

## *Sammendrag*

Tradisjonelle modeller for flerfase strømning er ofte bygget opp av partielle-differensial ligninger. Slike modeller er ofte kompliserte, og derfor lite egnet til regulerbarhets analyser og for å se på regulering strukturer. Det er her brukt en forenklet modell av gravitasjons-indusert slug-strømning.

En regulerbarhetsanalyse ble gjort. De ble sett fem målepunkter: Oppstrøms trykk( $P_1$ ), nedstrøms trykk foran choke ventilen( $P_2$ ), tetthet gjennom choke ventilen( $r_T$ ), total massestrøm gjennom choke ventilen( $w$ ) og total volumstrøm gjennom choke ventilen( $Q$ ). Systemet har ustabile poler.  $P_1$  ble funnet å være det beste målepunktet da den ikke gir inversrespons og ikke har nullpunkter nær imaginær akse.  $P_2$  og  $r_T$  går ikke an å bruke som målepunkt i en stabiliserende regulator, p.g.a. uforenlige båndbredde begrensninger fra ustabile poler og nullpunkter som gir inversrespons.  $Q$  og  $w$  har nullpunkter nær eller på imaginær akse. Med disse som målepunkter for tilbake kobling vil man få et tilnærmet integrerende system.

P-, PI-, PID- regulatorer med  $P_1$  som målepunkt stabiliserer systemet. P-regulatoren gir stasjonæravvik. PI- og PID- regulatorene klarer også settpunksendringer.

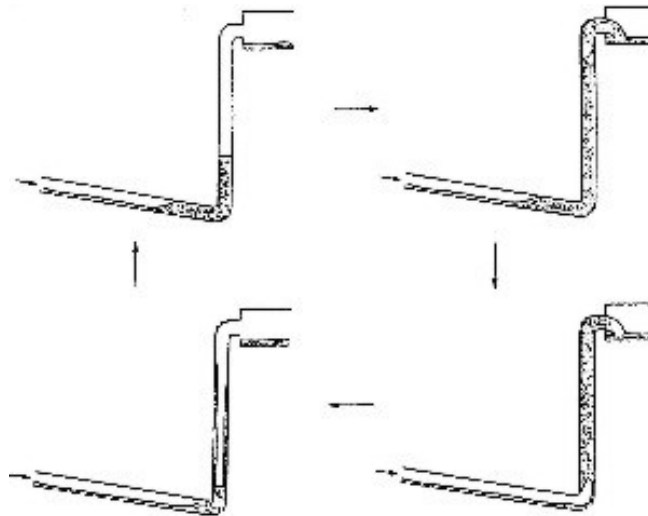
Kaskaderegulering med  $Q$  som målepunkt for indre sløyfe og  $P_2$  som målepunkt for ytre sløyfe, klarer også å stabilisere slug-strømningen. Denne regulatoren stabiliserer seg også på nye settpunksendringer. Når målepunktet  $P_2$  gir invers respons gir det en øvre begrensning i båndbredden til den ytre sløyfen. Kaskadereguleringen gir tregere respons enn hva regulering med  $P_1$  som målepunkt gjør, p.g.a. båndbredde begrensningene i ytre sløyfe.

# *Innholdsfortegnelse*

	<b>Sammendrag</b>	
<b>1</b>	<b>Innledning</b> .....	2
<b>2</b>	<b>Teori</b> .....	3
	<b>2.1 Slug-modell</b> .....	3
	2.1.1 Antagelser for slug-modell.....	3
	2.1.2 Notasjon for slug-modell.....	4
	2.1.3 Ligninger for slug-modell.....	5
	<b>2.2 Elementer fra klassisk regulerings teori</b> .....	7
	2.2.1 Sensitivitet og komplimenter sensitivitet funksjoner.....	7
	2.2.2 Poler og nullpunkter.....	8
<b>3</b>	<b>Resultater og diskusjon</b> .....	10
	<b>3.1 Simulering</b> .....	10
	<b>3.2 Regulerbarhets analyse</b> .....	11
	<b>3.3 Regulering</b> .....	13
	3.3.1 Regulator med $P_I$ som målings parameter.....	13
	3.3.2 Kaskaderegulering.....	19
<b>4</b>	<b>Konklusjon</b> .....	21
<b>5</b>	<b>Referanser</b> .....	22
<b>6</b>	<b>Vedlegg</b>	

# 1 Innledning

Slug-strømning kan være et problem offshore. Når olje skal transporteres til produksjonsplattformen kan uønsket slug-strømning oppstå. Disse slugene kan vokse seg meget store, og skape problemer når de ankommer produksjonsenheten. Det første problemet kan oppstå i mottaks-separatoren. Store variasjoner i væsknivået fører til ikke-optimal separering, og i verste fall flooding. Flooding er at væsken staves opp og i realiteten begynner å gå over topp i tårnet. Neste problem kan oppstå i kompressorene. Problemet er at for store trykksvingninger i inngangen kan føre til uønsket flaring. En eller begge av disse problemene fører til dårlig regulering. I tillegg kan trykksvingninger forårsaket av slug-strømning føre til redusert ytelse for produksjonen.

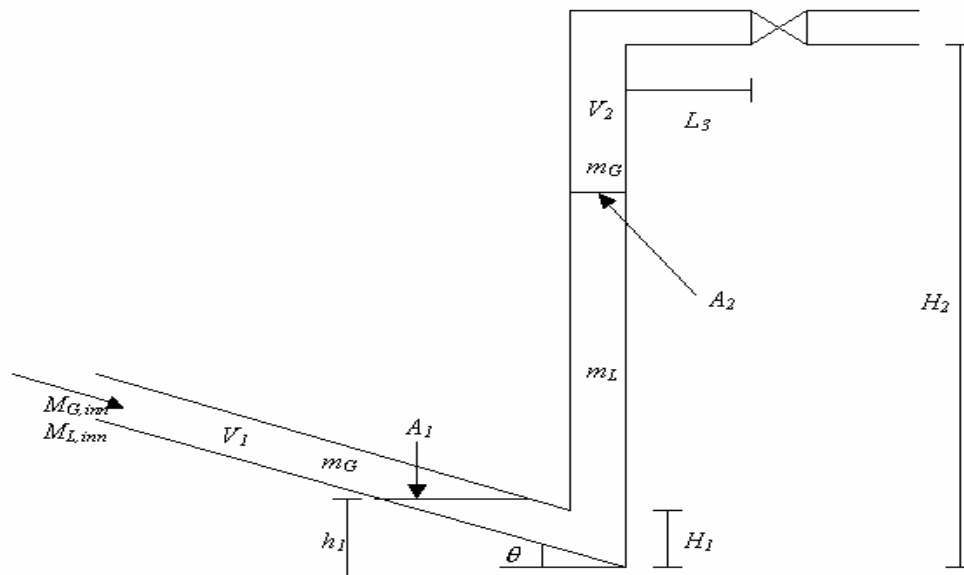


**Figur 1:** Periodisk oppførsel av slug-strømning ved vertikalt løft (riser)

Slug-strømning er et fenomen som kan oppstå i flerfaserørledninger med høydeforskjell. Først samles væsken opp i bunnpunktet i det vertikale løftet (riseren). En forutsetning for sluging er at gass- og væske- hastigheten er lav nok til å tillate en væske ansamlingen. Når væskeansamlingen har blitt stor nok, vil den blokkere for gasstrømmen i bunnpunktet av riseren, og en kontinuerlig væskeslug dannes her. Væskeslugen vil vokse så lenge trykkøkningen oppstrøms for slugen er lavere enn økningen av tyngden til væskesøylen i riseren. Dette er trinn to i den periