregnes en felles masserate, trenger man en sammenheng for gass og væskeraten. Denne sammenhengen er bestemt ut fra massefraksjonen til de to fasene. I tillegg blir det ved beregning av væskeraten korrigert for at gassen river med seg væske pga. skjærkrefter mellom gass og væskefasen. Denne faktoren vil ha betydning ved høye gassrater og stort hydrostatisk trykk av væskesøylen.

For gassraten beregnet mellom volum 4 og 5, figur Q-1, er det bra samsvar mellom den beregnede raten og OLGA-simuleringen. Væskeraten, figur Q-3, gir samme respons, men væskeraten vil være lavere i området hvor væskesluggen genereres enn det simuleringen fra

OLGA viser. Dette kommer av den sterke koblingen mellom væske og gassfasen som er gitt av betingelsen om homogen strømning.

Rateberegningene for ratene mellom volum 5 og 6, figur Q-2 og Q-4, har en annen type dynamikk i slug-oppbyggingen. I denne delen vil det hydrostatiske trykket være stort pga. den store positive rørinkelen på volum 6. Dette fører til at det ikke vil være noe væsketransport ut av kontroll-volumet i slug genereringsfasen. Da gassfasen er koblet til væskefasen gjennom en felles masserate, vil det også føre til at gassraten er stengt i denne fasen. Fra figur Q-2 vil dette ikke være riktig da OLGA-simuleringen viser at det alltid vil være gasstransport i dette området. Da det hydrostatiske trykket styrer akkumuleringsfasen, vil strømningsfasen bli bestemt av tuningen på ratefunksjonen. Væskeraten har en kraftig puls og medfører at det må tunes relativt hardt.

Når væskesluggen blir presset gjennom rørseksjonen, vil en med denne type rateligning få en selvforsterkende effekt som fører til at masseratene til gass og væske øker kraftig. Dette vil komme av koblingen mellom tettheten til blandingen og væske volumfraksjonen. Når væske volumfraksjonen avtar vil også tettheten til blandingen avta. Dette fører til at den drivende trykkforskjellen blir mindre, da den drivende trykkforskjellen i stor grad er bestemt av det hydrostatiske trykket som blir beregnet av tettheten til blandingen. Da gassraten ut av volumet vil være større enn den inngående, vil trykket falle raskt og masseratene ut av kontroll-volumet vil avta. Dette fører til de store sykliske variasjonen i masseratene som oppstår i terrengindusert slug strømning.

Betingelsen om homogen strømning fører til at ved tuning av motstandskoeffisienten må gassraten tunes først da det er en direkte sammenheng mellom motstandskoeffisienten og gassraten. For væskeraten vil en kunne kompensere for manglende respons ved å tune faktoren som skal gi effekten av at gass river med seg væske. Selv om de to fasene kan tunes ulikt, vil de ikke være dekoblet slik som tilfellet vil være for en rateligning for hver av fasene.

Denne type rateligning for gass og væskefasen er utviklet for å beskrive gass-løft i et offshore riser-system. I forbindelse med dette arbeidet oppdaget man at ustabilitet i et slikt system ga samme strømningskarakteristikk som terrengindusert slug. Dette stemmer godt overens med erfaringene til Jansen [6] som bruker gass-løft for å unngå riserindusert slug. Ved stor nok injeksjon av gass vil man oppnå et stabilt strømningsregime som i følge Taitel [12] vil bestå av boblestrømning eller hydrodynamisk slug strømning.

Ustabiliteten i gass-løft vil komme av hvordan gassinjeksjonen styres gjennom choke ventilen. I terrengindusert slug vil ustabiliteten komme av geometrien i rørledningen. Dette fører til at disse to fenomenene vil ha ulik betingelse for hvordan ustabiliteten oppstår, selv om strømningsmønsteret ved ustabilitet er likt.

6.2.2 Rate 2

Rateligen er utledet etter samme prinsipp som for Rate 1. Det blir beregnet en felles masserate som må kobles gjennom et slipp-forhold mellom gass og væske. Dette slipp-forholdet vil være avhengig av strømningsregimet. For denne ratebergningen er dette slipp-forholdet gitt ut fra en slug strømningsmodell utviklet av Bendiksen et. al. [2].

Siden det er slug generering i de to undersøkte områdene, er det naturlig og anta at en slik modell vil være gyldig. Denne modellen bygger egentlig på en forutsetning at man betrakter slug strømmingen som et sub regime i det totale strømningsregimet. I utledningen av Rate 2 er det antatt at slug strømmingen vil være det dominerende regimet, slik at man kun trenger å modellere slug strømmingen. Fra identifikasjonen av strømningsregimet viser det seg at i begge de undersøkte områdene vil det være en blanding av stratifisert og slug strømming, figur N-3 og N-4, bilag N.

Fra testen av ratefunksjonen viser det seg at gassraten mellom rørseksjonene 4 og 5 gir lite samsvar med OLGA-dataene, figur R-1, ved at variasjonen i gassraten ikke er kraftig nok. Væskeraten, figur R-3, gir derimot ingen samsvar da væskeraten er negativ, mens væskeraten fra OLGA er positiv. Siden det er væskeraten som blir negativ må leddet $S_D \cdot \alpha_g \cdot v_r$ i ligning (3-43) bli for stort i forhold til hastigheten til blandingen v_m . Fra simuleringen viser det seg at den relative hastigheten v_r vil være den avgjørende parameteren som gir negativ væskerate.

For området mellom volum 5 og 6 gir rateberegningene for gass og væskefasen lite samsvar med simulerte data, figur R-2 og R-4. Det er store numeriske problemer, da små endringer i væske volumfraksjonen gir store utslag for beregning av væskeraten.

Antagelsen bak ren slug strømming, og en ratefunksjon utviklet på grunnlag av dette er ikke riktig. Figur N-3 og N-4 viser at det er blanding av forskjellige strømningsregimer i de undersøkte områdene. Rate 1 som er utviklet fra samme momentbalanse, men med et annet slipp-forhold, gir en bedre representasjon av masseratene i disse to områdene.

6.2.3 Rate 3

Denne ratefunksjonen består av to uavhengige rateligninger, en for gass og en for væskefasen. Motstandskoeffisientene for de to fasene tunes uavhengig av hverandre. Dette er i samsvar med prinsippet til Wallis [11], kap 3.4.1.

Ut fra figur S-1 og S-3, bilag S, gir denne rateberegningen for ratene mellom volum 4 og 5 samme respons som OLGA-simuleringen. Dette kommer av at de to fasene kan representeres og tunes uavhengig av hverandre. Dette er ikke tilfellet for Rate 1, bilag Q, hvor koblingen mellom de to fasene fører til at væskeraten er for lav i store områder. Disse to fasene kan dekobles da det hydrostatiske trykket er lavt pga. stigningen på rørseksjon 5 er liten. Dette fører til at effekten av at gass river med seg væske, vil være neglisjerbar for den drivende trykkforskjellen. Fra figur N-3 vil det dominerende strømningsregimet være stratifisert, noe som tilsier at det er liten interaksjon mellom de to fasene.

Rateberegningen for gassfasen mellom volum 5 og 6, figur S-2, viser ikke den samme dynamikken som i OLGA-simuleringen. Væskeraten, figur S-4, har samme respons men er tunet relativt hardt.

Problemet med representasjonen for gassraten mellom volum 5 og 6 kommer av at motstandskoeffisienten til gassfasen er antatt konstant. Dette vil ikke være riktig, da det er en kobling mellom motstanden til gassen og akkumulering av væsken. Denne koblingen er gitt av fritt strømningsareal, som er en funksjon av væske volumfraksjonen. Det viser seg at denne effekten ikke er stor nok til å gi den ønskede responsen til gassfasen.

Gassen sitt hydrostatiske trykk vil være lite og neglisjerbart i forhold til det hydrostatiske trykket til væskesøylen. Dette fører til at ved akkumuleringen av væske må også gassfasen akkumuleres bak væsken slik at det blir en trykkoppbygging. Denne koblingen mellom gass og væskefasen finner sted i Rate 1, men da denne ratefunksjonen bruker en felles masserate til å beregne massratene til de to fasene, blir det en for kraftig kobling mot væskeraten.

Væskefasens akkumulering av masse vil være styrt av det hydrostatiske trykket til væskesøylen som er stort i dette området. Dette fører til at det er kun strømningsfasen til væsken som styres av rateligningen. Væskeraten har en kraftig puls i masseraten og fører til at tuningen av rateligningen for væskefasen vil være kraftig.

6.2.4 Rate 4

Rateberegningen for raten mellom volum 4 og 5 er lik som for Rate 3, da en har antatt at det ikke er noen interaksjon mellom fasene. Dette er vist i figur T-1 og T-3 bilag T. Denne effekten vil ha liten betydning da det er liten stigning på rørseksjon 5, noe som fører til at det hydrostatiske trykket har liten innvirkning på den drivende trykkforskjellen.

Effekten av interaksjon mellom gass og væskefasen vil ha betydning for rateberegningen for væskefasen mellom volum 5 og 6, da det hydrostatiske trykket til væskesøylen er stort. Ved å innføre interaksjon mellom gass og væskefasen vil den drivende trykkforskjellen som skal til for å drive væsken gjennom kontroll-volumet bli mindre. Dette kommer av at man vil ha en effekt av at gass drar med seg væske pga. skjærkrefter mellom fasene.

Interaksjonen mellom gass og væskefasen er bestemt av den relative hastigheten mellom gass og væske og en friksjonsparameter. Den relative hastigheten og friksjonsparameteren blir beregnet ut fra antagelsen om ren slug strømming. Fra argumentasjonen i kap. 6.2.2, vil denne antagelsen ikke være riktig. Dette kan man også se ved å sammenligne figur S-4 og T-4, hvor rateberegningen for væskefasen uten interaksjon mellom fasene for volum 5 og 6 gir bedre samsvar med OLGA-simulering.

Gassraten mellom kontroll-volum 5 og 6 har samme problem som beskrevet i kap. 6.2.3, men pga. interaksjonen mellom gass og væskefasen vil den drivende trykkforskjellen for gassfasen bli større i dette tilfellet.

6.2.5 Rate 5

Dette er en rateligning som er utviklet fra to momentbalanser, men det blir tatt hensyn til at det er forskjellige tilstander i de to kontroll-volumen som rateligningene kobler sammen. I de andre rateligningene er det antatt at det er egenskapene til kontroll-volumet som strømmingen kommer fra som er representativ for egenskapene til strømmingen. Det er også antatt i utledningen av ligningen til gassraten at det hydrostatiske trykket til gassfasen er neglisjerbart.

Sammenligningen med OLGA-simuleringen viser at det er samsvarende verdier for rateberegningen mellom kontroll-volum 4 og 5, figur U-1 og U-3. Det er liten forskjell mellom representasjonen til Rate 3, figur S-1 og S-3, og ratene beregnet av Rate 5. Dette betyr at det hydrostatiske trykket til gassfasen trygt kan neglisjeres. Antagelsen til Rate 3 at det er

egenskapene til kontroll-volumet som strømmingen kommer fra som er representativ for egenskapene til strømmingen er også en bra antagelse, da en ser ut fra figurene at det ikke er noen markante forskjeller mellom de to rateligningene.

Rateberegningen for kontroll-volum 5 og 6 gir de samme responsene som for Rate 3. Gassraten vil ha de samme problemene som beskrevet, kap. 6.2.3.

6.2.6 Ratefunksjon med forandring av strømningsregime

Modellering av dette prinsippet er beskrevet i kap. 3.4.4 og implementert i funksjonen Rate 6, bilag H. Denne funksjonen bruker rateligningen som er utviklet for Rate 3, kap. 3.4.1. Dette fører til at for raten mellom kontroll-volum 4 og 5, vil Rate 3 og Rate 6 gi like resultater. Figur S-1 og S-3 viser bra samsvar med OLGA-simuleringen i dette området for Rate 3, og det vil derfor ikke være nødvendig og legge inn betingelser for væske og gassraten. Problemet for Rate 3 var masseratene mellom kontroll-volum 5 og 6, og da spesielt for gassraten. Rate 6 er derfor kun testet mot OLGA-simuleringen for ratene mellom kontroll-volum 5 og 6, og er gitt i bilag V.

Væskeraten, figur V-2, gir meget bra samsvar med OLGA-simuleringen, og sammenlignet med væskeraten beregnet med Rate 3, figur S-4, er den mye mer presis i sin respons. Denne funksjonen for væskeraten gjør en istand til å tune væskeraten bedre, da man har to forskjellige motstandsparametere alt etter hvilket strømningsregime som befinner seg i rørledningen. Rate 3 gir en bra respons for væskefasen fordi store deler av strømmingen til væskefasen er bestemt av det store hydrostatiske trykket til væskesøylen som fører til at væsken akkumuleres. Dette gjør det mulig og tune aggressivt i strømningsfasen, men det gir seg utslag i numerisk ustabilitet når den drivende trykkforskjellen blir mindre. Dette problemet unngår man med to forskjellige motstandsparametere, da akkumuleringsfasen kan tunes moderate og strømningsfasen aggressivt.

Problemet med denne betingelsen på væskeraten er at man innfører en diskontinuitet i rateligningen og de problemene dette fører til for noen numeriske løsere. Hvis en skal anvende denne rateligningen, må det ikke brukes en numerisk løser som bruker den deriverte for å beregne neste tidssteg.

Variabel strømningsmotstand på gassraten fører til at gassraten mellom kontroll-volum 5 og 6 beregnet med Rate 6 gir samsvarende verdier med OLGA-simuleringen, figur V-1. Sammenlignet med gassraten beregnet med Rate 3, figur S-2, gir en variabel strømningsmotstand en helt annen dynamikk. Da Rate 6 bruker to rateligninger unngår man problemet med at det ikke strømmer noen gass i akkumuleringsfasen til væsken slik som det gjør for Rate 1, figur Q-2.

Andre sammenhenger for variabel strømningsmotstand på gassraten som ikke bygger på en lineær sammenheng kan gi en bedre representasjon for gassraten, men en lineær sammenheng er valgt da den var enkel og implementer og tune for dette tilfellet.

6.3 VENTILLIGNINGENE

6.3.1 Ventilligningen utledet fra en momentbalanse

Figur W-1 og W-2 viser gass og væskeraten i ventilen bergnet med Valve 1 og sammenlignet med OLGA-simuleringen. Væskeraten, figur W-2, stemmer meget bra overens, men for gassraten, figur W-1, vil koblingen med væskeraten føre til at gassraten ut av ventilen til tider vil være stengt, noe som ikke stemmer overens med OLGA-simuleringen.

6.3.2 Ventilligningen utledet fra to momentbalanser

I forbindelse med ventilligningen utledet fra to momentbalanser, ble det implementert to forskjellige ventilfunksjoner. Dette var Valve 3, bilag W, som er en ventilfunksjon utviklet fra rateligningen i Rate 3, kap. 3.4.1. Den andre ventilfunksjonen var Valve 6, bilag W, som er en ventilfunksjon som tar utgangspunkt i rateligningen i Rate 3, hvor det også er implementert sammenhengene for gass og væskefasen fra Rate 6, kap 3.4.4.

Fra sammenligningen med ventilen som blir brukt i OLGA, viser det seg at masseratene beregnet med Valve 3, figur W-3 og W-4, gir lite samvar. I dette tilfellet fungerer ikke konstante strømningsmotstander på gass og væskeraten. Ved å implementere betingelse på væskeraten og variabel strømningsmotstand på gassfasen viser figur W-5 og W-6, en meget bra sammenheng for både gass og væskeraten sammenlignet med OLGA-simuleringen. Sammenlignet med Valve 1, viser gassraten en annen respons som fører til at det alltid vil strømme gass ut av ventilen selv om væskefasen akkumuleres i kontroll-volumet.

6.4 SIMULERING AV RØRLEDNINGEN

Ut fra erfaringene fra gass-løft hvor ratefunksjonen Rate 1, utledet i kap. 3.3.1, ga samme strømningskarakteristikk ved ustabilitet som terrengindusert slug strømning, ble denne ratefunksjonen implementert i rørledningsmodellen. Denne ratefunksjonen bygger på enkle modelleringsprinsipper for strømningen, og ratefunksjonen har vist god samvar med OLGA-simuleringen i de to undersøkte områdene.

Alle ratefunksjonene som er utviklet er testet alene mot OLGA-simuleringen. Dette fører til at man ikke får undersøkt dynamikken mellom kontroll-volumene og ratefunksjonene. I terrengindusert slug strømning vil det være en utpreget dynamikk som fører til at væskesluggen vokser, forsvinner eller dannes alt etter hvordan rørgeometrien forandres i strømningsretningen. Det vil derfor være avgjørende at både ratefunksjonene og kontroll-volumene gjenspeiler denne dynamikken for at man skal oppnå det ønskede strømningsregimet.

Friksjonsparameterene for alle rateblokkene var på forhånd tunet mot OLGA-simuleringen, og den initielle massen i kontroll-volumene var også hentet fra denne simuleringen. Fremgangsmåten bygger på de erfaringen man har fra gass-løft hvor man tunet ratefunksjonene mot OLGA-simuleringen og oppnådde ustabilitet i modellen.

Det viste seg at det ved implementering av rørledningsmodellen med Rate 1 som ratefunksjon og Valve 1 som ventilfunksjon, fikk man ikke den ønskede strømningskarakteristikken som oppstår i terrengindusert slug. Det viser seg at dynamikken mellom ratefunksjonene og kontroll-volumene ikke gir riktig strømningsmønster mot det som OLGA-simuleringen viser. Simuleringen av rørledningen viser at hele rørledningen oppnår en stasjonær tilstand. Masseraten får en kortvarig endring, men dette kommer av at den initielle massen ikke ligger i området for den stasjonære strømningen. Dette er vist for masseratene mellom kontroll-volum 5 og 6, figur X-1 og X-2. Trykket ligger i samme område som OLGA-simuleringen, men siden masseraten går til en stasjonær verdi, vil også trykket i rørledningen stabilisere seg, figur X-3.

Siden rateligningene bygger på trykktap i rørseksjonen, er det avgjørende at gassraten beregnes riktig. Det er gassfasen som har den største dynamikken når det gjelder endring av

trykket. Det er da nærliggende å tro at det er feil i beregningen av gassraten som fører til at strømningsmønsteret til terrengindusert slug ikke blir modellert i rørledningen.

Når det ikke fungerte tilfredstillende med en rateligning som er utviklet en felles momentbalanse, ble det istedet brukt to uavhengige rateligninger. Ved å bruke to uavhengige rateligninger, vil man kunne representere gassraten på en annen måte da det ikke er noen direkte kobling mellom gass og væskefasen. Det kan være feil i sammenhengen mellom gass og væskefasen for Rate 1. Ved to uavhengige rateligninger trenger man ikke denne sammenhengen, og man vil dermed ha større frihet ved å tilpasse rateligningen for de to fasene.

Fra sammenligningen av rateligningene utledet fra to momentbalanser mot OLGA-simuleringen, ser man at alle disse rateligningene har problemer med gassraten mellom kontroll-volum 5 og 6, hvis man bruker en konstant motstandskoeffisient. Derfor ble det ved modellering av rørledningen med to rateligninger brukt prinsippet som er beskrevet i kap. 3.4.4. Her bruker man en variabel friksjonsmotstand på gassraten. I tillegg vil væskeraten ha en betingelse på skifte av strømningsregime, noe som gir to forskjellige strømningsmotstander for væskefasen. Dette gjør det mulig og kontrollere masseratene til begge fasene.

Ved sammenligning mot OLGA viser ratefunksjonen Rate 6 meget bra samsvar, figur V-1 og V-2, noe som også gjelder ventilfunksjonen Valve 6, figur W-5 og W-6. For begge funksjonen har man unngått de problemene som den sterke koblingen mellom gass og væskefasen medførte for gassraten ved bruk av Rate 1 hvor gassraten ble til tider fullstendig blokkert ut av kontroll-volumet.

Ved simulering av Rate 6 som ratefunksjon ble den siste delen av rørledningen simulert, og denne delen vil bestå av kontroll-volum 5 og 6 og ratefunksjonen mellom disse kontroll-volumene og ventilfunksjonen Valve 6, se figur 4-1 og L-1. Systemet ble simulert med konstant masserate inn i kontroll-volum 5. Målet med dette var å få til et enklere tilfelle som kunne undresøkes da det blir færre variable å ta hensyn til ved tuning av rateligningene.

Simuleringen av rørledningen viser at også denne ratefunksjonen går til stasjonær tilstand, figur Y-1 og Y-2. Det viser seg at dynamikken mellom kontroll-volumene fører til at væskefasen ikke får den sykliske dynamikken som finner sted i terrengindusert slug strømning.

I simuleringen blir strømningsregimet satt initsielt til stratifisert strømning, noe som fører til at det vil være stor strømningsmotstand på væskefasen slik at væsken blir akkumulert. Når væske volumfraksjonen går over den maksimale grensen som er gitt blir strømningsmotstanden på væskefasen forandret. Denne strømningsmotstanden på slug strømningsfasen vil være betydelig mindre enn i slug genereringsfasen. Siden strømningsmotstanden blir mindre, vil dette føre til en kraftig endring av væskeraten. Hvor stor pulsen på væskeraten blir, avhenger av motstandsparameteren til strømningsfasen for væskesluggen, men gassratens dynamikk vil også ha en innvirkning.

Dynamikken mellom kontroll-volum 5 og 6 fører til at væske-volumfraksjonen i kontroll-volum 5 ikke går under grensen som fører til at strømningsmotstanden forandres tilbake til akkumuleringsfasen. Dette kan man se ved å sammenligne figur G-1 og Y-3, hvor væske volumfraksjonen stabiliserer seg på 0.47, men betingelsen ble satt til 0.2 som er den nedre grensen fra figur G-1. Det vil da være en lav strømningsmotstand mellom kontroll-volumene, noe som fører til at væsken ikke akkumuleres på nytt i knekkpunktet.

Samspeillet mellom gass og væskeraten blir heller ikke riktig når væskefasen ikke skifter tilbake til strømningsmotstanden for akkumuleringsfasen. Betingelsen til væskefasen var at den skulle komme under en gitt verdi på væske volumfraksjonen. Siden væskeraten skal være høy ut av kontroll-volumet i strømningsfasen vil dette medføre en rask reduksjon av væske volumfraksjonen. Denne raske reduksjonen av væske volumfraksjonen fører til at gassraten øker, og siden raten ut av kontroll-volumet er større enn den inngående, vil trykket synke. En trykkreduksjon og at strømningsmotstanden for væskefasen skifter og blir betydelig større, fører til at væsken akkumuleres. Når dynamikken mellom kontroll-volumene ikke gir denne effekten, vil ikke denne type ratefunksjon gi den ønskede modelleringen av terrengindusert slug strømning.

Opprinnelig ble skiftet mellom de to strømningsregimene implementert uten variabel motstand på gassraten. Istedenfor variabel strømningsmotstand ble gassraten ut av kontroll-volumet satt til null når væske volumfraksjonen kom over en gitt verdi. Dette fører til at gassen akkumuleres og trykket stiger i kontroll-volumet. Når trykket stiger vil den drivende trykkforskjellen bli større og væskeraten vil øke. Siden strømningsmotstanden på væskeraten er forandret og den har blitt mindre, vil væskeraten få en kraftig endring, figur Z-2. Væske

volumfraksjonen vil avta raskt, og når væske volumfraksjonen kommer under en gitt grense for kontroll-volumet blir både strømningsmotstanden for væske og gassraten forandret.

Gassraten vil igjen få lov til strømme ut av kontroll-volumet. I denne fasen vil den drivende trykkforskjellen for gassraten være stor. Siden strømningsmotstanden er konstant vil det ikke være mulig og kontrollere gassraten i denne tilstanden. Gassraten vil derfor bli betydelig høyere enn det OLGA-simuleringen viser. Figur Z-1 viser at gassraten er tre ganger så høy som OLGA-simuleringen i dette området. For å unngå dette problemet ble det istedet implementert en variabel strømningsmotstand på gassraten.

Siden gassraten blir stengt ut av kontroll-volumet, fører dette til at det ikke blir noe trykk oppbygging fra gassen i kontroll-volumet foran. Trykkoppbyggingen kommer kun av at væske strømmer inn i kontroll-volumet slik at gassvolumet bli mindre. Hvis kontroll-volumet også har denne type rateligning og væske akkumuleres i dette volumet, vil også dette stenge for gassraten ut av kontroll-volumet hvis væske volumfraksjonen er høy. Trykket vil stige kraftig i begge volumene, figur Z-3 og Z-4, og den drivende trykkforskjellen blir meget stor. Med variabel strømningsmotstand på gassraten vil gass alltid strømme mellom kontroll-volumene. Dette fører til at man kan styre trykkoppbyggingen i rørledningen, siden trykket blir i stor grad bestemt av gassraten.

Strømningsmotstanden til gassraten blir bestemt fra en lineær sammenheng mellom friksjonsmotstanden og væske volumfraksjonen i kontroll-volumet. I forbindelse med utvikling av denne sammenhengen ble det også testet om det var en lineær sammenheng mellom gassraten ut av kontroll-volumet og væske volumfraksjonen i kontroll-volumet foran. Det ble funnet en lineær sammenheng, men dynamikken til gassraten vil nå være bestemt av endringen til væskevolumet i volumet foran. Hvis det er stor forskjell i størrelsen på de to volumene vil dynamikken til gass og væskeraten enten bli for stor eller for liten.

En annen mulighet som også ble under søkt var å implementere forskjellige ratefunksjoner mellom de ulike kontroll-volumene. Det viste seg at det var vanskelig å få dynamikken mellom de ulike kontroll-volumene og ratefunksjonen til å stemme overens. Rørledningsmodellen gikk enten til stasjonær tilstand eller det ble store numeriske problemer i rateberegningene.

6.5 VALG AV SIMULERINGSVERKTØY

Rørledning er implementert i Simulink, som er en tilleggspakke i Matlab og gjør det mulig med grafisk presentasjon av simuleringen. Simulink ble valgt da dette gir en stor grad av objektorientert programmering.

Matlab har også den egenskap at det lar seg gjøre og linearisere den utviklede modellen om et gitt arbeidspunkt. Den lineariserte modellen kan vider brukes til å utvikle en modellbasert regulator for systemet.

Det er laget generelle blokker for kontroll-volumene og rateligningene mellom disse. Ved hjelp av strukturparametere kan egenskapene til kontroll-volumene og ratefunksjonene endres slik at rørledningsprofilen og strømningsforholdene kan endres etter hvilket tilfelle man undersøker. Ved bruk av forhånds definerte blokker i Simulink, vil det også være enkle og implementere en regulator.

Problemet med Simulink er at simuleringen vil ta lenger tid enn ved å putte hele rørledningsmodellen inn i en enkel funksjon. Simuleringstiden vil også være sterkt avhengig av den numeriske løseren som er gitt i Matlab.

Systemet vil være stivt, og det vil være en sterk kobling mellom de dynamiske ligningene og de algebraiske variablene og dette kan føre til numeriske problemer. I Rate 6 er det innført en diskontinuitet i strømningsmotstanden til væskefasen, noe som gir begrensinger i valg av numerisk løser. Derfor kan andre og mer robuste løsere enn de som finnes i Matlab, gi en bedre simulering av rørledningen.

6.6 ANBEFALINGER FOR VIDERE ARBEID

Dette kapittelet bygger på diskusjon med veileder Kjetil Havre.

I en rigorøs tofase strømningsmodell blir det brukt konserveringsligninger for masse, bevegelsesmengde og energi. Tettheten til de ulike fasen blir beregnet med en termodynamisk sammenheng. Den forenklete modellen bruker kun konserveringsligning for massen, og ved utvikling av rateligningen blir det ikke tatt hensyn til akkumulering av bevegelsesmengde. Istede for å bruke en konserveringsligning for energien blir det antatt adiabtisk tilstand, slik at temperaturen kan uttrykkes ved trykket i kontroll-volumet. Tettheten til gassen blir beregnet fra akkumulert masse, og tettheten til væsken blir antatt konstant.

OLGA [7] er den modellen som er brukt som sammenligningsgrunnlag for de utviklede modellene. De Henau og Raithby [4] bruker samme konserveringsligninger for masse og bevegelsesmengde, men i denne modellen er det ikke brukt konserveringsligning for energien. Det blir istede antatt isotrem tilstand. Tettheten til gassen blir beregnet fra en termodynamisk sammenheng, og tettheten til væsken blir antatt konstant. Denne modellen har vist gode resultater ved sammenligning av eksperimentelle data.

Ved sammenligning av disse to modellene, har konserveringsligningen for energi liten betydning for å beskrive strømningsmønsteret til terrengindusert slug. Modellen bruker konserveringsligninger for masse og bevegelsesmengde hvor både masse og bevegelsesmengde blir akkumulert. I den forenklete strømningsmodellen blir det antatt at akkumuleringen av bevegelsesmengden er neglisjerbar, og man kan derfor dekoble rateligningen og kontrollvolumene. Simuleringen har vist at noen av de utviklede ratefunksjonene har gitt samsvarende resultater med OLGA-simuleringen hvis de er dekket fra kontrollvolumene. Ved å koble rateligningene sammen med kontrollvolumene, viser simuleringene at strømningsmønsteret til terrengindusert slug ikke blir oppfylt. Strømningen går heller til en stasjonær tilstand.

Ved videre arbeid med slug modellering må det tas hensyn til at bevegelsesmengden blir akkumulert, og man kan derfor ikke anta at rateligningene og kontrollvolumene kan dekobles.

Strømningsmotstanden til de to fasene vil være avhengig av strømningsregimet, OLGA [7], og simulering av de utviklede rateligningene har vist at variable strømningsmotstander på gass og væskeraten gir best resultat. Derfor må det også ved videre arbeid se på hvordan man kan implementere bedre sammenhenger for variable strømningsmotstander i modellen.

7 KONKLUSJON

Det har blitt utviklet en forenklet tofase strømningsmodell for å beskrive terrengindusert slug strømning. I dette arbeidet er det lagt vekt på å utvikle ratefunksjoner som kan beskrive dynamikken mellom kontroll-volumene i terrengindusert slug strømning.

Ingen av de utviklede ratefunksjonene gir strømningsdynamikken til terrengindusert slug, når de blir koblet sammen med kontroll-volumene i den undersøkte rørledningsmodellen. Denne strømningsdynamikken kjennetegnes med sykliske variasjoner i gass og væskeratene.

De utviklede ratefunksjonene ble testet uavhengig av kontroll-volumene, mot en OLGA-simulering av rørledningen. Disse testene viser at ratefunksjonen som er utviklet fra en momentbalanse for hver av fasene, og som inneholder variabel strømningsmotstand på begge rateligningene, gir best samsvar med OLGA-simuleringen for de undersøkte områdene av rørledningen.

Oslo 12.12.1999

Ketil Eik

8 LITTERATURLISTE

- [1] Wang, Y. W., Pei, B. S. and Lin, W. K., "On a simplified 2-phase slug flow model", Nuclear technology, Vol. 105, No. 2, 253-260, (1994).
- [2] Bendiksen, K. H., Malnes, D. and Nydal, O. J., "On the modelling of slug flow", Chem. Eng. Comm., Vols. 141-142, 71-102, (1996).
- [3] Zeng, G., Brill, J. P. and Taitel, Y., "Slug flow behavior in a hilly terrain pipeline", Int. J. Multiphase Flow, Vol. 20, No. 1, 63-79, (1994).
- [4] De Henau, V. and Raithby, G. D., "A transient 2-fluid model for the simulation of slug flow in pipelines. 1. theory", Int. J. Multiphase Flow, Vol. 21, No. 3, 335-349, (1995).
- [5] Schmidt, Z., Dale, R. D. and Kunal, D., "Severe slugging in offshore pipeline riser-pipe systems", Soc. Pet. Eng. J., 27-38, (1985).
- [6] Jansen, F. E., Shoham, O. and Taitel, Y., "The elimination of severe slugging - experiment and modeling", Int. J. Multiphase Flow, Vol. 22, No. 6, 1055-1072, (1996).
- [7] OLGA 2000, "User's Manual", Scandpower, Version 1.0, Norway, 1998.
- [8] Moe, H. I., Hertzberg, T., "Modellering og Simulering av Dynamikk i Prosessanlegg", Kompendium utarbeidet ved PROST, Institutt for Kjemiteknikk NTH, 1994.
- [9] Havre, K. Matlab-modell Gas lift, ABB-NOCRC, 1998.
- [10] Geankoplis, C., "Transport processes and unit operations", 3 ed., Prentice-Hall, USA, 1993.
- [11] Wallis, G. B., "One-dimensional two-phase flow", McGraw-Hill Book Co., USA, 1969.
- [12] Taitel, Y., "Stability of severe slugging", Int. J. Multiphase Flow, Vol. 12, No. 2, 203-217, (1986).

SYMBOLLISTE

| Symbol | Enhet | Beskrivelse |
|----------------|------------------|---|
| A | m ² | Tverrsnitt areal |
| C ₀ | - | Distribusjons slipp parameter |
| C ₁ | 1/kg m | Konstant |
| C _g | 1/kg m | Konstant |
| c _p | J/kg K | Spesifikk varmekapasitet, konstant trykk |
| c _v | J/kg K | Spesifikk varmekapasitet, konstant volum |
| D | - | Operator |
| d | m | Diameter |
| f | - | Friksjonskoeffisient |
| flpslug | - | Motstandsparameter for slug strømmingen |
| g | m/s ² | Tyngdeaksellrasjon |
| h | m | Høyde |
| k | m/s | Konstant for å normalisere gasshastigheten |
| k _g | - | Konstant |
| L | m | Lengde |
| lvf | - | Væske volumfraksjon |
| lvfmax | - | Betingelse for overgang fra stratifisert til slug strømming |
| lvfmin | - | Betingelse for overgang fra slug til stratifisert strømming |
| M | g/mol | Molvekt |

| Symbol | Enhet | Beskrivelse |
|-------------------------|-------------------|---------------------------------------|
| m | kg | Masse |
| P | bar | Trykk |
| R | J/mol K | Gasskonstanten |
| Rog | kg/m ³ | Tetthet til gassfasen |
| S _D | - | Distribusjons slipp forhold |
| SF | - | Slug faktor |
| T | K | Temperatur |
| V | m ³ | Volum |
| v | m/s | Hastighet |
| vp | - | Ventilåpning |
| w | kg/s | Masserate |
| x | m | Lengderetning i kontroll- volum |
| x _g | - | Massefraksjon gass |
| α | - | Volumfraksjon |
| γ | - | Forholdet mellom varmekapasitetene |
| Γ | N/m | Skjærkraft |
| θ | rad | Positiv strømningsvinkel |
| λ | - | Friksjonsparameter |
| ρ | kg/m ³ | Tetthet |
| τ | N/m | Skjærkraft |
| φ | rad | Strømningsvinkel |
| Nedsenket skrift | | Beskrivelse |
| a | | Rand kontroll-volum 1 |
| b | | Rand kontroll-volum 2 |
| g | | Gass |
| i | | Interaksjonsfasen |

| Symbol | Enhet | Beskrivelse |
|---------------|--------------|---------------------------|
| l | | Væske |
| m | | Blanding av gass og væske |
| n | | Negativ |
| p | | Positiv |
| r | | Relativ |
| t | | Total |
| v | | Ventil |
| w | | Vegg |
| 0 | | Boble |
| 1 | | Kontroll-volum 1 |
| 2 | | Kontroll-volum 2 |

BILAG A FUNKSJONEN FOR KONTROLL-VOLUMET

```

function [sys,x0,str,ts] = CVLG(t,x,u,flag,f,p)
% S-function for the algebraic equation in the control volume
% Revision : 10.11.1999 by Ketil Eik
switch flag,
    case 0,
        [sys,x0,str,ts]=mdlInitializeSizes(f,p);
    case 1,
        sys=mdlDerivatives(t,x,u);
    case 2,
% sys=mdlUpdate(t,x,u);
    case 3,
        sys=mdlOutputs(t,x,u,f,p);
    case 4,
% sys=mdlGetTimeOfNextVarHit(t,x,u);
    case 9,
% sys=mdlTerminate(t,x,u);
    otherwise
        error(['Unhandled flag = ',num2str(flag)]);
end

function [sys,x0,str,ts]=mdlInitializeSizes(f,p);
sizes = simsizes;

sizes.NumContStates = 2;
sizes.NumDiscStates = 0;
sizes.NumOutputs = 11;
sizes.NumInputs = 4;
sizes.DirFeedthrough = 1;
sizes.NumSampleTimes = 1; % at least one sample time is needed

sys = simsizes(sizes);
% initialize the initial conditions
x0 = [p.mg; p.ml];
% str is always an empty matrix
str = [];
% initialize the array of sample times
ts = [0 0];
% end mdlInitializeSizes

function sys=mdlDerivatives(t,x,w)
% w(1): w_in_gas [kg/s]
% w(2): w_in_liquid [kg/s]
% w(3): w_out_gas [kg/s]

```

```

% w(4): w_out_liquid [kg/s]
sys(1) = w(1)-w(3); % mdotg = w(1) - w(3)
sys(2) = w(2)-w(4); % mdotl = w(2) - w(4)
% end mdlDerivatives

function sys=mdlUpdate(t,x,u)
sys = [];
% end mdlUpdate
function sys=mdlOutputs(t,x,w,f,p)
% Mass gas, mg [kg].
% Always gas in control volume because of the calculation of the pressure.
if x(1) < 0.1
    mg = 0.1;
else
    mg = x(1);
end

% Mass liquid, ml [kg]
if x(2) < 0
    ml = 0;
else
    ml = x(2);
end

% Volume [m3]
Vt=pi*((p.D/2)^2)*p.L;
Vl=ml/f.Rol;
Vg=Vt-Vl;
if Vl > Vt
    disp('Warning: Control volume overfilled');
    Vg = 0.01;
    Vl = Vt-Vg;
    ml = Vl*f.Rol;
end

% Liquid volume fraction, lvf [-]
lvf = Vl/Vt;

% Density gas, Rhog [kg/m3]
Rhog=mg/Vg;

% Mass fraction gas, xg [-]
xg = mg/(mg+ml);

% Pressure, P [bar], and temperature, T [K]

```

```
% Assum adiabatic condition in the control volume
% Gas pressure [bar]
Pg=((mg*f.R*f.Tr/(f.M*Vg))^f.gamma)*(f.Pr^(1-f.gamma));
% Gas temperature [K]
Tg= f.Tr*(Pg/f.Pr)^(1-1/f.gamma);
% Mix temperature [K]
T = ((mg*f.Cpg*(Tg-f.Tr)+ml*f.Cpl*(f.Tl-f.Tr))/(mg*f.Cpg+ml*f.Cpl))+ f.Tr;
% Mix temperature
P = (mg*f.R*T)/(f.M*Vg);
sys=[P; Rhog; lvf; xg; T; mg; ml; w];
% end mdlOutputs

function sys=mdlGetTimeOfNextVarHit(t,x,u)

sampleTime = 1;    % Example, set the next hit to be one second later.
sys = t + sampleTime;

% end mdlGetTimeOfNextVarHit

function sys=mdlTerminate(t,x,u)

sys = [];

% end mdlTerminate
```

BILAG B FUNKSJONEN RATE 1

```

function [sys,x0,str,ts] = Rate1(t,x,u,flag,f,p1,p2,r)
% S-function for the rate equation between control volume i and i+1
% Revision: 13.11.1999 by Ketil Eik
switch flag,
    case 0,
        [sys,x0,str,ts]=mdlInitializeSizes(f,p1,p2,r);
    case 1,
% sys=mdlDerivatives(t,x,u);
    case 2,
% sys=mdlUpdate(t,x,u);
    case 3,
        sys=mdlOutputs(t,x,u,f,p1,p2,r);
    case 4,
% sys=mdlGetTimeOfNextVarHit(t,x,u);
    case 9,
% sys=mdlTerminate(t,x,u);
    otherwise
        error(['Unhandled flag = ',num2str(flag)]);
end

function [sys,x0,str,ts]=mdlInitializeSizes(f,p1,p2,r)
sizes = simsizes;
sizes.NumContStates = 0;
sizes.NumDiscStates = 0;
sizes.NumOutputs = 6;
sizes.NumInputs = 8;
sizes.DirFeedthrough = 1;
sizes.NumSampleTimes = 1; % at least one sample time is needed

sys = simsizes(sizes);
x0 = [];
str = [];
ts = [0 0];
% end mdlInitializeSizes
function sys=mdlDerivatives(t,x,u)
sys = [];
% end mdlDerivatives
function sys=mdlUpdate(t,x,u)
sys = [];
% end mdlUpdate

```

```

function sys=mdlOutputs(t,x,u,f,p1,p2,r)
% Input
P1      = u(1); %[bar]
Rhog1   = u(2); %[kg/m3]
lvf1    = u(3); %[-]
xg1     = u(4); %[-]
P2      = u(5); %[bar]
Rhog2   = u(6); %[kg/m3]
lvf2    = u(7); %[-]
xg2     = u(8); %[-]

% Cross section [m2]
A = pi*((p1.D/2)^2);

% Mix density of liquid and gas [kg/m3]
Rhom1 = lvf1*f.Rol + (1-lvf1)*Rhog1;
Rhom2 = lvf2*f.Rol + (1-lvf2)*Rhog2;

% Pressure [bar]
Pa = P1-(Rhom1*f.g*(p1.h/2)*1e-5);
if Pa < 1;
    Pa = 1;
end

Pb = P2+(Rhom2*f.g*(p2.h/2)*1e-5);

% Rate equation for liquid and gas

if Pa > Pb & Rhom1 > 0 % Positive flow

    wm = r.fmp*sqrt(Rhom1)*sqrt(Pa-Pb)*A;

    % Gas phase
    wg = wm*xg1;
    if Rhog1 > 0 & lvf1 < 1
        vg = wg/(Rhog1*A*(1-lvf1));
    else
        vg = 0;
    end

    % Liquid phase
    wl = wm*(1-xg1)*(vg/r.kp);
    if lvf1 > 0
        vl = wl/(f.Rol*A*lvf1);

```

```

else
    vl = 0;
end

elseif Pb > Pa & Rhom2 > 0 % Negative flow
    wm = -r.fmn*sqrt(Rhom2)*sqrt(Pb-Pa)*A;

    % Gas phase
    wg = wm*xg2;
    if Rhog2 > 0 & lvf2 < 1
        vg = wg/(Rhog2*A*(1-lvf2));
    else
        vg = 0;
    end

    % Liquid phase
    wl = wm*(1-xg2)*(abs(vg)/r.kn);
    if lvf2 > 0
        vl = wl/(f.Rol*A*lvf2);
    else
        vl = 0;
    end

else
    wg = 0;
    vg = 0;
    wl = 0;
    vl = 0;
end

sys= [wg, wl, vg, vl, P1, P2] ;
% end mdlOutputs

function sys=mdlGetTimeOfNextVarHit(t,x,u)

sampleTime = 1; % Example, set the next hit to be one second later.
sys = t + sampleTime;
% end mdlGetTimeOfNextVarHit

function sys=mdlTerminate(t,x,u)
sys = [];
% end mdlTerminate

```

BILAG C FUNKSJONEN RATE 2

```

function [sys,x0,str,ts] = Rate2(t,x,u,flag,f,p1,p2,r)
% S-function for the rate equation between control volume i and i+1
% Revision: 13.11.1999 by Ketil Eik
switch flag,
  case 0,
    [sys,x0,str,ts]=mdlInitializeSizes(f,p1,p2,r);
  case 1,
%   sys=mdlDerivatives(t,x,u);
  case 2,
%   sys=mdlUpdate(t,x,u);
  case 3,
    sys=mdlOutputs(t,x,u,f,p1,p2,r);
  case 4,
%   sys=mdlGetTimeOfNextVarHit(t,x,u);
  case 9,
%   sys=mdlTerminate(t,x,u);
  otherwise
    error(['Unhandled flag = ',num2str(flag)]);
end

function [sys,x0,str,ts]=mdlInitializeSizes(f,p1,p2,r)
sizes = simsizes;
sizes.NumContStates = 0;
sizes.NumDiscStates = 0;
sizes.NumOutputs = 6;
sizes.NumInputs = 8;
sizes.DirFeedthrough = 1;
sizes.NumSampleTimes = 1; % at least one sample time is needed

sys = simsizes(sizes);
x0 = [];
str = [];
ts = [0 0];
% end mdlInitializeSizes
function sys=mdlDerivatives(t,x,u)
sys = [];
% end mdlDerivatives
function sys=mdlUpdate(t,x,u)
sys = [];
% end mdlUpdate

```

```

function sys=mdlOutputs(t,x,u,f,p1,p2,r)
% Input
P1      = u(1); %[bar]
Rhog1   = u(2); %[kg/m3]
lvf1    = u(3); %[-]
P2      = u(5); %[bar]
Rhog2   = u(6); %[kg/m3]
lvf2    = u(7); %[-]

% Cross section [m2]
A = pi*((p1.D/2)^2);

% Mix density of liquid and gas [kg/m3]
Rhom1 = lvf1*f.Rol + (1-lvf1)*Rhog1;
Rhom2 = lvf2*f.Rol + (1-lvf2)*Rhog2;

% Pressure [bar]
Pa = P1-Rhom1*f.g*(p1.h/2)*1e-5;
if Pa < 1
    Pa = 1;
end

Pb = P2+Rhom2*f.g*(p2.h/2)*1e-5;

% Rate equation for liquid and gas
if Pa > Pb % Positive flow
    C0 = 1.05-0.15*((abs(p1.h/p1.L))^2);
    v0 = sqrt(f.g*p1.D)*(0.35*(abs(p1.h/p1.L))+0.54*sqrt(1-(abs(p1.h/
p1.L))^2));
    alfa1 = 1-lvf1;
    if alfa1 >= 1
        vr = 0;
    else
        vr = v0/(C0*(1-alfa1));
    end
    SD = (1-alfa1)/((1/C0)-alfa1);

    vm = r.fmp*sqrt(Rhom1)*sqrt(Pa-Pb)*A;
    vl = (vm - SD*vr*alfa1)/(alfa1*SD+lvf1);
    wl = f.Rol*vl*A*lvf1;
    vg = SD*(vl + vr);
    wg = Rhog1*vg*A*(1-lvf1);

else % Negative flow
    C0 = 1.05-0.15*((abs(p2.h/p2.L))^2);

```

```

    v0 = sqrt(f.g*p2.D)*(0.35*(abs(p2.h/p2.L))+0.54*sqrt(1-(abs(p2.h/
p2.L))^2));
    alfa2 = 1-lvf2;
    if alfa2 >= 1
        vr = 0;
    else
        vr = v0/(C0*(1-alfa2));
    end
    SD = (1-alfa2)/((1/C0)-alfa2);

    vm = -r.fmn*sqrt(Rhom2)*sqrt(Pb-Pa)*A;
    vl = (vm - SD*vr*alfa2)/(alfa2*SD+lvf2);
    wl = f.Rol*vl*A*lvf2;
    vg = SD*(vl + vr);
    wg = Rhog2*vg*A*(1-lvf2);

end

sys= [wg, wl, vg, vl, P1, P2] ;
% end mdlOutputs

function sys=mdlGetTimeOfNextVarHit(t,x,u)

sampleTime = 1;    % Example, set the next hit to be one second later.
sys = t + sampleTime;

% end mdlGetTimeOfNextVarHit

function sys=mdlTerminate(t,x,u)

sys = [];

% end mdlTerminate

```

BILAG D FUNKSJONEN RATE 3

```
function [sys,x0,str,ts] = Rate3(t,x,u,flag,f,p1,p2,r)
% S-function for the rate equation between control volume i and i+1
% Revision: 13.11.1999 by Ketil Eik
switch flag,
  case 0,
    [sys,x0,str,ts]=mdlInitializeSizes(f,p1,p2,r);
  case 1,
%   sys=mdlDerivatives(t,x,u);
  case 2,
%   sys=mdlUpdate(t,x,u);
  case 3,
    sys=mdlOutputs(t,x,u,f,p1,p2,r);
  case 4,
%   sys=mdlGetTimeOfNextVarHit(t,x,u);
  case 9,
%   sys=mdlTerminate(t,x,u);
  otherwise
    error(['Unhandled flag = ',num2str(flag)]);
end
```

```
function [sys,x0,str,ts]=mdlInitializeSizes(f,p1,p2,r)
sizes = simsizes;

sizes.NumContStates = 0;
sizes.NumDiscStates = 0;
sizes.NumOutputs = 6;
sizes.NumInputs = 8;
sizes.DirFeedthrough = 1;
sizes.NumSampleTimes = 1; % at least one sample time is needed

sys = simsizes(sizes);
x0 = [];
str = [];
ts = [0 0];
% end mdlInitializeSizes
function sys=mdlDerivatives(t,x,u)
sys = [];
% end mdlDerivatives
function sys=mdlUpdate(t,x,u)
sys = [];
% end mdlUpdate
```

```

function sys=mdlOutputs(t,x,u,f,p1,p2,r)
% Input
P1      = u(1);   %[bar]
Rhog1   = u(2);   %[kg/m3]
lvf1    = u(3);   %[-]
P2      = u(5);   %[bar]
Rhog2   = u(6);   %[kg/m3]
lvf2    = u(7);   %[-]

% Pressure liquid phase [bar]
P11=P1-(lvf1*f.Rol*f.g*(p1.h/2)*1e-5);
if P11 < 1
    P11 = 1;
end

P12=P2+(lvf2*f.Rol*f.g*(p2.h/2)*1e-5);

% Pressure gas phase [bar]
Pg1=P1-((1-lvf1)*Rhog1*f.g*(p1.h/2)*1e-5);
if Pg1 < 1
    Pg1 = 1;
end

Pg2=P2+((1-lvf2)*Rhog2*f.g*(p2.h/2)*1e-5);

% Cross section [m2]
A = pi*((p1.D/2)^2);

% Liquid phase
if (P11 > P12) & (lvf1 > 0) % Positive flow
    w1 = r.flp*sqrt(f.Rol)*sqrt(P11-P12)*A*lvf1; % [kg/s]
    v1 = w1/(f.Rol*A*lvf1); % [m/s]

elseif (P12 > P11) & (lvf2 > 0) % Negative flow
    w1 = -r.fln*sqrt(f.Rol)*sqrt(P12-P11)*A*lvf2;
    v1 = w1/(f.Rol*A*lvf2);

else
    w1 = 0;
    v1 = 0;
end

```

```
% Gas phase
if (Rhog1 > 0) & (Pg1 > Pg2) & (1-lvf1 > 0) % Positiv flowe
    wg = r.fgp*sqrt(Rhog1)*sqrt(Pg1-Pg2)*A*(1-lvf1); % [kg/s]
    vg = wg/(Rhog1*A*(1-lvf1)); % [m/s]

elseif (Rhog2 > 0) & (Pg2 > Pg1) & (1-lvf2 > 0)% Negative flow
    wg = -r.fgn*sqrt(Rhog2)*sqrt(Pg2-Pg1)*A*(1-lvf2);
    vg = wg/(Rhog2*A*(1-lvf2));

else
    vg = 0;
    wg = 0;
end

sys= [wg, wl, vg, vl, P1, P2] ;
% end mdlOutputs

function sys=mdlGetTimeOfNextVarHit(t,x,u)

sampleTime = 1; % Example, set the next hit to be one second later.
sys = t + sampleTime;

% end mdlGetTimeOfNextVarHit
function sys=mdlTerminate(t,x,u)

sys = [];

% end mdlTerminate
```

BILAG E FUNKSJONEN RATE 4

```
function [sys,x0,str,ts] = Rate4(t,x,u,flag,f,p1,p2,r)
% S-function for the rate equation between control volume i and i+1
% Revision: 13.11.1999 by Ketil Eik
switch flag,
  case 0,
    [sys,x0,str,ts]=mdlInitializeSizes(f,p1,p2,r);
  case 1,
    % sys=mdlDerivatives(t,x,u);
  case 2,
    % sys=mdlUpdate(t,x,u);
  case 3,
    sys=mdlOutputs(t,x,u,f,p1,p2,r);
  case 4,
    % sys=mdlGetTimeOfNextVarHit(t,x,u);
  case 9,
    % sys=mdlTerminate(t,x,u);
  otherwise
    error(['Unhandled flag = ',num2str(flag)]);
end
```

```
function [sys,x0,str,ts]=mdlInitializeSizes(f,p1,p2,r)
sizes = simsizes;

sizes.NumContStates = 0;
sizes.NumDiscStates = 0;
sizes.NumOutputs = 6;
sizes.NumInputs = 8;
sizes.DirFeedthrough = 1;
sizes.NumSampleTimes = 1; % at least one sample time is needed

sys = simsizes(sizes);
x0 = [];
str = [];
ts = [0 0];
% end mdlInitializeSizes
function sys=mdlDerivatives(t,x,u)
sys = [];
% end mdlDerivatives
function sys=mdlUpdate(t,x,u)
sys = [];
% end mdlUpdate
```

```

function sys=mdlOutputs(t,x,u,f,p1,p2,r)
% Input
P1      = u(1);   %[bar]
Rhog1   = u(2);   %[kg/m3]
lvf1    = u(3);   %[-]
P2      = u(5);   %[bar]
Rhog2   = u(6);   %[kg/m3]
lvf2    = u(7);   %[-]

% Pressure liquid phase [bar]
P11=P1-(lvf1*f.Rol*f.g*(p1.h/2)*1e-5);
if P11 < 1
    P11 = 1;
end
P12=P2+(lvf2*f.Rol*f.g*(p2.h/2)*1e-5);

% Pressure gas phase [bar]
Pg1=P1-((1-lvf1)*Rhog1*f.g*(p1.h/2)*1e-5);
if Pg1 < 1
    Pg1 = 1;
end
Pg2=P2+((1-lvf2)*Rhog2*f.g*(p2.h/2)*1e-5);

% Cross section [m2]
A = pi*((p1.D/2)^2);

% Liquid phase
if (P11 > P12) & (lvf1 > 0) % Positiv flow
    C0 = 1.05-0.15*((abs(p1.h/p1.L))^2);
    v0 = sqrt(f.g*p1.D)*(0.35*(abs(p1.h/p1.L))+0.54*sqrt(1-(abs(p1.h/
p1.L))^2));
    alfa1 = 1-lvf1;
    if alfa1 >= 1
        vr = 0;
    else
        vr = v0/(C0*(1-alfa1));
    end

    wl = r.flp*sqrt(f.Rol)*sqrt(((P11-P12)*1e5)+(r.fi*((1-lvf1)/
lvf1)*f.Rol*(vr^2)))*A*lvf1; % [kg/s]
    vl = wl/(f.Rol*A*lvf1); % [m/s]

elseif (P12 > P11) & (lvf2 > 0) % Negative flow
    C0 = 1.05-0.15*((abs(p2.h/p2.L))^2);
    v0 = sqrt(f.g*p2.D)*(0.35*(abs(p2.h/p2.L))+0.54*sqrt(1-(abs(p2.h/

```

```

p2.L))^2));
    alfa2 = 1-lvf2;
    if alfa2 >= 1
        vr = 0;
    else
        vr = v0/(C0*(1-alfa2));
    end

    wl =-r.fln*sqrt(f.Rol)*sqrt(((Pl2-Pl1)*1e5)+(r.fi*((1-lvf2)/
lvf2)*f.Rol*(vr^2)))*A*lvf2;
    vl = wl/(f.Rol*A*lvf2);
else
    wl = 0;
    vl = 0;
end

% Gas phase
if (Rhog1 > 0) & (Pg1 > Pg2) & (1-lvf1 > 0)% Positive flow
    C0 = 1.2;
    v0 = 0.35*sqrt(f.g*p1.D);
    alfa1 = 1-lvf1;
    if alfa1 >= 1
        vr = 0;
    else
        vr = v0/(C0*(1-alfa1));
    end

    if ((Pg1-Pg2)*1e5)-(r.fi*f.Rol*(vr^2)) > 0
        wg = r.fgp*sqrt(Rhog1)*sqrt(((Pg1-Pg2)*1e5)-(r.fi*f.Rol*(vr^2)))*A*(1-
lvf1); % [kg/s]
        vg = wg/(Rhog1*A*(1-lvf1)); % [m/s]
    else
        wg = 0;
        vg = 0;
    end
end

elseif (Rhog2 > 0) & (Pg2 > Pg1) & (1-lvf2 > 0)% Negative flow
    C0 = 1.2;
    v0 = 0.35*sqrt(f.g*p2.D);
    alfa2 = 1-lvf2;
    if alfa2 >= 1
        vr = 0;
    else
        vr = v0/(C0*(1-alfa2));
    end
end

```

```
end

if (Pg2-Pg1)-(r.fi*f.Rol*(vr^2)) > 0
    wg = -r.fgn*sqrt(Rhog2)*sqrt(((Pg2-Pg1)*1e5)-
(r.fi*f.Rol*(vr^2)))*A*(1-lvf2);
    vg = wg/(Rhog2*A*(1-lvf2));
else
    vg = 0;
    wg = 0;
end
else
    wg = 0;
    vg = 0;
end

sys= [wg, wl, vg, vl, P1, P2] ;
% end mdlOutputs

function sys=mdlGetTimeOfNextVarHit(t,x,u)

sampleTime = 1;    % Example, set the next hit to be one second later.
sys = t + sampleTime;

% end mdlGetTimeOfNextVarHit

function sys=mdlTerminate(t,x,u)

sys = [];

% end mdlTerminate
```

BILAG F FUNKSJONEN RATE 5

```
function [sys,x0,str,ts] = Rate4(t,x,u,flag,f,p1,p2,r)
% S-function for the rate equation between control volume i and i+1
% Revision: 14.11.1999 by Ketil Eik
switch flag,
  case 0,
    [sys,x0,str,ts]=mdlInitializeSizes(f,p1,p2,r);
  case 1,
    % sys=mdlDerivatives(t,x,u);
  case 2,
    % sys=mdlUpdate(t,x,u);
  case 3,
    sys=mdlOutputs(t,x,u,f,p1,p2,r);
  case 4,
    % sys=mdlGetTimeOfNextVarHit(t,x,u);
  case 9,
    % sys=mdlTerminate(t,x,u);
  otherwise
    error(['Unhandled flag = ',num2str(flag)]);
end
```

```
function [sys,x0,str,ts]=mdlInitializeSizes(f,p1,p2,r)
sizes = simsizes;

sizes.NumContStates = 0;
sizes.NumDiscStates = 0;
sizes.NumOutputs = 6;
sizes.NumInputs = 8;
sizes.DirFeedthrough = 1;
sizes.NumSampleTimes = 1; % at least one sample time is needed

sys = simsizes(sizes);
x0 = [];
str = [];
ts = [0 0];
% end mdlInitializeSizes
function sys=mdlDerivatives(t,x,u)
sys = [];
% end mdlDerivatives
function sys=mdlUpdate(t,x,u)
sys = [];
%end mdlUpdate
```

```

function sys=mdlOutputs(t,x,u,f,p1,p2,r)
% Input
P1      = u(1);      %[bar]
Rhog1   = u(2);      %[kg/m3]
lvf1    = u(3);      %[-]
P2      = u(5);      %[bar]
Rhog2   = u(6);      %[kg/m3]
lvf2    = u(7);      %[-]

% Cross section [m2]
A = pi*((p1.D/2)^2);

% Pressure liquid phase [bar]
P11=P1-(lvf1*f.Rol*f.g*(p1.h/2)*1e-5);
if P11 < 1
    P11 = 1;
end
P12=P2+(lvf2*f.Rol*f.g*(p2.h/2)*1e-5);

% Liquid phase
if (lvf1 > 1e-5) & (lvf2 > 1e-5) & P11 > P12      % Positive flow
    C1 = 1/(f.Rol*((A*lvf1)^2))+1/(f.Rol*((A*lvf2)^2)); % [1/kg m]
    wl = r.fln*sqrt(1/C1)*sqrt(P11-P12); % Liquid rate, wl [kg/s]
    vl = wl*C1*A; % Liquid velocity, vl [m/s]

elseif (lvf1 > 1e-5) & (lvf2 > 1e-5) & P12 > P11 % Negative flow
    C1 = 1/(f.Rol*((A*lvf1)^2))+1/(f.Rol*((A*lvf2)^2)); % [1/kg m]
    wl = -r.fln*sqrt(1/C1)*sqrt(P12-P11); % Liquid rate, wl [kg/s]
    vl = wl*C1*A; % Liquid velocity, vl [m/s]

else
    wl = 0;
    vl = 0;
end

% Gas phase
if (Rhog1 > 0) & (1-lvf1 > 1e-5) & (Rhog2 > 0) & (1-lvf2 > 1e-5) & (P1 > P2)
% Positive flow
    Cg = 1/(Rhog1*(A*(1-lvf1))^2)+1/(Rhog2*(A*(1-lvf2))^2); % [1/kg m]
    wg = r.fgp*sqrt(1/Cg)*sqrt(P1-P2); % Gas rate, wg[kg/s]
    vg = wg*Cg*A; % Gas velocity, vg [m/s]

elseif (Rhog1 > 0) & (1-lvf1 > 1e-5) & (Rhog2 > 0) & (1-lvf2 > 1e-5) & (P2 >
P1) % Negative flow
    Cg = 1/(Rhog1*(A*(1-lvf1))^2)+1/(Rhog2*(A*(1-lvf2))^2); % [1/kg m]

```

```
    wg = -r.fgn*sqrt(1/Cg)*sqrt(P2-P1); % Gas rate, wg [kg/s]
    vg = wg*Cg*A; % Gas velocity, vg [m/s]

else
    wg = 0;
    vg = 0;
end

sys= [wg, wl, vg, vl, P1, P2] ;
% end mdlOutputs

function sys=mdlGetTimeOfNextVarHit(t,x,u)

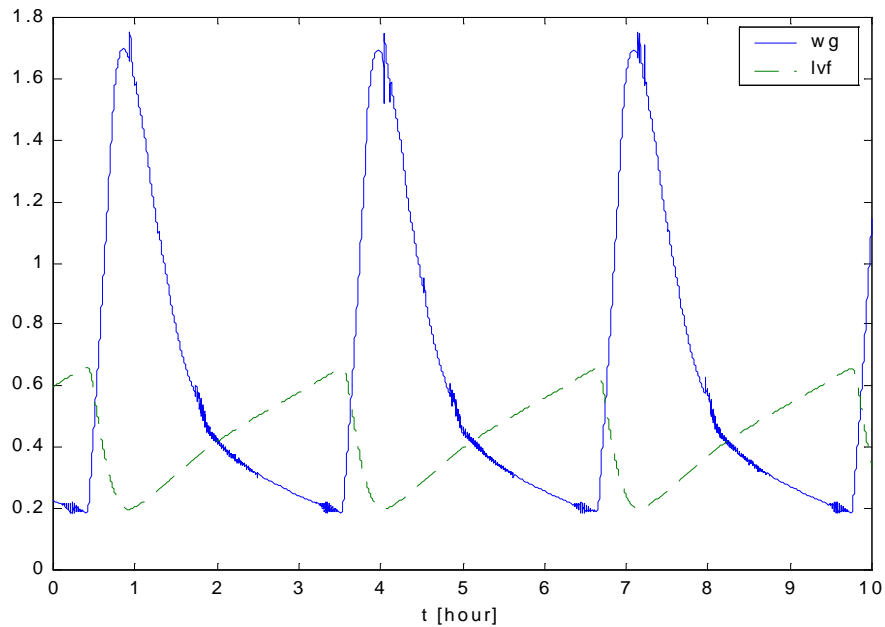
sampleTime = 1; % Example, set the next hit to be one second later.
sys = t + sampleTime;

% end mdlGetTimeOfNextVarHit

function sys=mdlTerminate(t,x,u)

sys = [];

% end mdlTerminate
```

BILAG G SAMMENLIGNING AV VÆSKE VOLUMFRAKSJONEN OG GASSRATEN

Figur G-1 : Sammenligning av gassraten mellom kontroll-volum 5 og 6, og væske volumfraksjonen i kontroll-volum 5

BILAG H FUNKSJONEN RATE 6

```
function [sys,x0,str,ts] = Rate6(t,x,u,flag,f,p1,p2,r)
% S-function for the rate equation between control volume i and i+1
% Revision: 27.11.1999 by Ketil Eik
switch flag,
  case 0,
    [sys,x0,str,ts]=mdlInitializeSizes(f,p1,p2,r);
  case 1,
    % sys=mdlDerivatives(t,x,u);
  case 2,
    sys=mdlUpdate(t,x,u,r);
  case 3,
    sys=mdlOutputs(t,x,u,f,p1,p2,r);
  case 4,
    % sys=mdlGetTimeOfNextVarHit(t,x,u);
  case 9,
    % sys=mdlTerminate(t,x,u);
  otherwise
    error(['Unhandled flag = ',num2str(flag)]);
end
```

```
function [sys,x0,str,ts]=mdlInitializeSizes(f,p1,p2,r)
sizes = simsizes;

sizes.NumContStates = 0;
sizes.NumDiscStates = 2;
sizes.NumOutputs = 8;
sizes.NumInputs = 8;
sizes.DirFeedthrough = 1;
sizes.NumSampleTimes = 1; % at least one sample time is needed

sys = simsizes(sizes);
x0 = [r.SF; r.fgpm];
str = [];
ts = [0 0];

% end mdlInitializeSizes
```

```
function sys=mdlDerivatives(t,x,u)
sys = [];

% end mdlDerivatives
```

```
function sys=mdlUpdate(t,x,u,r)
```

```

lvf1 = u(3);
% Slug factor
SF = x(1);
if lvf1 == 0
    SF = 0;
end
if (lvf1 > r.lvfmax) & (SF == 0)
    SF = 1;
end
if (lvf1 < r.lvfmin) & (SF == 1)
    SF = 0;
end

% Linear friction parameter, gas phase
fgp= r.fgpmax-r.kg*(lvf1-r.lvfmin);
if fgp < r.fgpmin
    fgp = r.fgpmin;
end

sys = [SF, fgp];
% end mdlUpdate

function sys=mdlOutputs(t,x,u,f,p1,p2,r)
% Input
P1      = u(1);  %[bar]
Rhog1   = u(2);  %[kg/m3]
lvf1    = u(3);  %[-]
P2      = u(5);  %[bar]
Rhog2   = u(6);  %[kg/m3]
lvf2    = u(7);  %[-]

SF = x(1);
fgp= x(2);

% Pressure liquid phase [bar]
P11=P1-(lvf1*f.Rol*f.g*(p1.h/2)*1e-5);
if P11 < 1
    P11 = 1;
end

P12=P2+(lvf2*f.Rol*f.g*(p2.h/2)*1e-5);

% Pressure gas phase [bar]

```

```

Pg1=P1-((1-lvf1)*Rhog1*f.g*(p1.h/2)*1e-5);
if Pg1 < 1
    Pg1 = 1;
end
Pg2=P2+((1-lvf2)*Rhog2*f.g*(p2.h/2)*1e-5);

% Cross section [m2]
A = pi*((p1.D/2)^2);

if SF == 0
    % Liquid phase
    if (Pl1 > Pl2) & (lvf1 > 0) % Positive flow
        wl = r.flp*sqrt(f.Rol)*sqrt(Pl1-Pl2)*A*lvf1; % [kg/s]
        vl = wl/(f.Rol*A*lvf1); % [m/s]
    elseif (Pl2 > Pl1) & (lvf2 > 0) % Negative flow
        wl = -r.fln*sqrt(f.Rol)*sqrt(Pl2-Pl1)*A*lvf2;
        vl = wl/(f.Rol*A*lvf2);
    else
        wl = 0;
        vl = 0;
    end
    % Gas phase

    if (Rhog1 > 0) & (Pg1 > Pg2) & (1-lvf1 > 0) % Positiv flowe
        wg = fgp*sqrt(Rhog1)*sqrt(Pg1-Pg2)*A*(1-lvf1);
        vg = wg/(Rhog1*A*(1-lvf1));

    elseif (Rhog2 > 0) & (Pg2 > Pg1) & (1-lvf2 > 0)% Negative flow
        wg = -r.fgn*sqrt(Rhog2)*sqrt(Pg2-Pg1)*A*(1-lvf2);
        vg = wg/(Rhog2*A*(1-lvf2));
    else
        vg = 0;
        wg = 0;
    end
end

if SF == 1
    % Liquid phase
    if (Pl1 > Pl2) & (lvf1 > 0) % Positive flow
        wl = r.flpslug*sqrt(f.Rol)*sqrt(Pl1-Pl2)*A*lvf1;
        vl = wl/(f.Rol*A*lvf1);
    elseif (Pl2 > Pl1) & (lvf2 > 0) % Negative flow
        wl = -r.flnslug*sqrt(f.Rol)*sqrt(Pl2-Pl1)*A*lvf2;
        vl = wl/(f.Rol*A*lvf2);
    else

```

```
wl = 0;
vl = 0;
end

% Gas phase

if (Rhog1 > 0) & (Pg1 > Pg2) & (1-lvf1 > 0) % Positiv flowe
    wg = fgp*sqrt(Rhog1)*sqrt(Pg1-Pg2)*A*(1-lvf1);
    vg = wg/(Rhog1*A*(1-lvf1));

elseif (Rhog2 > 0) & (Pg2 > Pg1) & (1-lvf2 > 0)% Negative flow
    wg = -r.fgn*sqrt(Rhog2)*sqrt(Pg2-Pg1)*A*(1-lvf2);
    vg = wg/(Rhog2*A*(1-lvf2));
else
    vg = 0;
    wg = 0;
end

end

sys= [wg, wl, vg, vl, P1, P2, SF,fgp] ;
% end mdlOutputs

function sys=mdlGetTimeOfNextVarHit(t,x,u)

sampleTime = 1; % Example, set the next hit to be one second later.
sys = t + sampleTime;

% end mdlGetTimeOfNextVarHit
function sys=mdlTerminate(t,x,u)

sys = [];

% end mdlTerminate
```

BILAG I FUNKSJONEN VALVE 1

```

function [sys,x0,str,ts] = Valvel(t,x,u,flag,f,p1,p2,r)
% S-function for the valve
% Revision: 14.11.1999 by Ketil Eik
switch flag,
  case 0,
    [sys,x0,str,ts]=mdlInitializeSizes(f,p1,p2,r);
  case 1,
    % sys=mdlDerivatives(t,x,u);
  case 2,
    % sys=mdlUpdate(t,x,u);
  case 3,
    sys=mdlOutputs(t,x,u,f,p1,p2,r);
  case 4,
    % sys=mdlGetTimeOfNextVarHit(t,x,u);
  case 9,
    % sys=mdlTerminate(t,x,u);
  otherwise
    error(['Unhandled flag = ',num2str(flag)]);
end

function [sys,x0,str,ts]=mdlInitializeSizes(f,p1,p2,r)
sizes = simsizes;

sizes.NumContStates = 0;
sizes.NumDiscStates = 0;
sizes.NumOutputs = 7;
sizes.NumInputs = 9;
sizes.DirFeedthrough = 1;
sizes.NumSampleTimes = 1; % at least one sample time is needed

sys = simsizes(sizes);
x0 = [];
str = [];
ts = [0 0];
% end mdlInitializeSizes
function sys=mdlDerivatives(t,x,u)
sys = [];
% end mdlDerivatives

function sys=mdlUpdate(t,x,u)
sys = [];

% end mdlUpdate

```

```

function sys=mdlOutputs(t,x,u,f,p1,p2,r)
% Input
P1      = u(1); %[bar]
Rhog1   = u(2); %[kg/m3]
lvf1    = u(3); %[-]
xg1     = u(4); %[-]
P2      = u(5); %[bar]
Rhog2   = u(6); %[kg/m3]
lvf2    = u(7); %[-]
xg2     = u(8); %[-]
vp      = u(9); %[-] Valve position

% Cross section [m2]
Av = pi*((p2.D/2)^2)*vp;

% Mix density of liquid and gas [kg/m3]
Rhom1 = lvf1*f.Rol + (1-lvf1)*Rhog1;
Rhom2 = lvf2*f.Rol + (1-lvf2)*Rhog2;

% Pressure [bar]
Pa = P1-(Rhom1*f.g*(p1.h/2)*1e-5);
if Pa < 1;
    Pa = 1;
end

% Rate equation for liquid and gas
if Pa > P2 & Rhom1 > 0 % Positive flow
    wm = r.fmp*sqrt(Rhom1)*sqrt(Pa-P2)*Av;
    % Gas phase
    wg = wm*xg1;
    if Rhog1 > 0 & lvf1 < 1
        vg = wg/(Rhog1*Av*(1-lvf1));
    else
        vg = 0;
    end

    % Liquid phase
    wl = wm*(1-xg1)*(vg/r.kp);
    if lvf1 > 0
        vl = wl/(f.Rol*Av*lvf1);
    else
        vl = 0;
    end
end

```



```
else
    wg = 0;
    vg = 0;
    wl = 0;
    vl = 0;
end

sys= [wg, wl, vg, vl, P1, P2, vp] ;
% end mdlOutputs

function sys=mdlGetTimeOfNextVarHit(t,x,u)

sampleTime = 1;    % Example, set the next hit to be one second later.
sys = t + sampleTime;

% end mdlGetTimeOfNextVarHit

function sys=mdlTerminate(t,x,u)

sys = [];

% end mdlTerminate
```

BILAG J FUNKSJONEN VALVE 3

```

function [sys,x0,str,ts] = Valve3(t,x,u,flag,f,p1,p2,r)
% S-function for the valve
% Revision: 23.11.1999 by Ketil Eik
switch flag,
  case 0,
    [sys,x0,str,ts]=mdlInitializeSizes(f,p1,p2,r);
  case 1,
    % sys=mdlDerivatives(t,x,u);
  case 2,
    % sys=mdlUpdate(t,x,u);
  case 3,
    sys=mdlOutputs(t,x,u,f,p1,p2,r);
  case 4,
    % sys=mdlGetTimeOfNextVarHit(t,x,u);
  case 9,
    % sys=mdlTerminate(t,x,u);
  otherwise
    error(['Unhandled flag = ',num2str(flag)]);
end

function [sys,x0,str,ts]=mdlInitializeSizes(f,p1,p2,r)
sizes = simsizes;

sizes.NumContStates = 0;
sizes.NumDiscStates = 0;
sizes.NumOutputs = 7;
sizes.NumInputs = 9;
sizes.DirFeedthrough = 1;
sizes.NumSampleTimes = 1; % at least one sample time is needed

sys = simsizes(sizes);

x0 = [];
str = [];
ts = [0 0];
% end mdlInitializeSizes

function sys=mdlDerivatives(t,x,u)
sys = [];
% end mdlDerivatives
function sys=mdlUpdate(t,x,u)
sys = [];
% end mdlUpdate

```

```

function sys=mdlOutputs(t,x,u,f,p1,p2,r)
% Input
P1      = u(1);   %[bar]
Rhog1   = u(2);   %[kg/m3]
lvf1    = u(3);   %[-]
P2      = u(5);   %[bar]
Rhog2   = u(6);   %[kg/m3]
lvf2    = u(7);   %[-]
vp      = u(9);   %[-] Valve position

% Pressure liquid phase [bar]
P11=P1-(lvf1*f.Rol*f.g*(p1.h/2)*1e-5);
if P11 < 1
    P11 = 1;
end

% Pressure gas phase [bar]
Pg1=P1-((1-lvf1)*Rhog1*f.g*(p1.h/2)*1e-5);
if Pg1 < 1
    Pg1 = 1;
end

% Cross section [m2]
Av = pi*((p1.D/2)^2)*vp;

% Liquid phase
if (P11 > P2) & (lvf1 > 0) % Positive flow
    wl = r.flp*sqrt(f.Rol)*sqrt(P11-P2)*Av*lvf1; % [kg/s]
    vl = wl/(f.Rol*Av*lvf1); % [m/s]
else
    wl = 0;
    vl = 0;
end

% Gas phase
if (Rhog1 > 0) & (Pg1 > P2) & (1-lvf1 > 0) % Positive flowe
    wg = r.fgp*sqrt(Rhog1)*sqrt(Pg1-P2)*Av*(1-lvf1);
    vg = wg/(Rhog1*Av*(1-lvf1));
else
    vg = 0;
    wg = 0;
end

sys= [wg, wl, vg, vl, P1, P2, vp];
% end mdlOutputs

```

BILAG K FUNKSJONEN VALVE 6

```
function [sys,x0,str,ts] = Valve6(t,x,u,flag,f,p1,p2,r)
% S-function for the rate equation between control volume i and i+1
% Revision: 27.11.1999 by Ketil Eik
switch flag,
  case 0,
    [sys,x0,str,ts]=mdlInitializeSizes(f,p1,p2,r);
  case 1,
    % sys=mdlDerivatives(t,x,u);
  case 2,
    sys=mdlUpdate(t,x,u,r);
  case 3,
    sys=mdlOutputs(t,x,u,f,p1,p2,r);
  case 4,
    % sys=mdlGetTimeOfNextVarHit(t,x,u);
  case 9,
    % sys=mdlTerminate(t,x,u);
  otherwise
    error(['Unhandled flag = ',num2str(flag)]);
end
```

```
function [sys,x0,str,ts]=mdlInitializeSizes(f,p1,p2,r)
sizes = simsizes;

sizes.NumContStates = 0;
sizes.NumDiscStates = 2;
sizes.NumOutputs = 8;
sizes.NumInputs = 9;
sizes.DirFeedthrough = 1;
sizes.NumSampleTimes = 1; % at least one sample time is needed

sys = simsizes(sizes);
x0 = [r.SF; r.fgpm];
str = [];
ts = [0 0];

% end mdlInitializeSizes
function sys=mdlDerivatives(t,x,u)
sys = [];
% end mdlDerivatives
```

```
function sys=mdlUpdate(t,x,u,r)
```

```

lvf1 = u(3);
% Slug factor
SF = x(1);
if lvf1 == 0
    SF = 0;
end

if (lvf1 > r.lvfsimax) & (SF == 0)
    SF = 1;
end

if (lvf1 < r.lvfsimin) & (SF == 1)
    SF = 0;
end

% Linear friction parameter, gas phase

fgp= r.fgpmax-r.kg*(lvf1-r.lvfsimin);
if fgp < r.fgpmin
    fgp = r.fgpmin;
end

sys = [SF, fgp];
% end mdlUpdate
function sys=mdlOutputs(t,x,u,f,p1,p2,r)
% Input
P1      = u(1);  %[bar]
Rhog1   = u(2);  %[kg/m3]
lvf1    = u(3);  %[-]
P2      = u(5);  %[bar]
Rhog2   = u(6);  %[kg/m3]
lvf2    = u(7);  %[-]
vp      = u(9);

SF = x(1);
fgp= x(2);

% Pressure liquid phase [bar]
P11=P1-(lvf1*f.Rol*f.g*(p1.h/2)*1e-5);
if P11 < 1
    P11 = 1;
end
P12=P2;

% Pressure gas phase [bar]

```

```

Pg1=P1-((1-lvf1)*Rhog1*f.g*(p1.h/2)*1e-5);
if Pg1 < 1
    Pg1 = 1;
end

Pg2=P2;

% Cross section [m2]
Av = pi*((p2.D/2)^2)*vp;

if SF == 0
    % Liquid phase
    if (P11 > P12) & (lvf1 > 0) % Positive flow
        wl = r.flp*sqrt(f.Rol)*sqrt(P11-P12)*Av*lvf1; % [kg/s]
        vl = wl/(f.Rol*Av*lvf1); % [m/s]
    else
        wl = 0;
        vl = 0;
    end
    % Gas phase

    if (Rhog1 > 0) & (Pg1 > Pg2) & (1-lvf1 > 0) % Positiv flowe
        wg = fgp*sqrt(Rhog1)*sqrt(Pg1-Pg2)*Av*(1-lvf1);
        vg = wg/(Rhog1*Av*(1-lvf1));
    else
        vg = 0;
        wg = 0;
    end
end

if SF == 1
    % Liquid phase
    if (P11 > P12) & (lvf1 > 0) % Positive flow
        wl = r.flpslug*sqrt(f.Rol)*sqrt(P11-P12)*Av*lvf1;
        vl = wl/(f.Rol*Av*lvf1);
    else
        wl = 0;
        vl = 0;
    end
    % Gas phase

    if (Rhog1 > 0) & (Pg1 > Pg2) & (1-lvf1 > 0) % Positiv flowe
        wg = fgp*sqrt(Rhog1)*sqrt(Pg1-Pg2)*Av*(1-lvf1);
        vg = wg/(Rhog1*Av*(1-lvf1));
    end
end

```

```
else
    vg = 0;
    wg = 0;
end

end

sys= [wg, wl, vg, vl, P1, P2, SF,fgp] ;
% end mdlOutputs

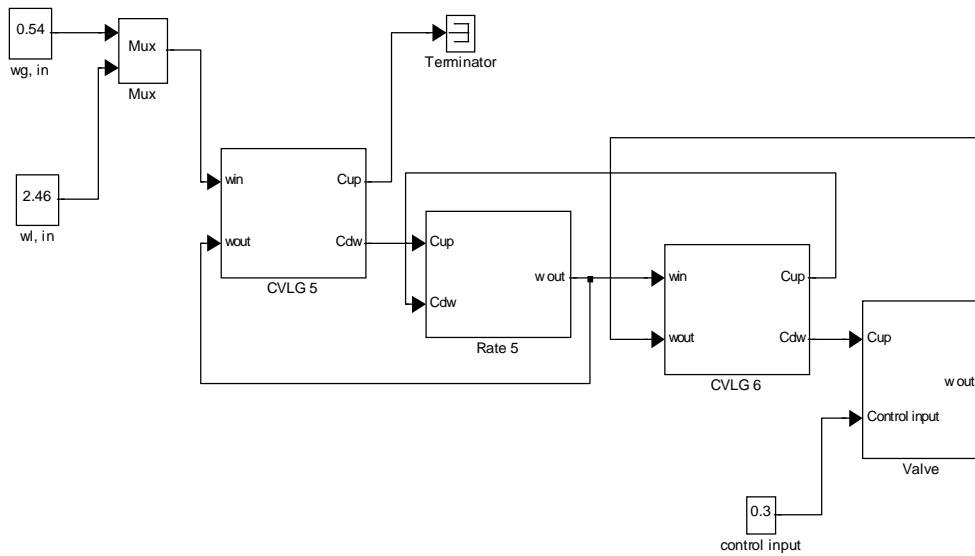
function sys=mdlGetTimeOfNextVarHit(t,x,u)

sampleTime = 1;    % Example, set the next hit to be one second later.
sys = t + sampleTime;

% end mdlGetTimeOfNextVarHit
function sys=mdlTerminate(t,x,u)

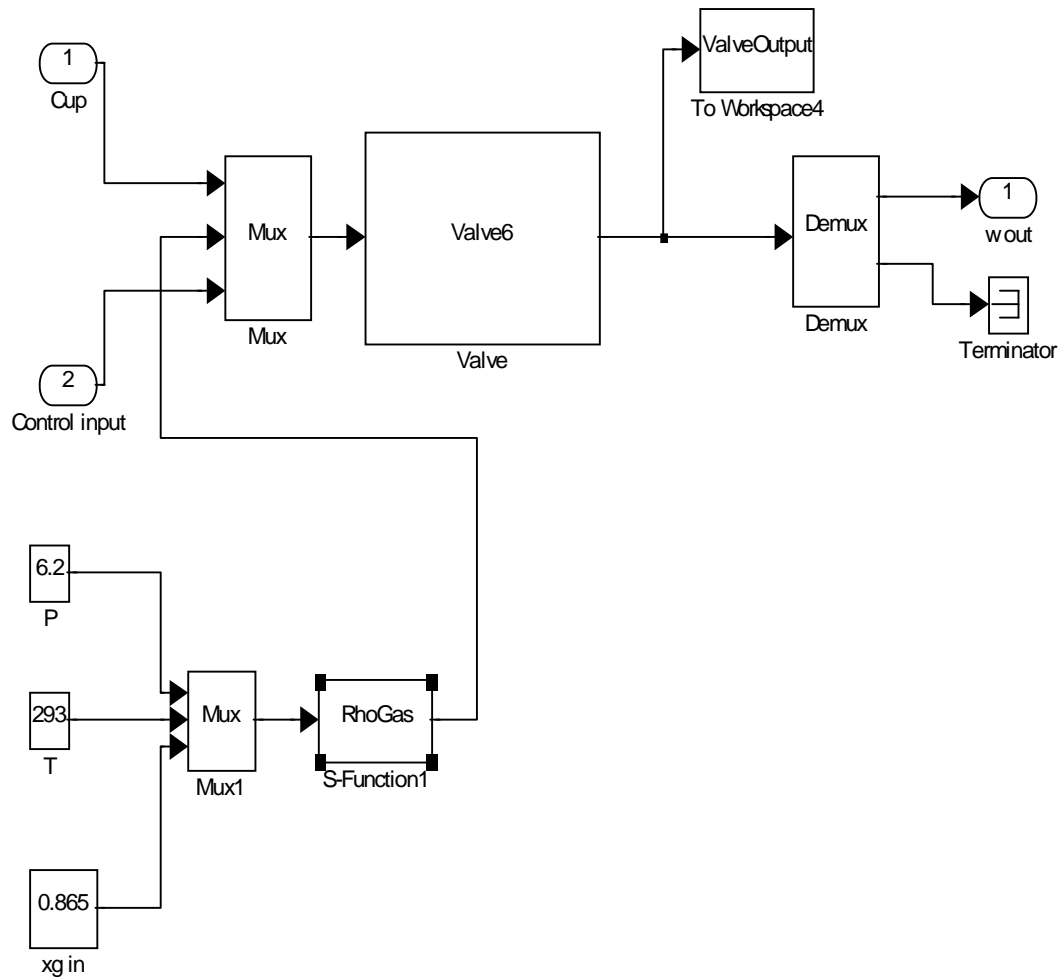
sys = [];

% end mdlTerminate
```

BILAG L SIMULINK MODELLEN AV RØRLEDNINGEN

Figur L-1 : Simulink modellen av rørledningen

Figur L-1 viser simulink modellen for den siste delen av rørledningen. Hele rørledningen består av 6 kontroll-volum, men koblingene mellom ratblokkene og kontroll-volumen vil være lik.



Figur L-2 : Sub modell i simulink modellen av rørledningen som viser hvordan rand betingelsen blir koblet til ventil blokken

BILAG M FUNKSJONEN RHOGAS

```

function [sys,x0,str,ts] = RhoGas(t,x,u,flag, f)
% Revision 14.11.1999 by Ketil Eik
switch flag,
  case 0,
    [sys,x0,str,ts]=mdlInitializeSizes(f);
  case 1,
    sys=mdlDerivatives(t,x,u);
  case 2,
    % sys=mdlUpdate(t,x,u);
  case 3,
    sys=mdlOutputs(t,x,u,f);
  case 4,
    % sys=mdlGetTimeOfNextVarHit(t,x,u);
  case 9,
    % sys=mdlTerminate(t,x,u);
  otherwise
    error(['Unhandled flag = ',num2str(flag)]);
end
% end sfuntmpl

function [sys,x0,str,ts]=mdlInitializeSizes(f);
sizes = simsizes;

sizes.NumContStates = 0;
sizes.NumDiscStates = 0;
sizes.NumOutputs = 4;
sizes.NumInputs = 3;
sizes.DirFeedthrough = 1;
sizes.NumSampleTimes = 1; % at least one sample time is needed

sys = simsizes(sizes);
% initialize the initial conditions
x0 = [];
str = [];
ts = [0 0];

% end mdlInitializeSizes
function sys=mdlDerivatives(t,x,w)
% end mdlDerivatives
function sys=mdlUpdate(t,x,u)
sys = [];

% end mdlUpdate

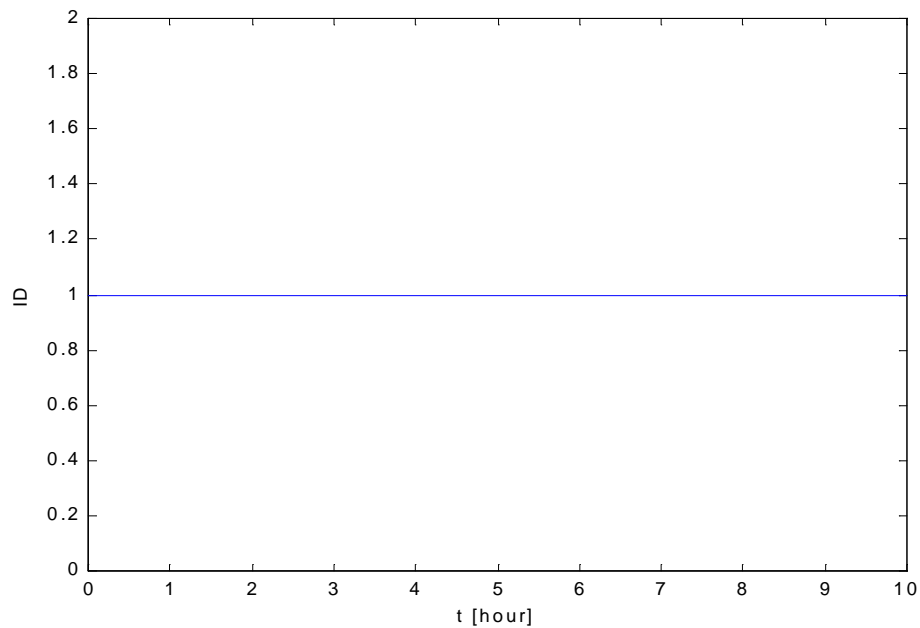
```

```
function sys=mdlOutputs(t,x,u,f)
% Input
Pu = u(1); %[bar]
T = u(2); %[K]
xg = u(3); %[-]

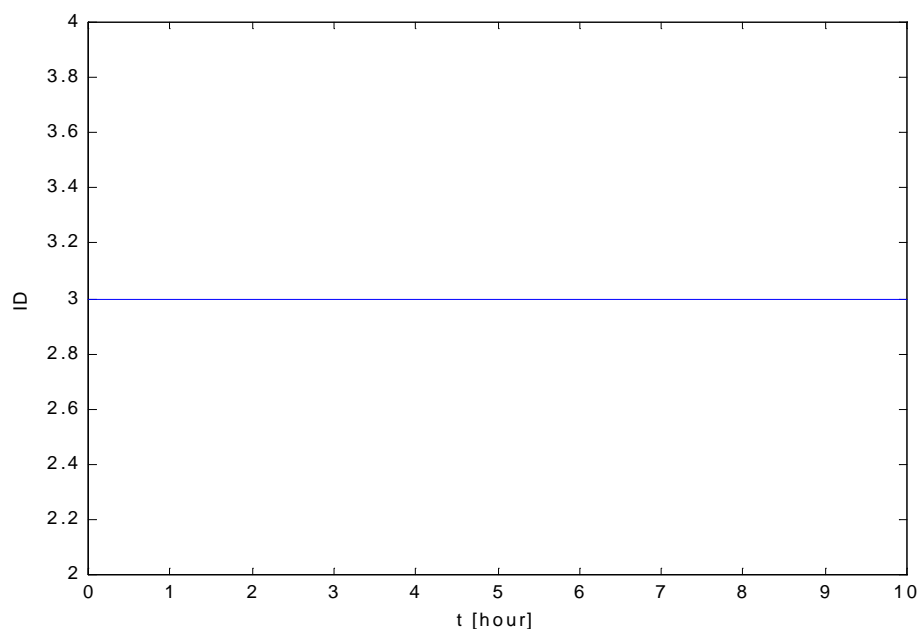
% Density gas [kg/m3]
Rhog = (Pu*f.M)/(f.R*T);
% Mass [kg]
mg = xg;
ml = 1-xg;
% Volume [m3]
Vg = mg/Rhog;
Vl = ml/f.Rol;
% Liquid volumfraction
lvf = Vl/(Vl+Vg);

sys=[Pu; Rhog; lvf; xg];

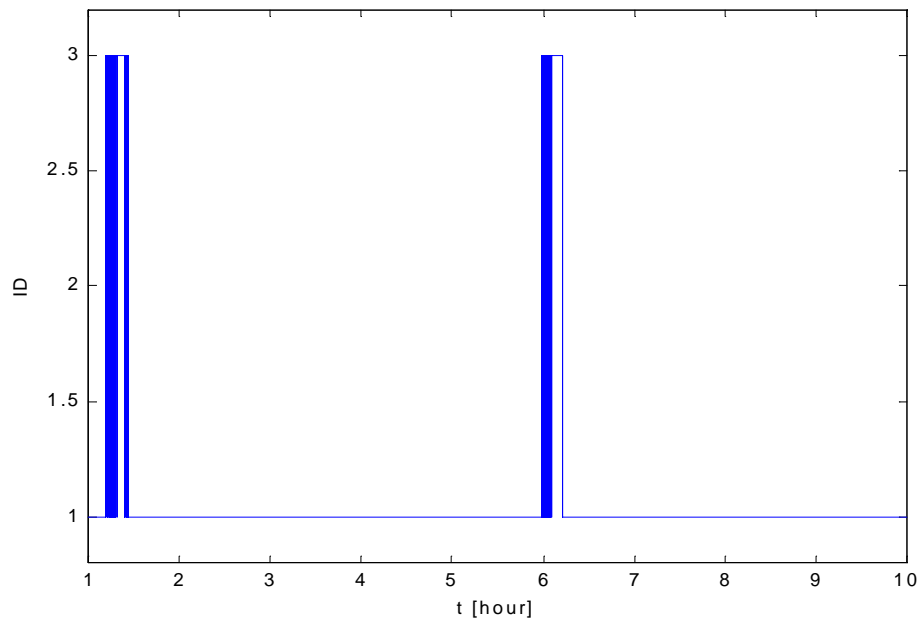
% end mdlOutputs
function sys=mdlGetTimeOfNextVarHit(t,x,u)
sampleTime = 1; % Example, set the next hit to be one second later.
sys = t + sampleTime;
% end mdlGetTimeOfNextVarHit
function sys=mdlTerminate(t,x,u)
sys = [];
% end mdlTerminate
```

BILAG N IDENTIFIKASJON AV STRØMNINGSREGIMET I RØRLEDNINGEN

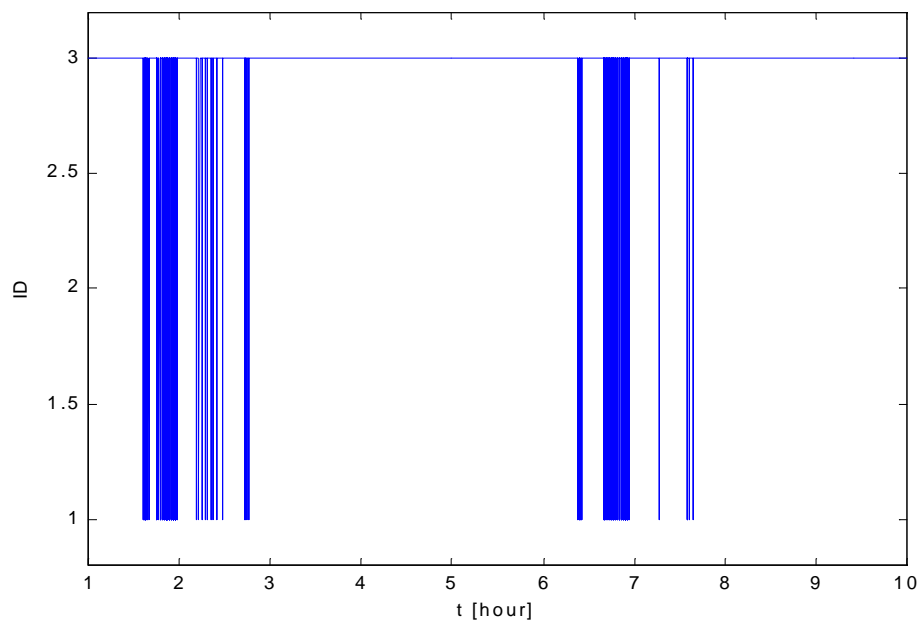
Figur N-1 : Strømningsregimet inn i kontroll-volum 3, ID=1 er stratifisert strømning, OLGA [7].



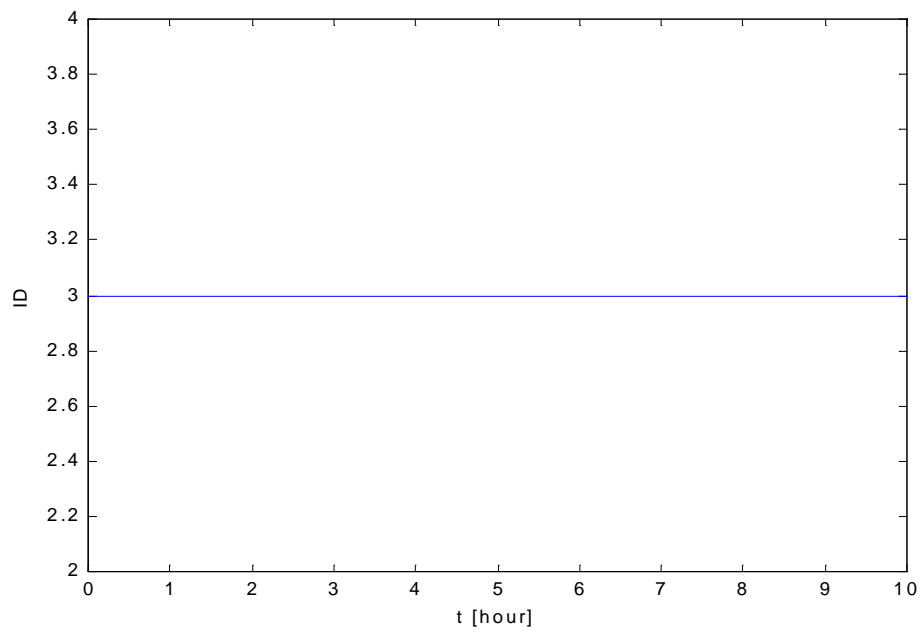
Figur N-2 : Strømningsregimet ut av kontroll-volum 3, ID=3 er slug strømning



Figur N-3 : Strømningsregimet ut av kontroll-volum 4, ID =1 er stratifisert og ID = 3 er slugstrømning.



Figur N-4 : Strømningsregimet ut av kontroll-volum 5, ID =1 er stratifisert og ID = 3 er slug strømning



Figur N-5 : Strømningsregimet ut av kontroll-volum 6, $ID = 3$ er slug strømning.

BILAG O FUNKSJONENE FOR TEST AV KONTROLL-VOLUMET

```

function [mg, ml, Vt]=Mass(HOL,ROG,s,e,f,p,g);
for j=1:size(HOL,1)
    for i=1:(e-s)
        Vt1(i)=pi*((p.D/2)^2).*(g(i+s)-g(i+(s-1)));
        Vl(i)=Vt1(i).*HOL(j,i+(s-1));
        ml1(i)= f.Rol.*Vl(i);
        Vg(i)=Vt1(i)-Vl(i);
        mg1(i)=Vg(i).*ROG(j,i+(s-1));
    end
mg(j) = sum(mg1);
ml(j) = sum(ml1);
Vt(j)= sum(Vt1);
end
mg = mg';
ml = ml';
Vt = Vt';

function [sys] = Cv(mg, ml,Vt,f, p)

for i=1:size(mg,1)

% Volume
Vl(i)=ml(i)./f.Rol;
Vg(i)=Vt(i)-Vl(i);

% Volume fraction liquid
lvf(i) = Vl(i)./Vt(i);

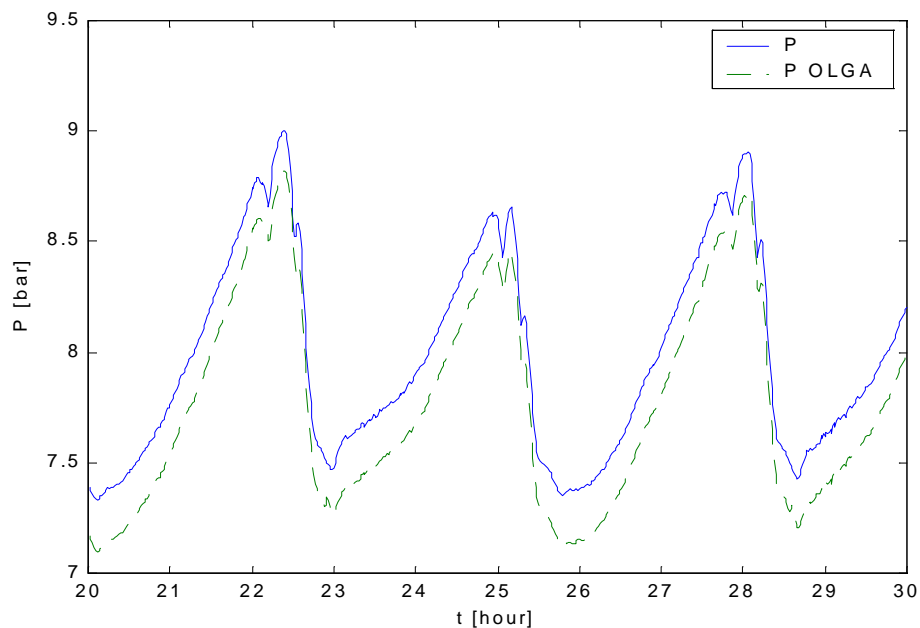
% Density
Rhog(i)=mg(i)./Vg(i);

% Pressure and temperature
Pg(i)=((mg(i).*f.R*f.Tr./(f.M.*Vg(i)))^f.gamma)*(f.Pr^(1-f.gamma));
Tg(i)= f.Tr*(Pg(i)./f.Pr)^(1-1/f.gamma);
T(i) = ((mg(i).*f.Cpg.*(Tg(i)-f.Tr)+ml(i).*f.Cpl*(f.Tl-f.Tr))./(
(mg(i).*f.Cpg+ml(i).*f.Cpl))+ f.Tr);
P(i) = (mg(i).*f.R*T(i))./(f.M*Vg(i));

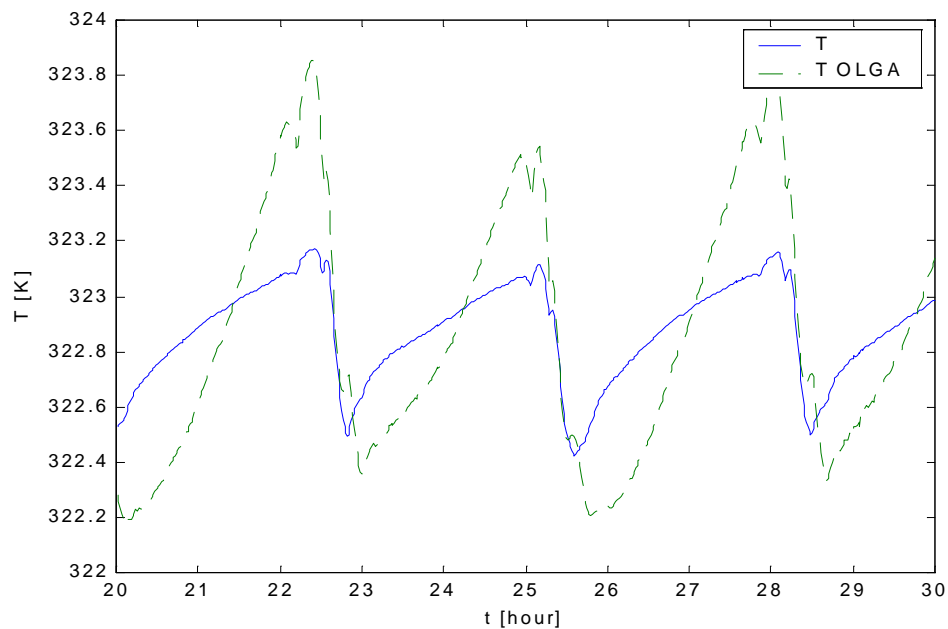
end
sys=[P; T; lvf; Rhog; Pg; Tg];

```

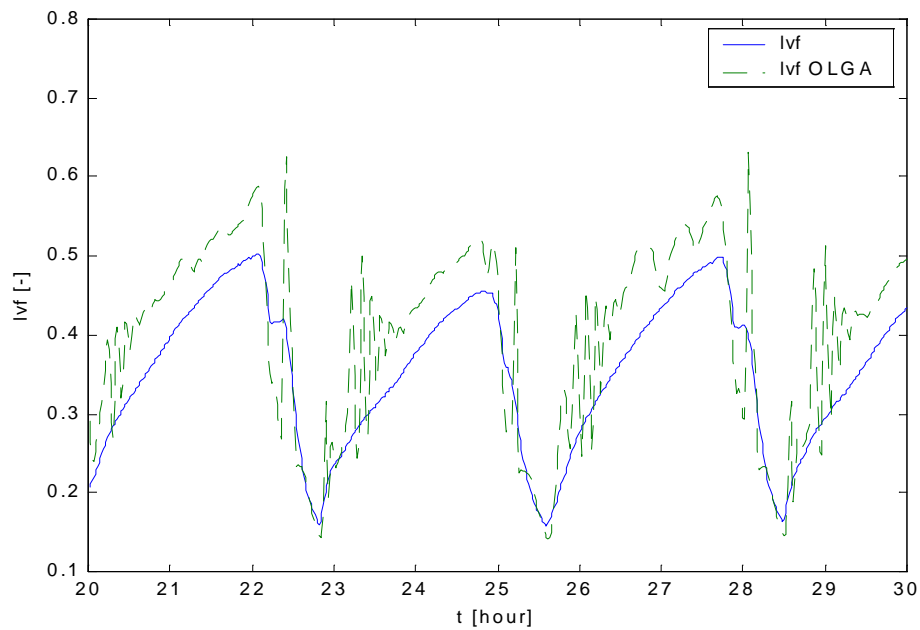
BILAG P SAMMENLIGNING AV VARIABLENE BEREGNET AV FUNKSJONEN CVLG OG OLGA-SIMULERINGEN



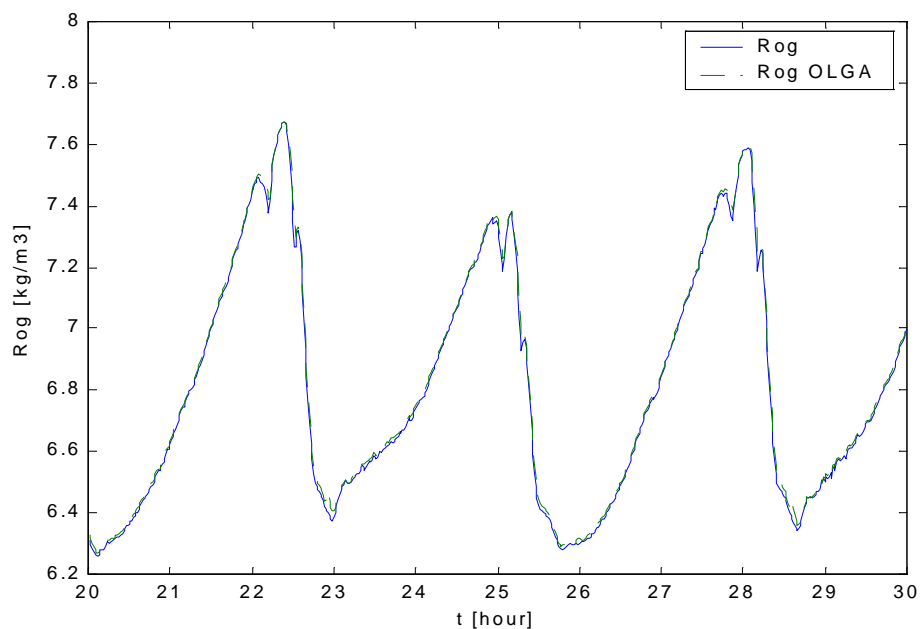
Figur P-1 : Sammenligning av trykket beregnet av funksjonen CVLG og OLGA-simuleringen av kontroll-volum 5.



Figur P-2 : Sammenligning av temperatur beregnet av funksjonen CVLG og OLGA-simuleringen av kontroll-volum 5.

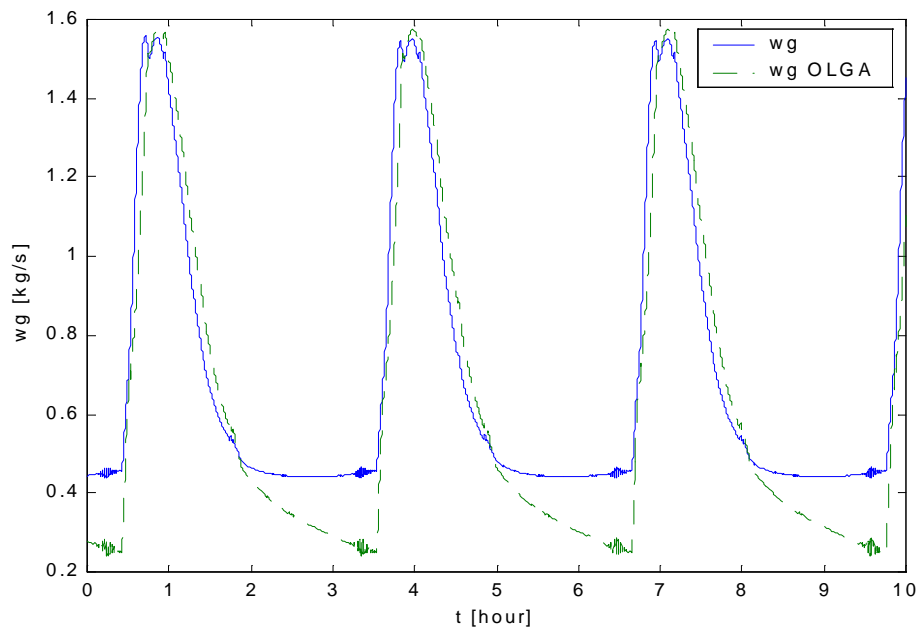


Figur P-3 : Sammenligning av væske volumfraksjonen beregnet med funksjonen CVLG og OLGA-simuleringen av kontroll-volum 5.

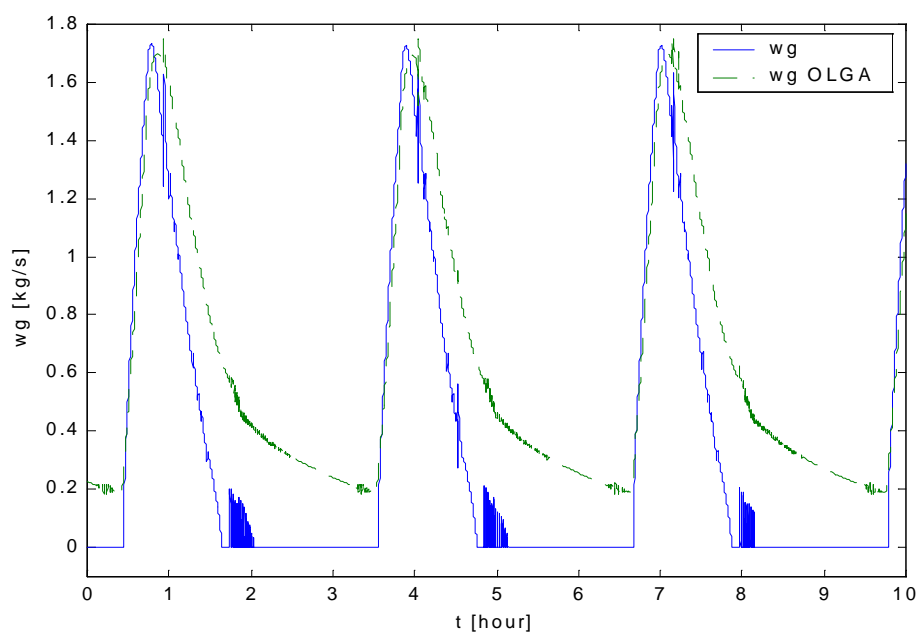


Figur P-4 : Sammenligning av tettheten til gassfasen beregnet med funksjonen CVLG og OLGA-simuleringen av kontroll-volum 5.

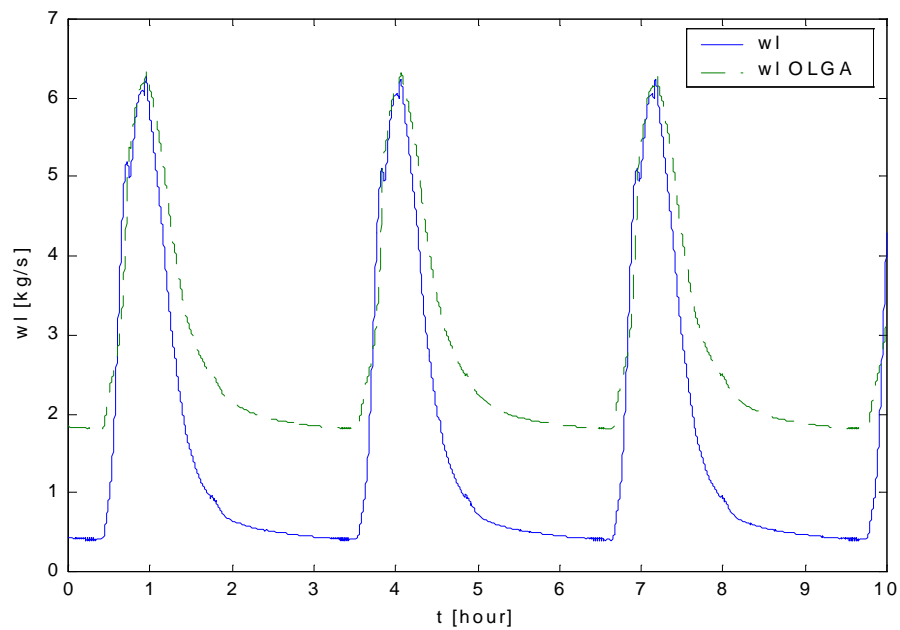
BILAG Q SAMMENLIGNING AV MASSERATENE BEREGNET MED RATE 1 OG OLGA-SIMULERINGEN



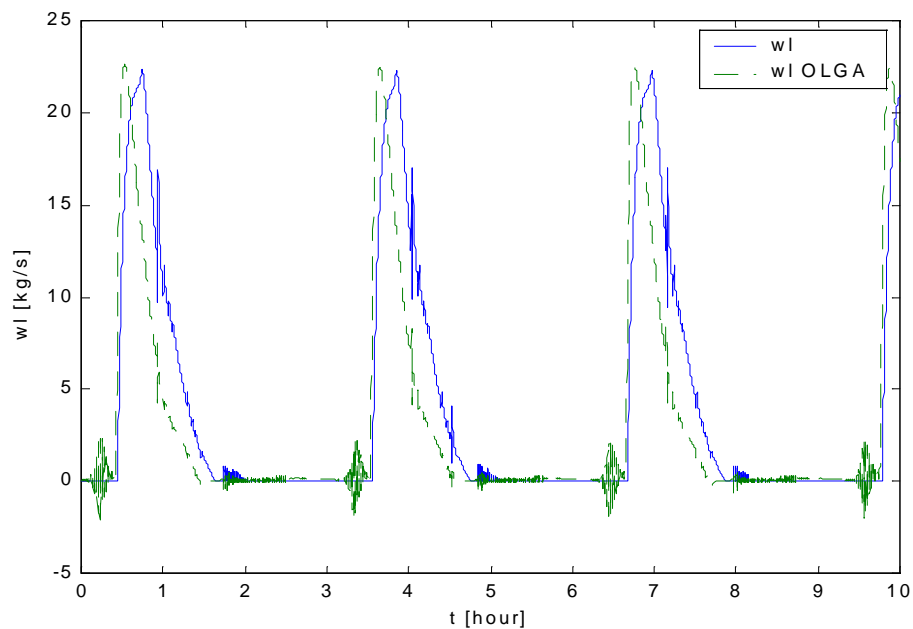
Figur Q-1 : Gassraten mellom kontroll-volum 4 og 5



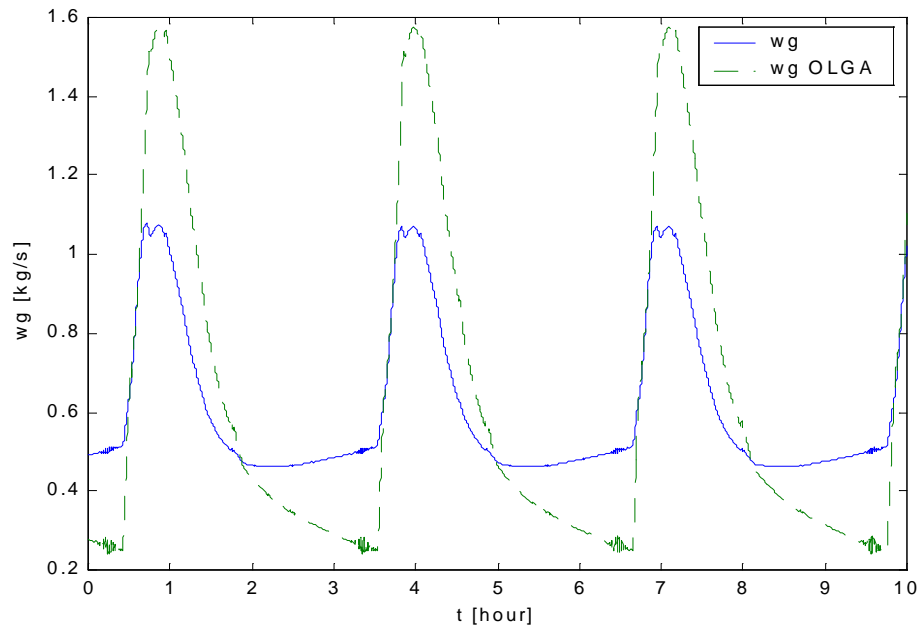
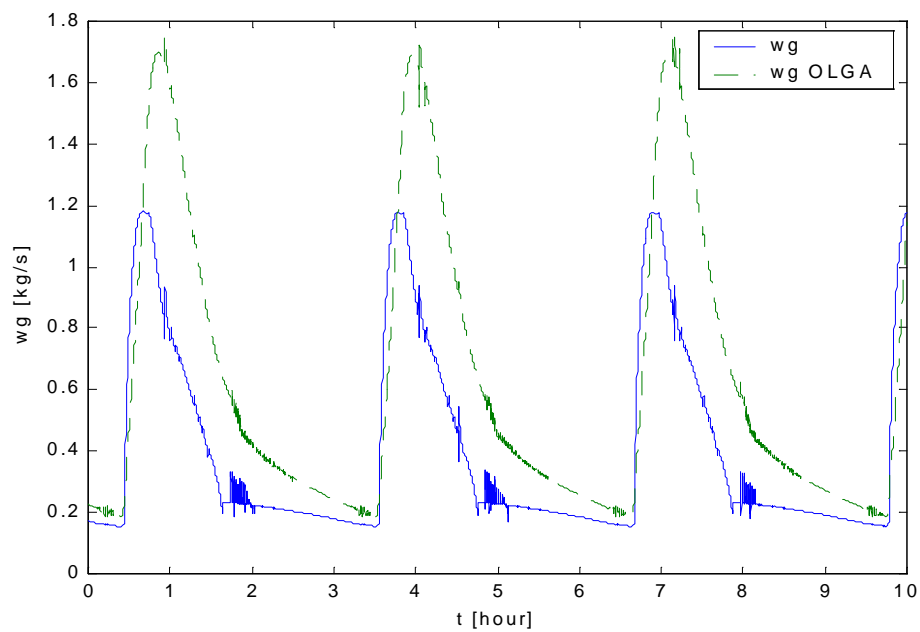
Figur Q-2 : Gassraten mellom kontroll-volum 5 og 6

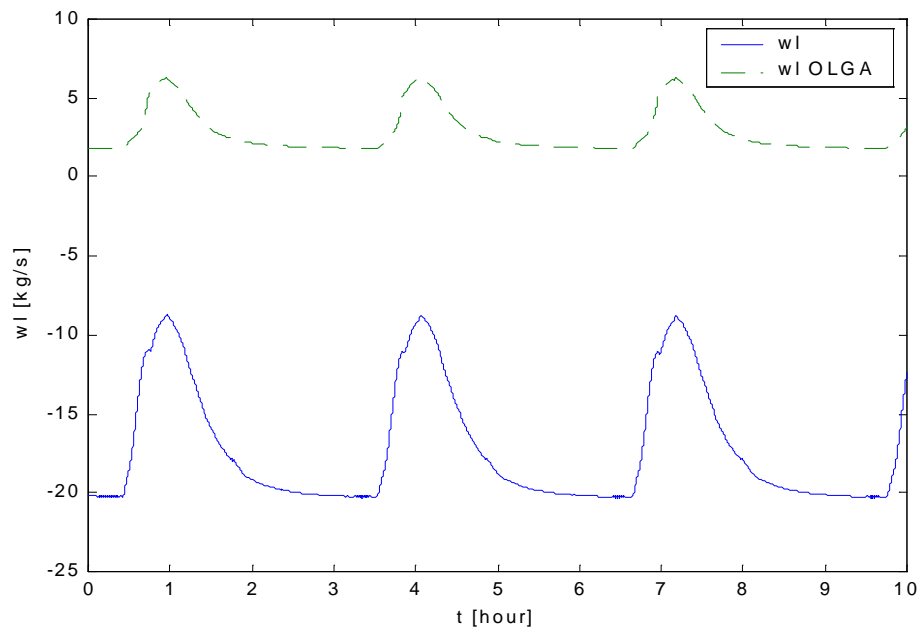


Figur Q-3 : Væskeraten mellom kontroll-volum 4 og 5

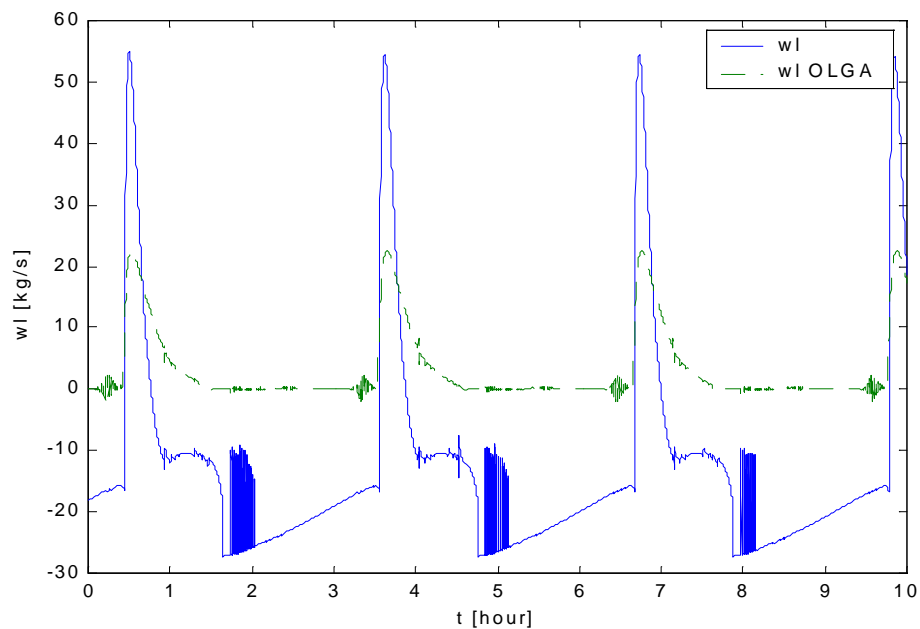


Figur Q-4 : Væskeraten mellom kontroll-volum 5 og 6

BILAG R SAMMENLIGNING AV MASSERATENE BEREGNET MED RATE 2 OG OLGA-SIMULERINGEN**Figur R-1 : Gassraten mellom kontroll-volum 4 og 5****Figur R-2 : Gassraten mellom kontroll-volum 5 og 6**

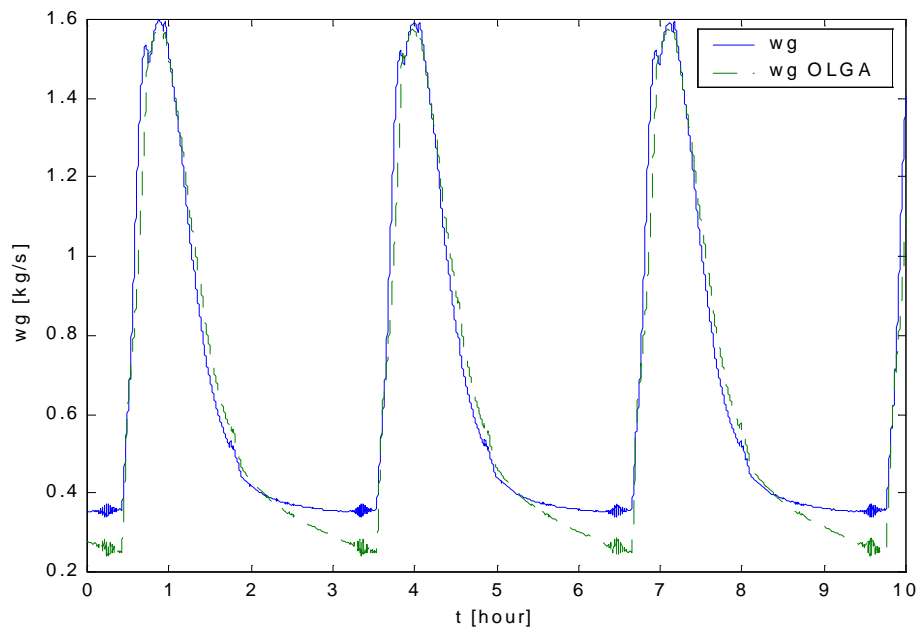


Figur R-3 : Væskeraten mellom kontroll-volum 4 og 5

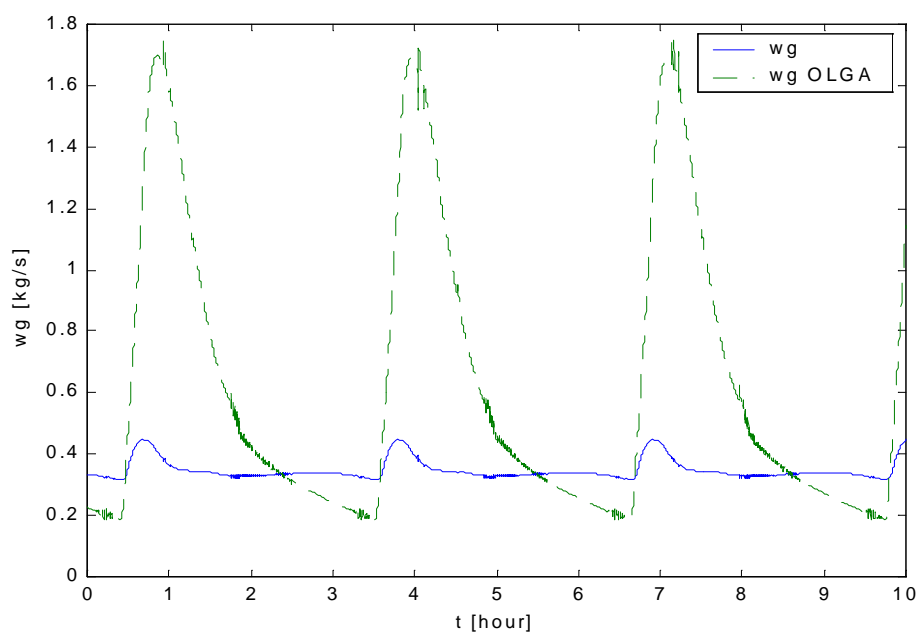


Figur R-4 : Væskeraten mellom kontroll-volum 5 og 6

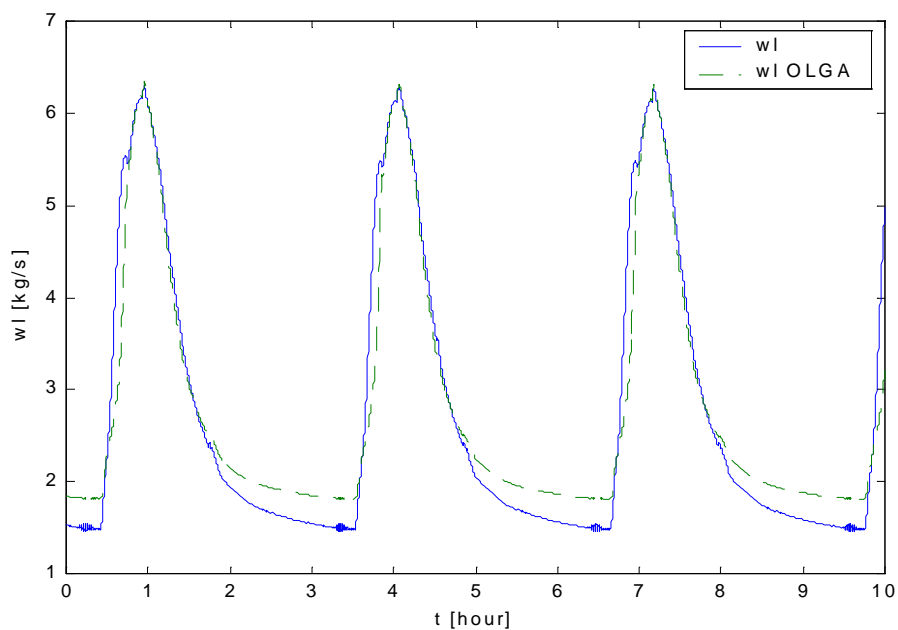
BILAG S SAMMENLIGNING AV MASSERATENE BEREGNET MED RATE 3 OG OLGA-SIMULERINGEN



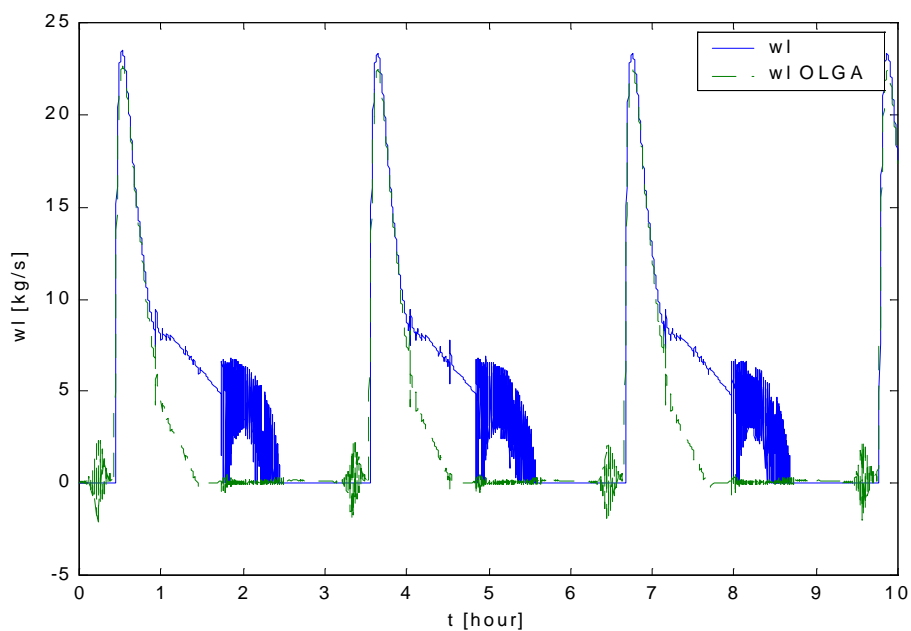
Figur S-1 : Gassraten mellom kontroll-volum 4 og 5



Figur S-2 : Gassraten mellom kontroll-volum 5 og 6

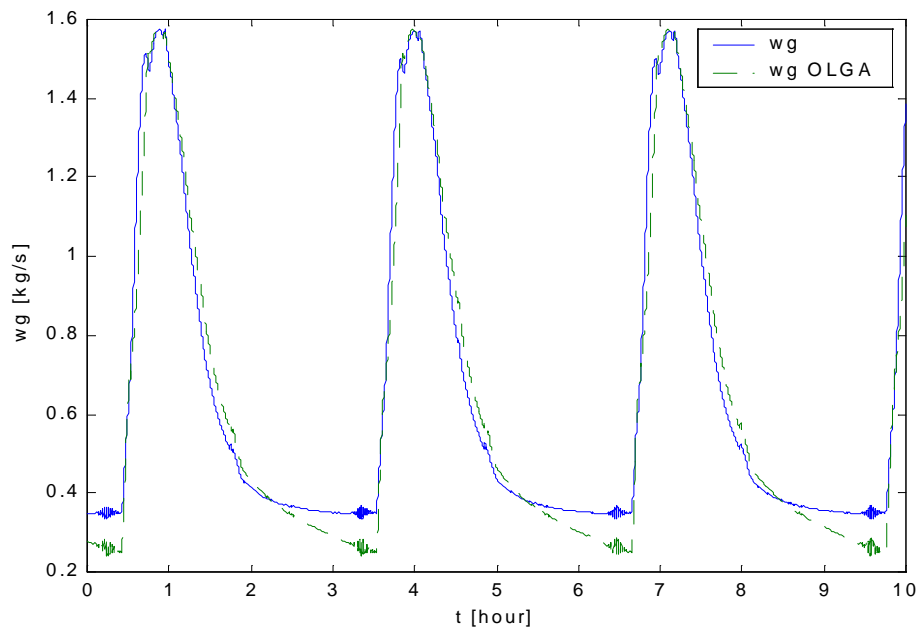


Figur S-3 : Væskeraten mellom kontroll-volum 4 og 5

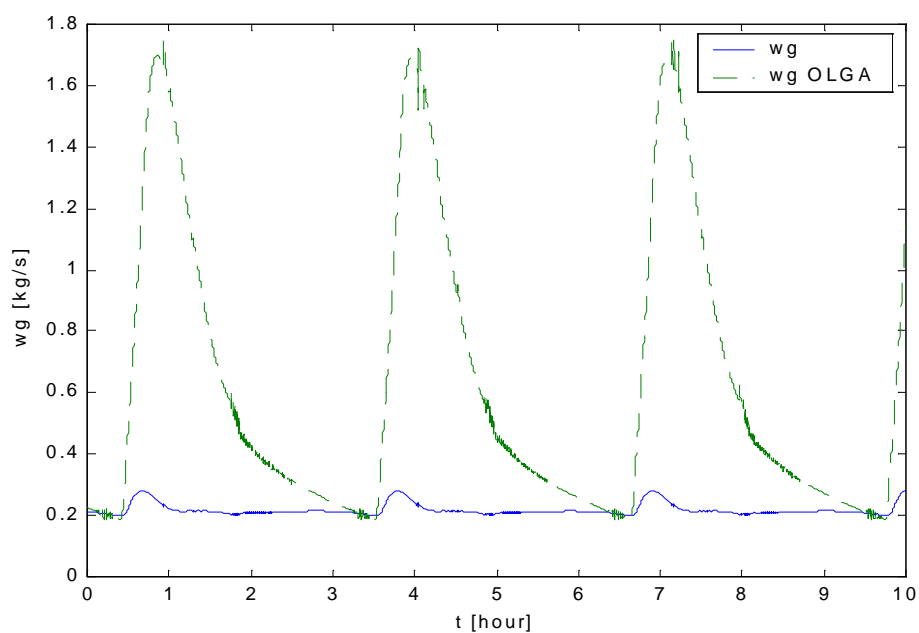


Figur S-4 : Væskeraten mellom kontroll-volum 5 og 6

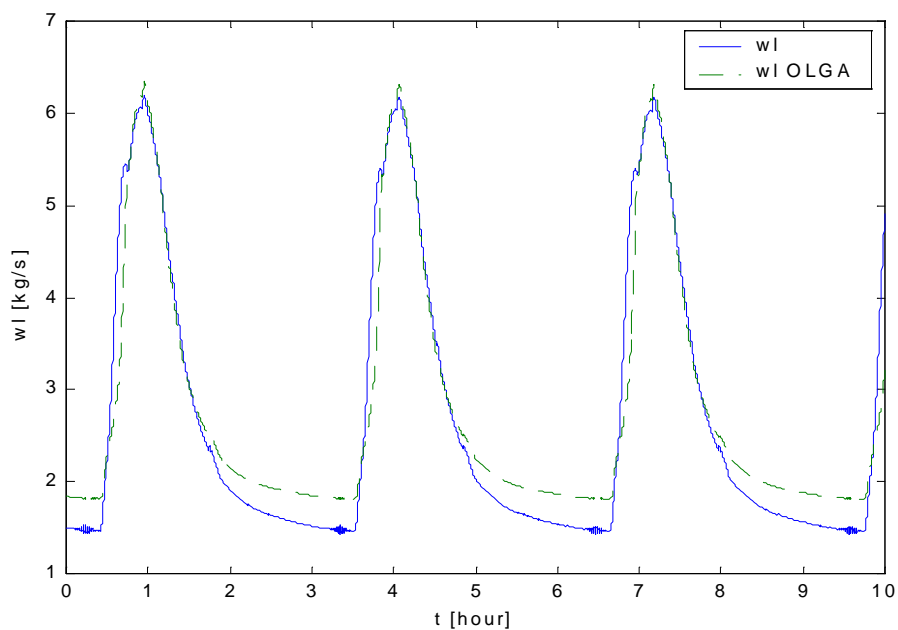
BILAG T SAMMENLIGNING AV MASSERATENE BEREGNET MED RATE 4 OG OLGA-SIMULERINGEN



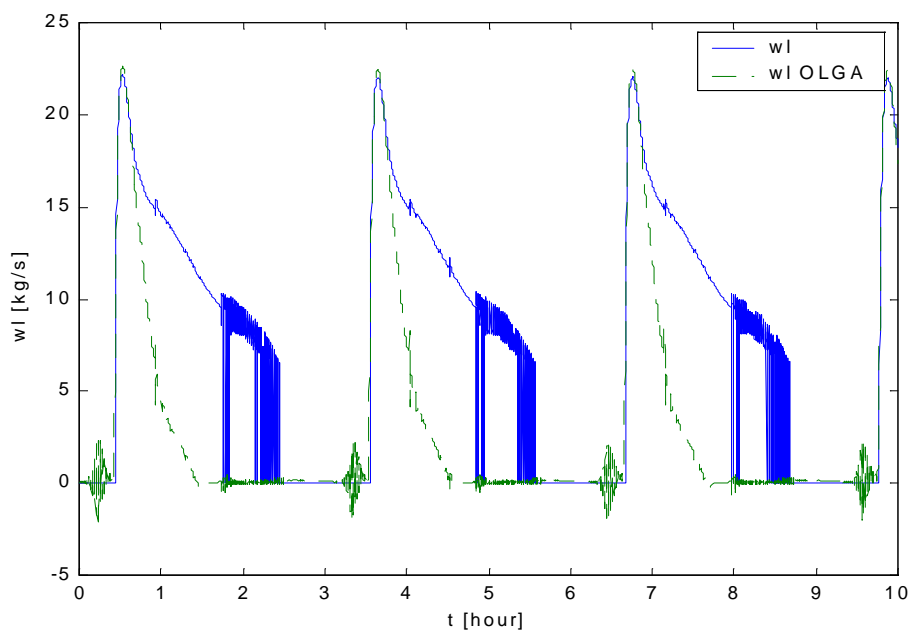
Figur T-1 : Gassraten mellom kontroll-volum 4 og 5



Figur T-2 : Gassraten mellom kontroll-volum 5 og 6

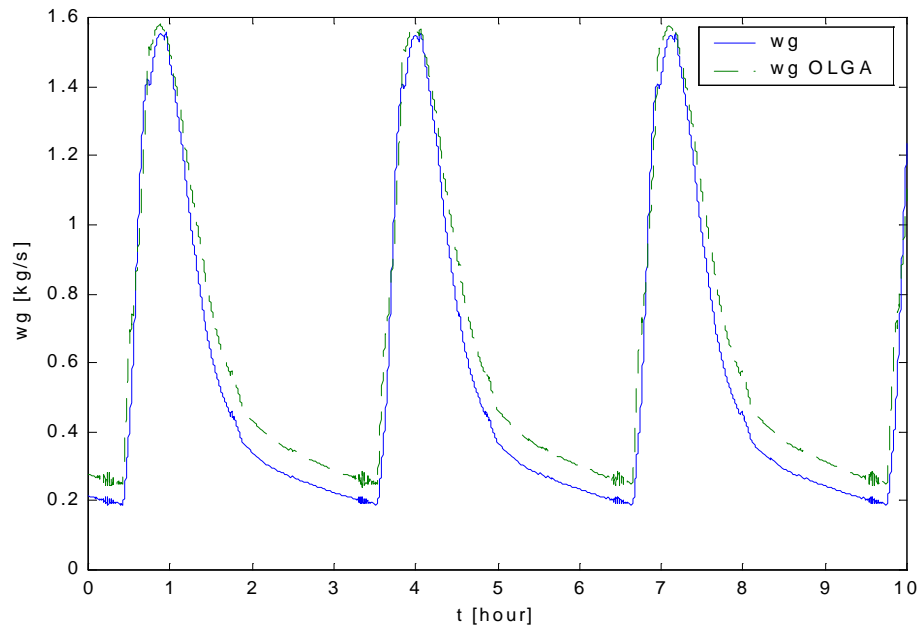


Figur T-3 : Væskeraten mellom kontroll-volum 4 og 5

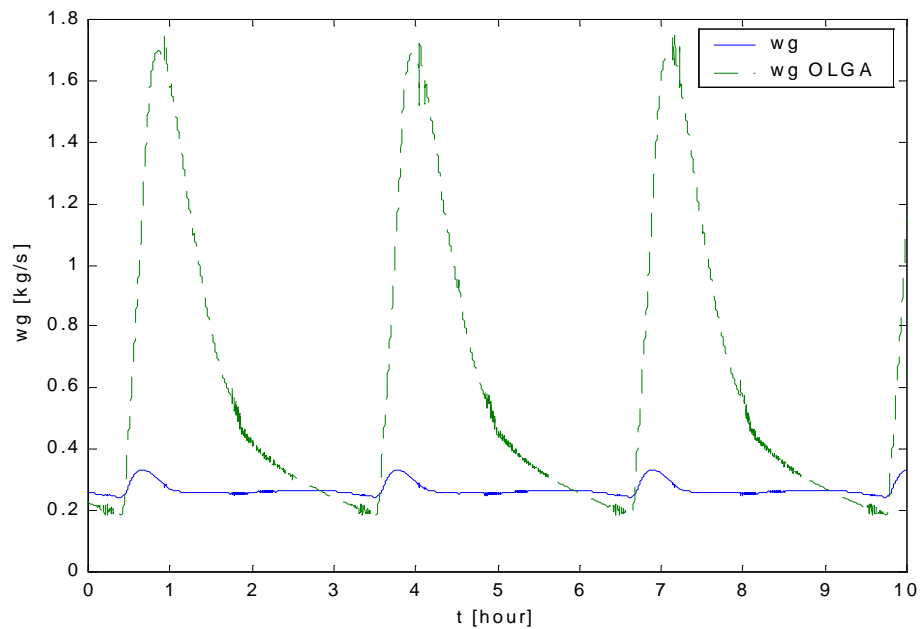


Figur T-4 : Væskeraten mellom kontroll-volum 5 og 6

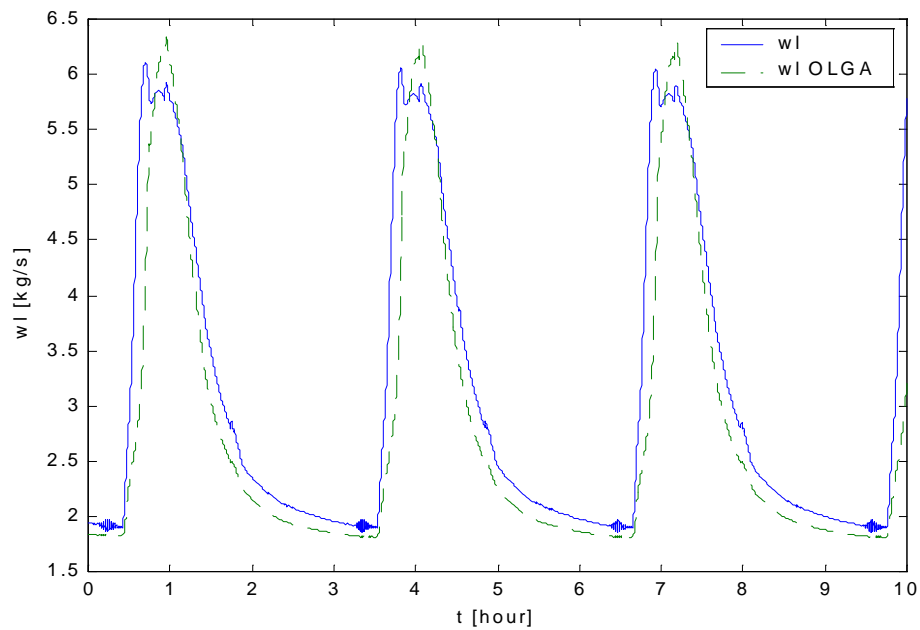
BILAG U SAMMENLIGNING AV MASSERATENE BEREGNET MED RATE 5 OG OLGA-SIMULERINGEN



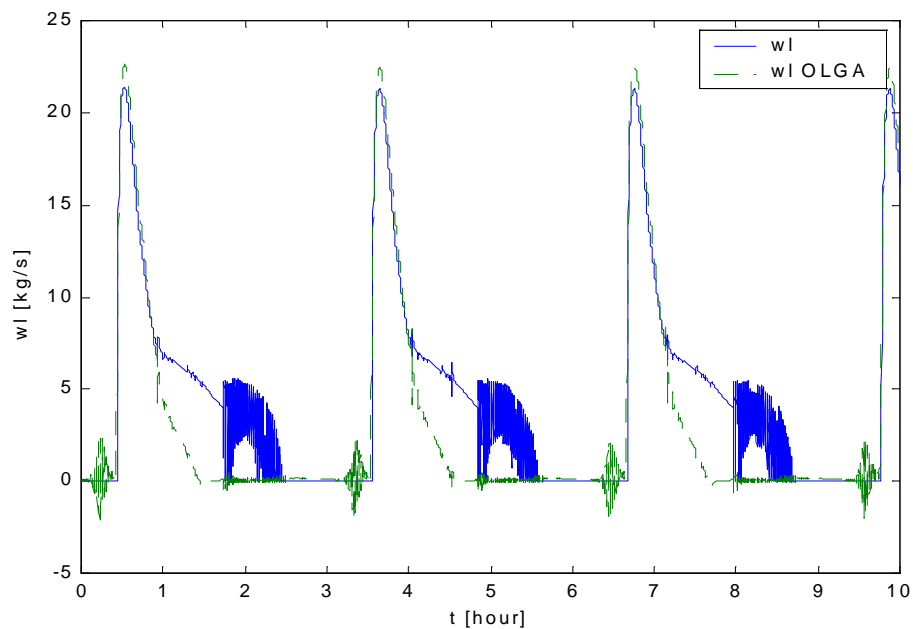
Figur U-1 : Gassraten mellom kontroll-volum 4 og 5



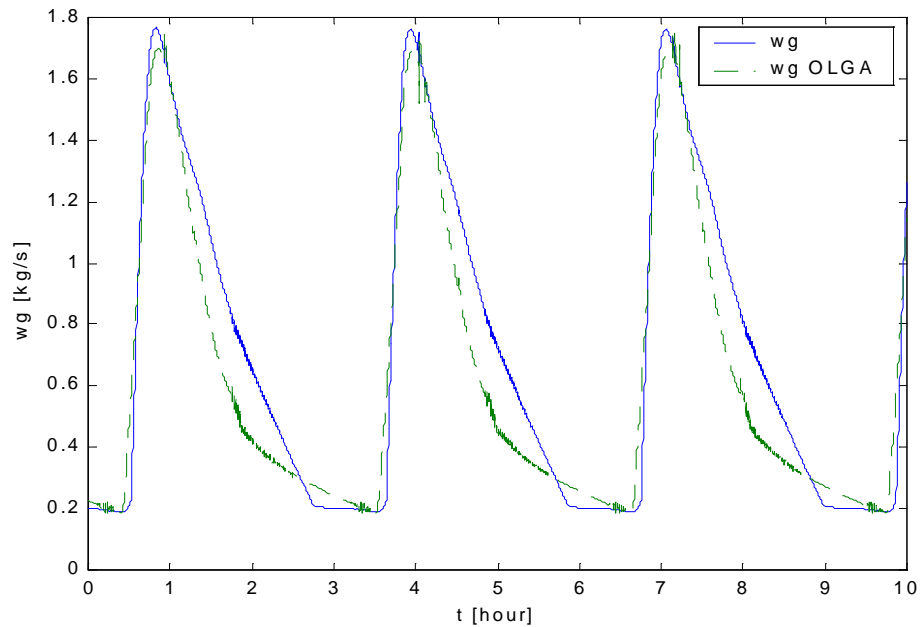
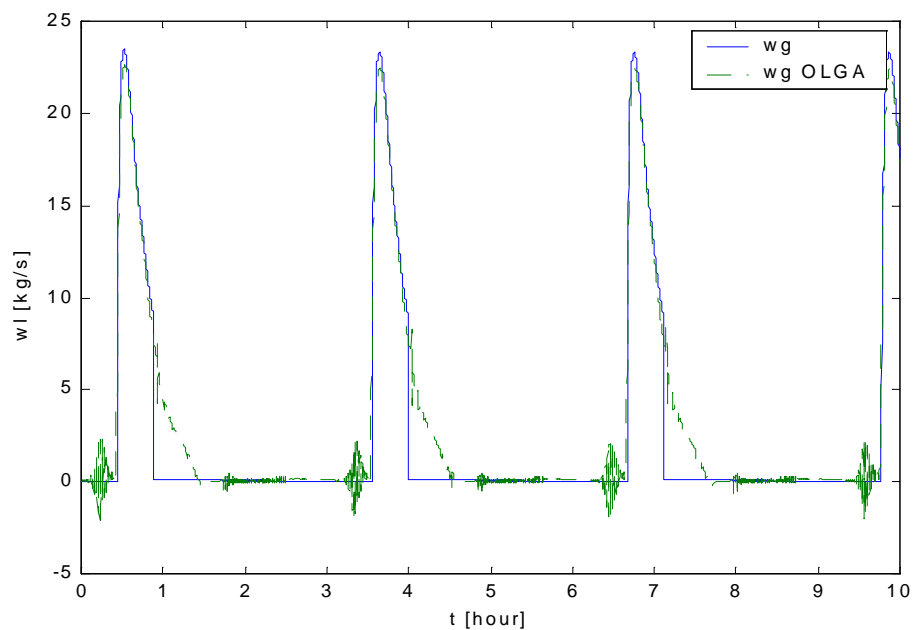
Figur U-2 : Gassraten mellom kontroll-volum 5 og 6



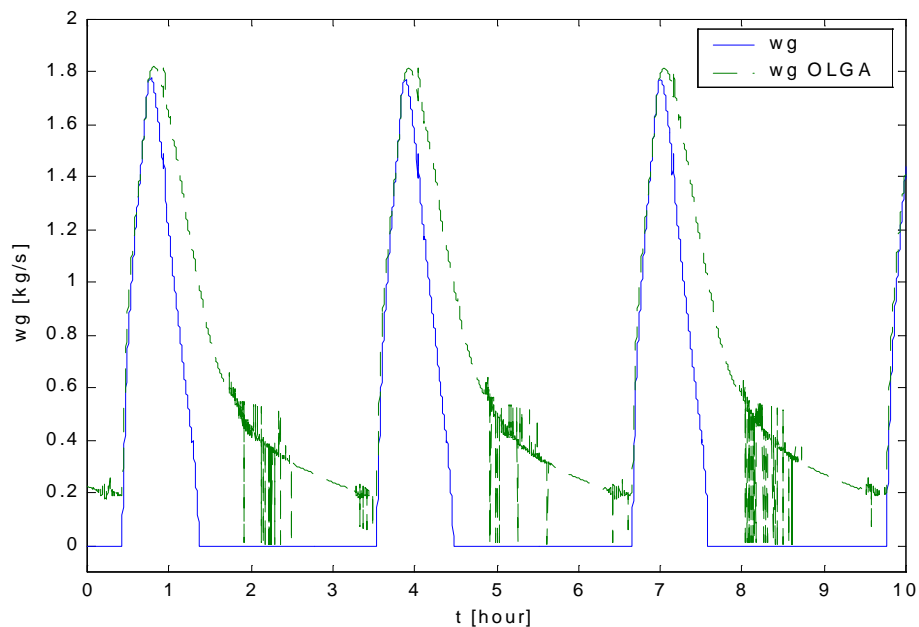
Figur U-3 : Væskeraten mellom kontroll-volum 4 og 5



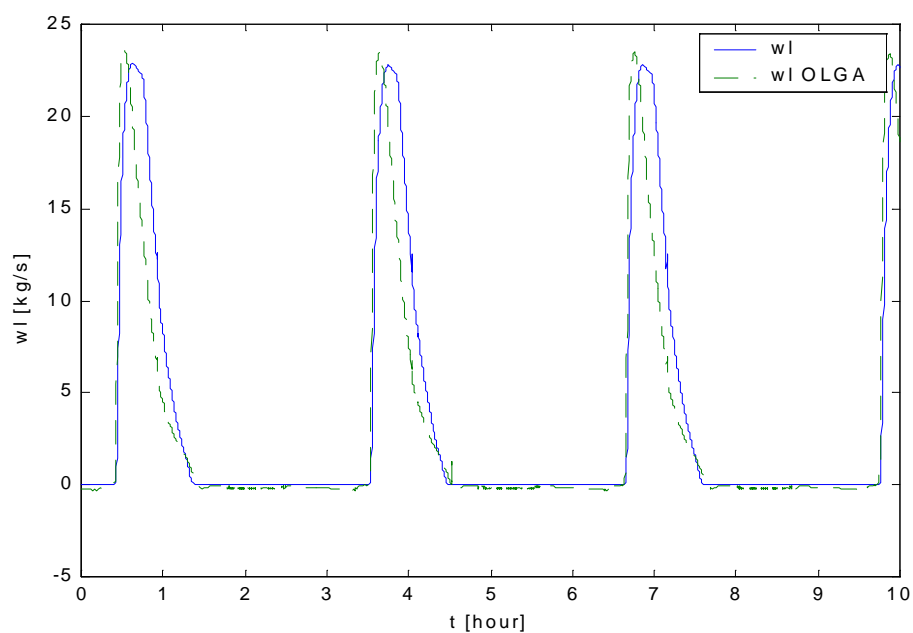
Figur U-4 : Væskeraten mellom kontroll-volum 5 og 6

BILAG V SAMMENLIGNING AV MASSERATENE BEREGNET MED RATE 6 OG OLGA-SIMULERINGEN**Figur V-1 : Gassraten mellom kontroll-volum 5 og 6****Figur V-2 : Væskeraten mellom kontroll-volum 5 og 6**

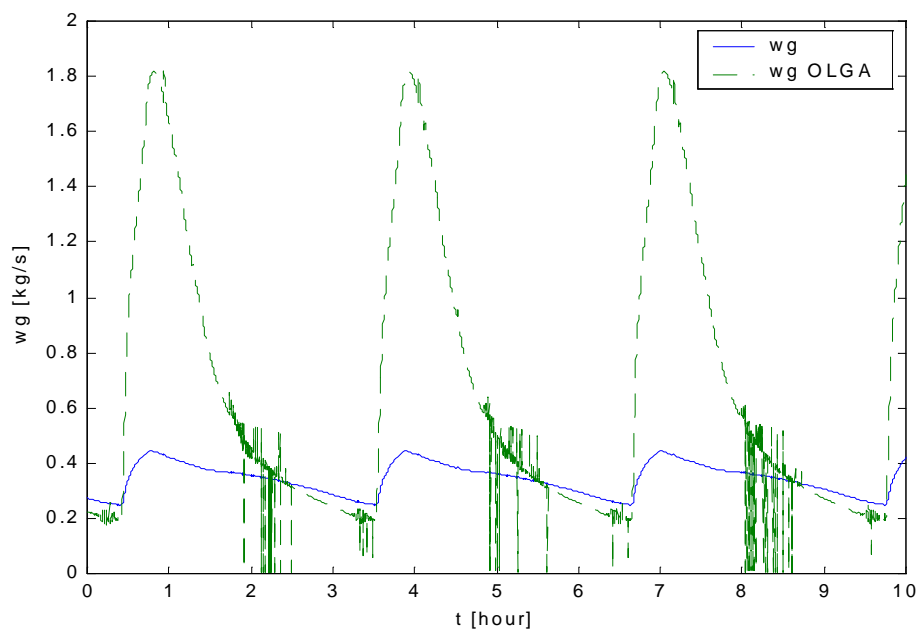
BILAG W SAMMENLIGNING AV MASSERATENE BEREGNET AV VENTILLIGNINGEN OG OLGA-SIMULERINGEN



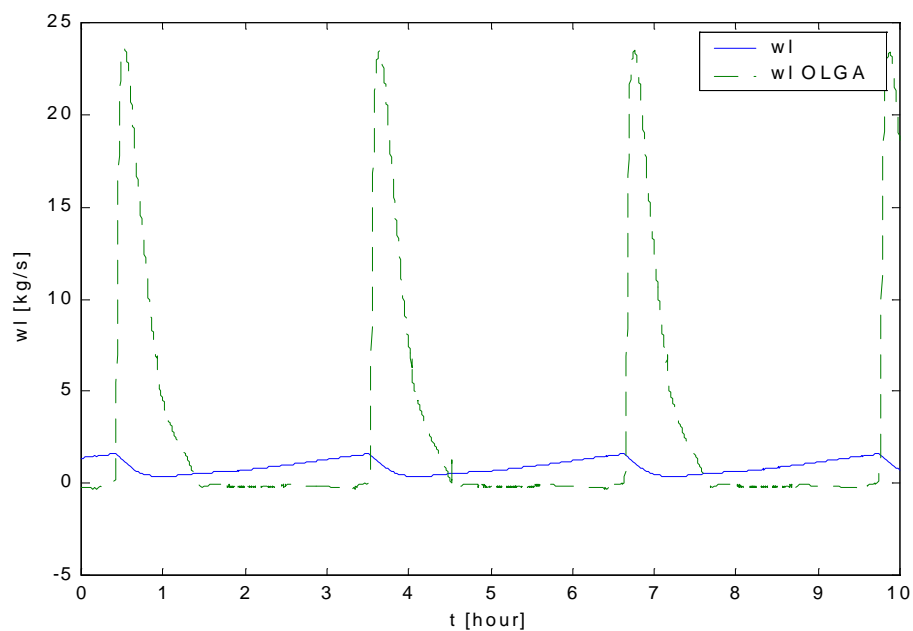
Figur W-1 : Gassraten ut av ventilen bergnet med Valve 1



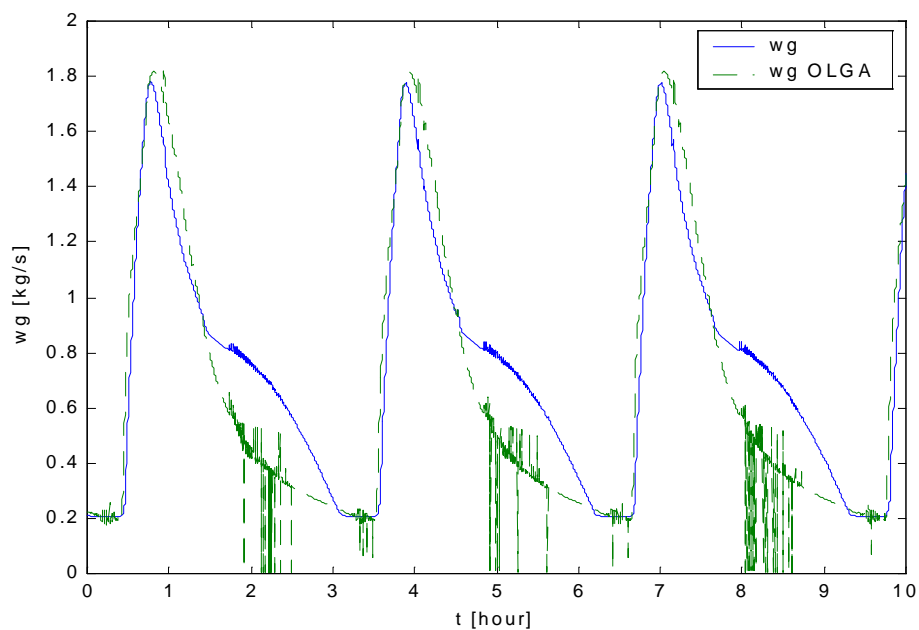
Figur W-2 : Væskeraten ut av ventilen beregnet med Valve 1



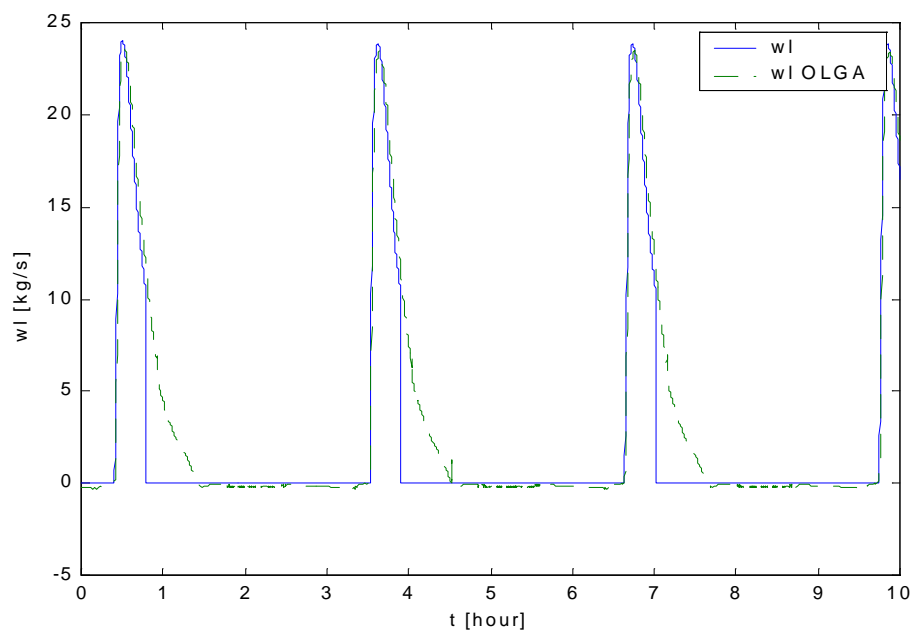
Figur W-3 : Gassraten ut av ventilen beregnet med Valve 3



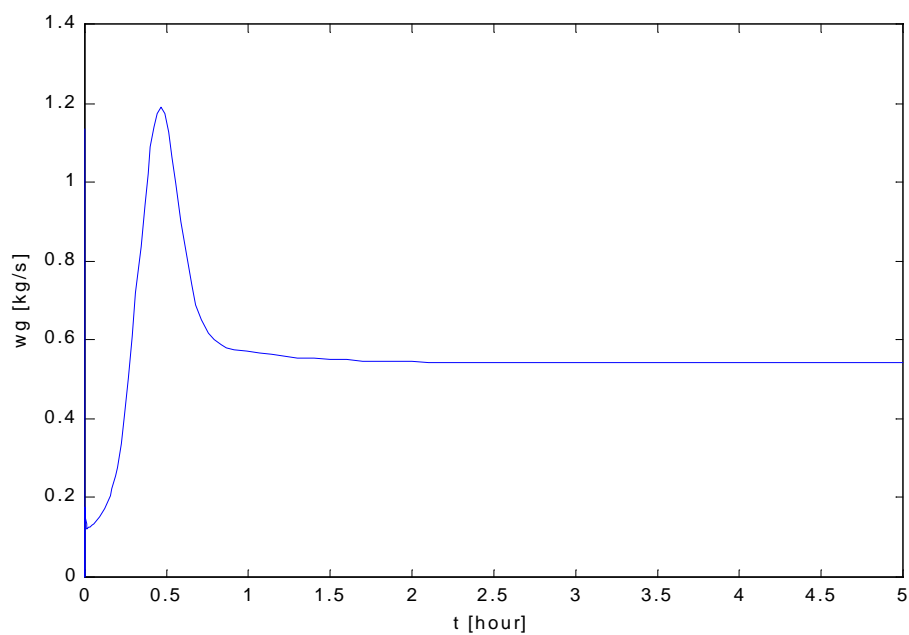
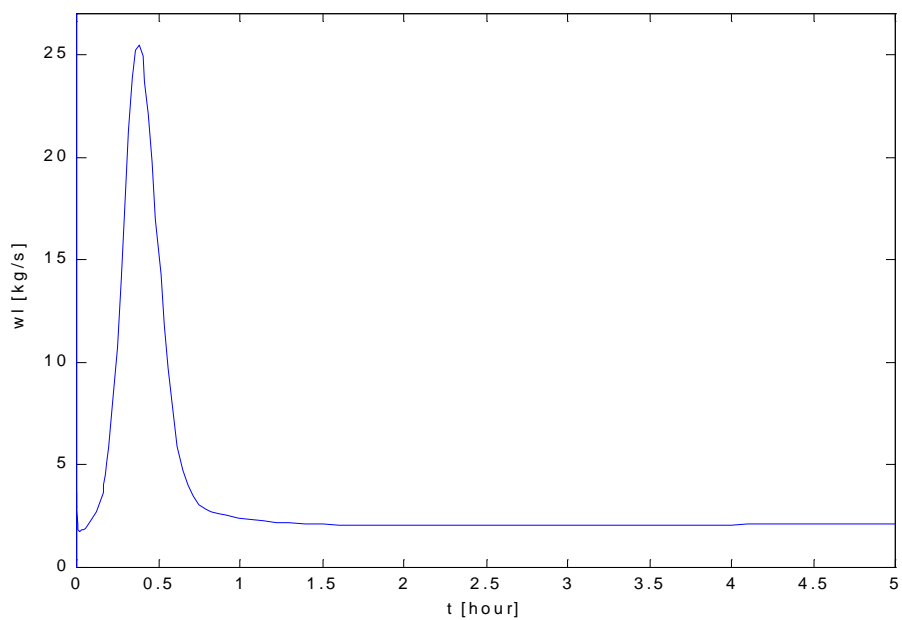
Figur W-4 : Væskeraten ut av ventilen beregnet med Valve 3

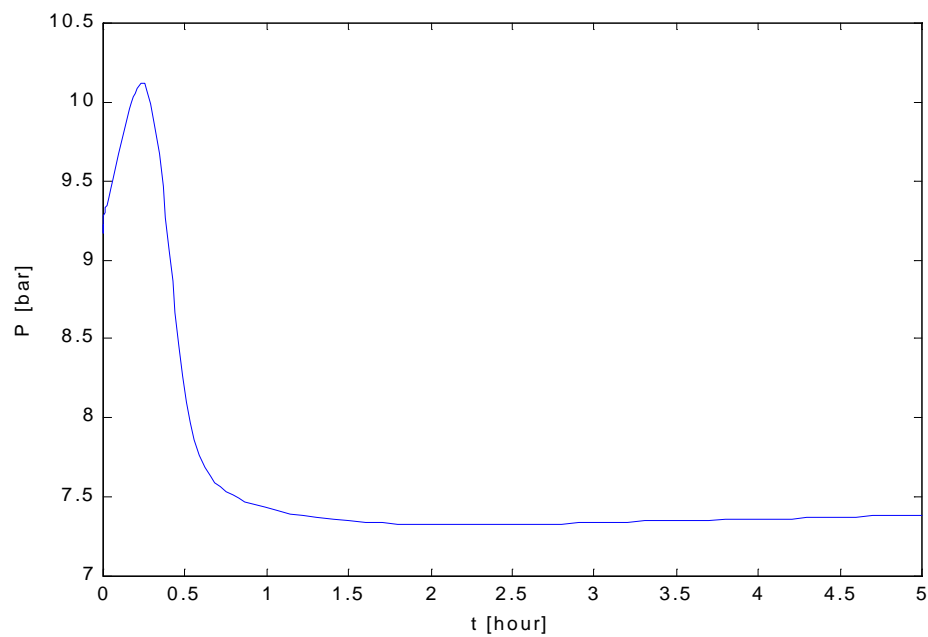


Figur W-5 : Gassraten ut av ventilen beregnet med Valve 6

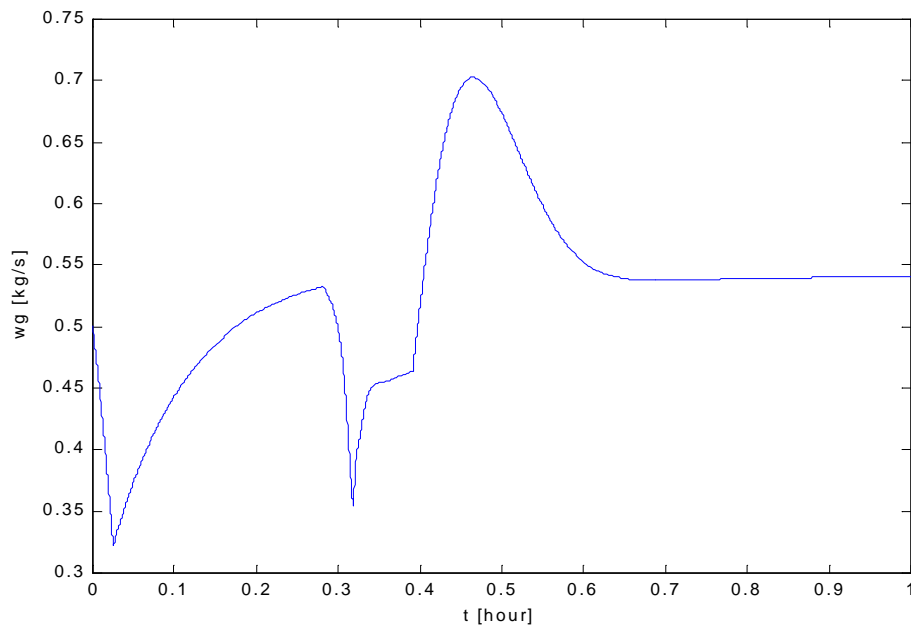
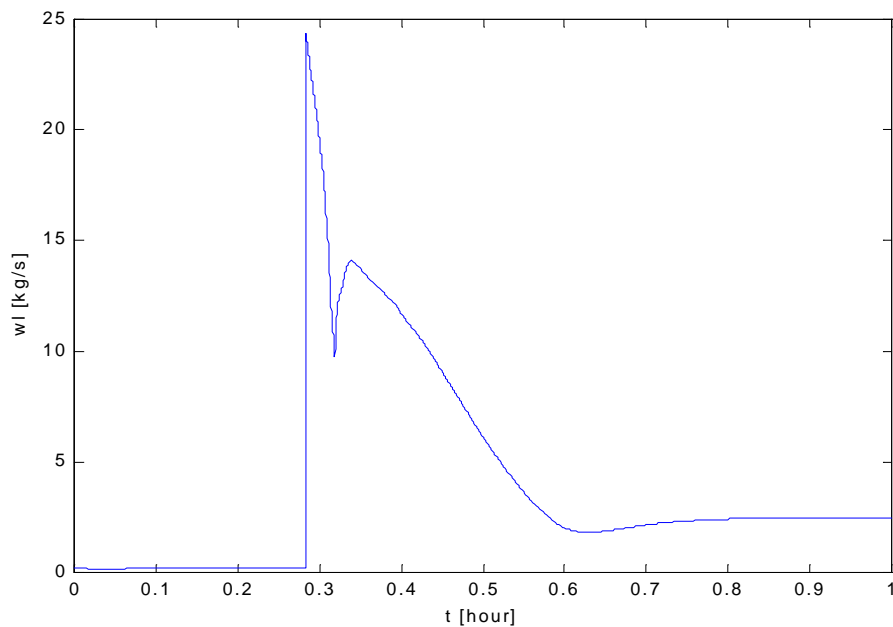


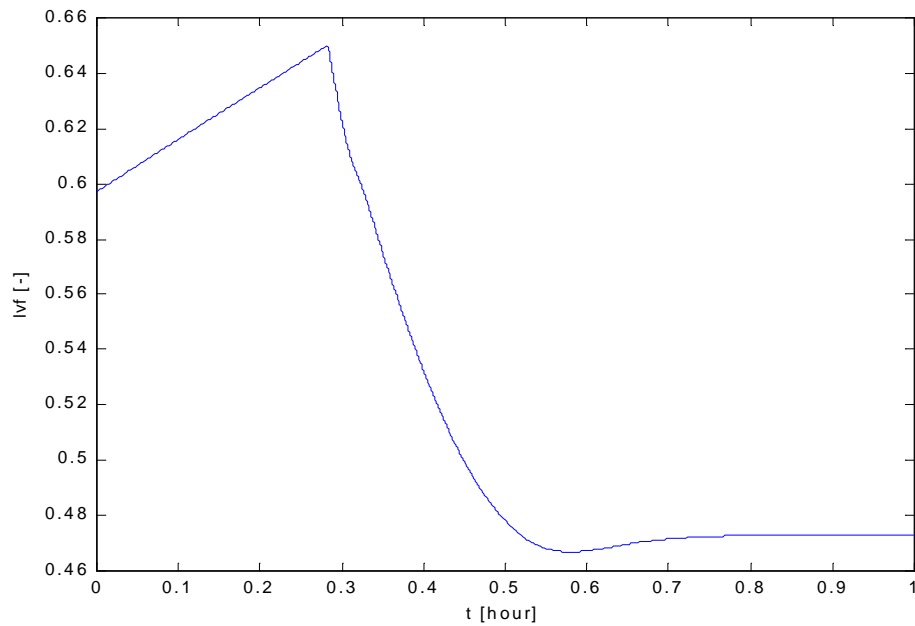
Figur W-6 : Væskeraten ut av ventilen beregnet med Valve 6

BILAG X SIMULERING AV RØRLEDNINGEN MED RATE 1**Figur X-1 : Gassraten mellom kontroll-volum 5 og 6****Figur X-2 : Væskeraten mellom kontroll-volum 5 og 6**

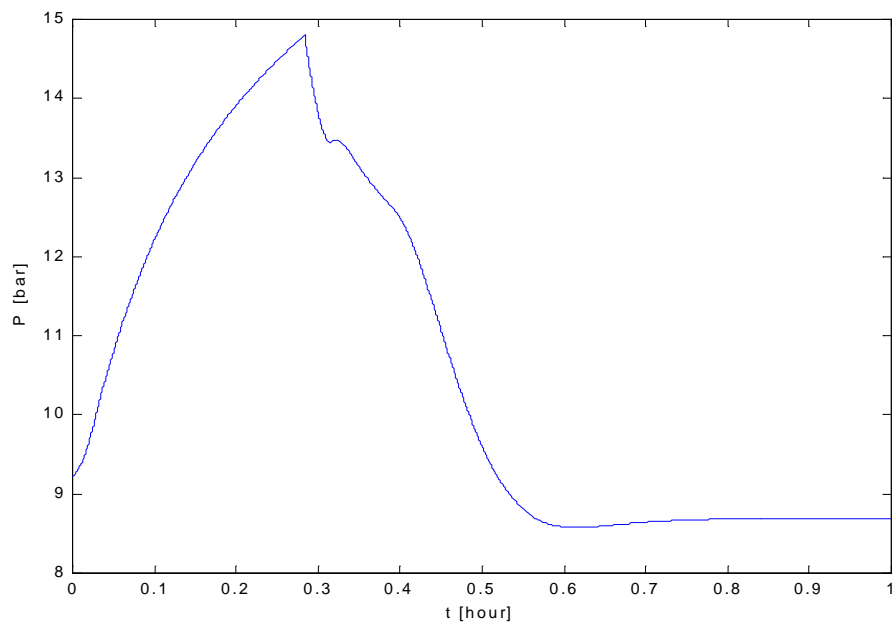


Figur X-3 : Trykket i kontroll-volum 5

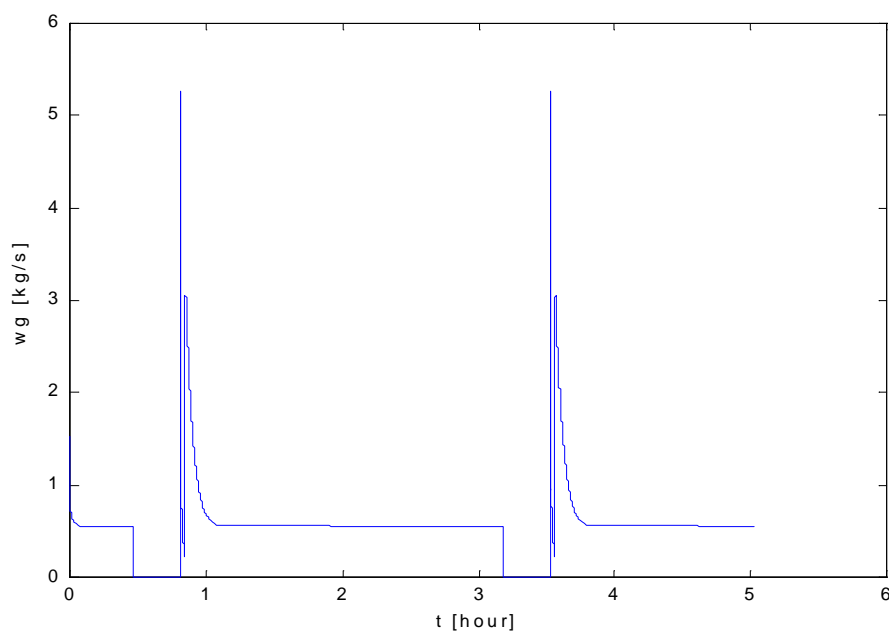
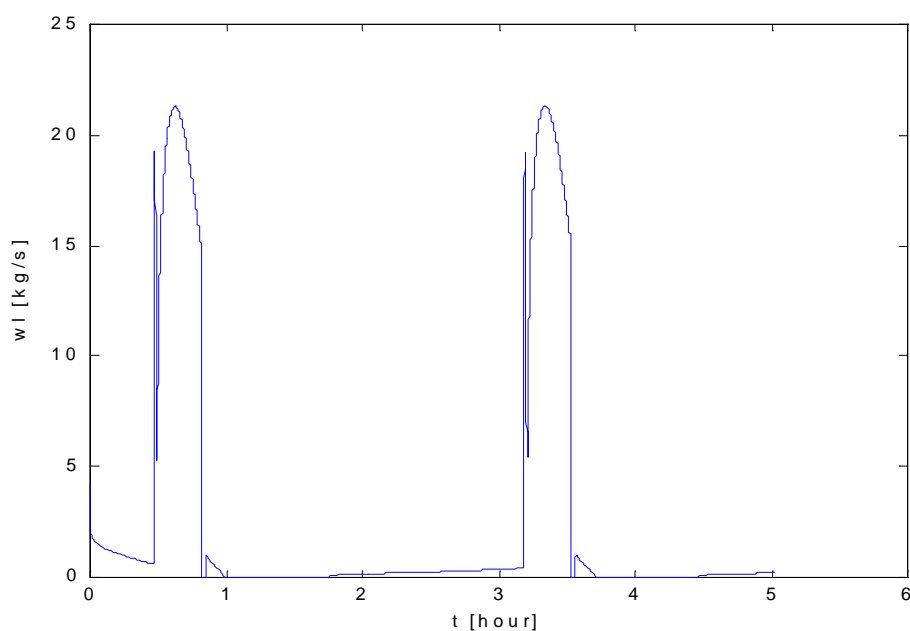
BILAG Y SIMULERING AV RØRLEDNINGEN MED RATE 6**Figur Y-1 : Gassraten mellom kontroll-volum 5 og 6****Figur Y-2 : Væskeraten mellom kontroll-volum 5 og 6**

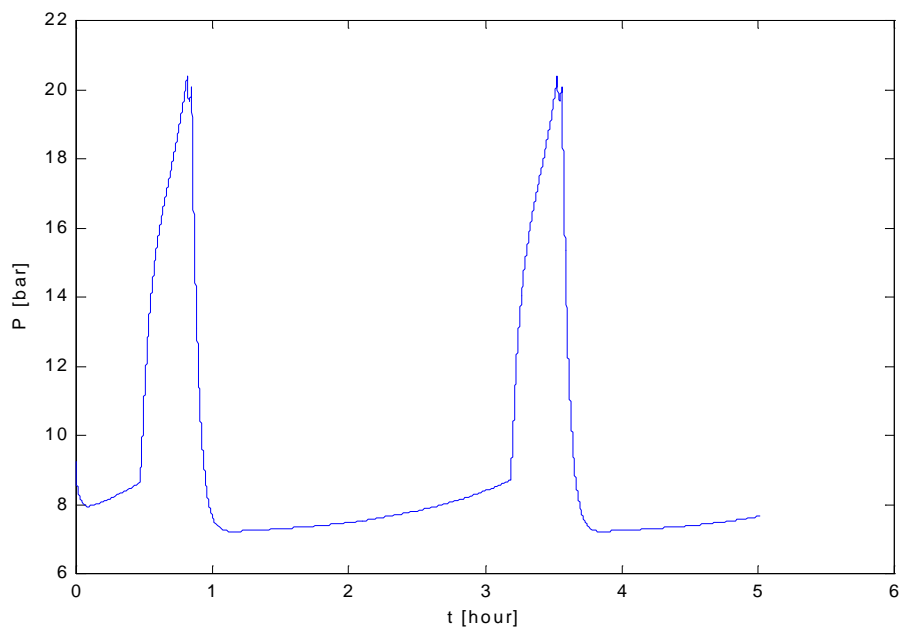


Figur Y-3 : Væske volumfraksjonen i kontroll-volum 5

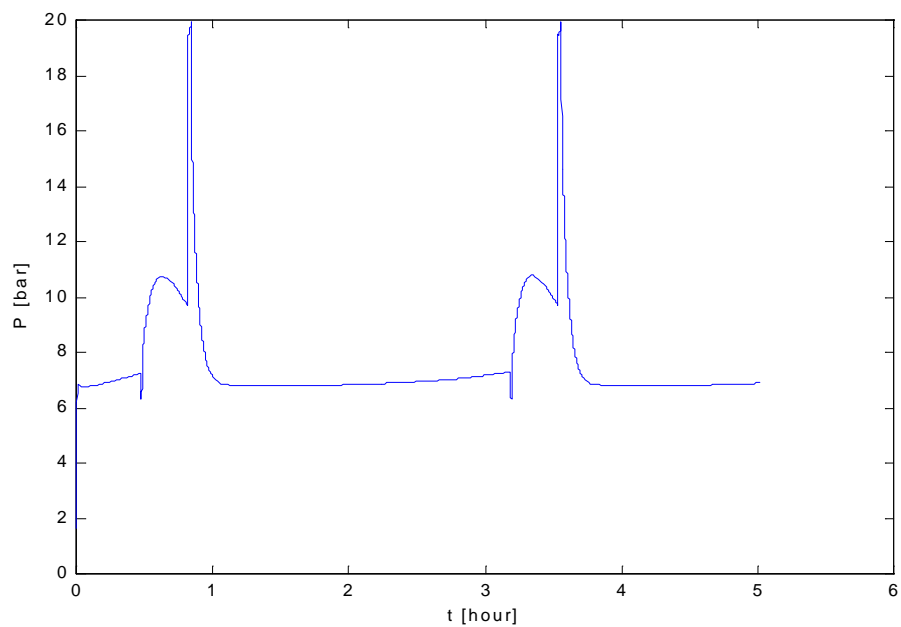


Figur Y-4 : Trykk i kontroll-volum 5

BILAG Z SIMULERING AV RØRLEDNINGEN MED RATELIGNING UTEN VARIABEL STRØMNINGSMOTSTAND PÅ GASSRATEN**Figur Z-1 : Gassraten mellom kontroll-volum 5 og 6****Figur Z-2 : Væskeraten mellom kontroll-volum 5 og 6**



Figur Z-3 : Trykk i kontroll-volum 5



Figur Z-4 : Trykk i kontroll-volum 6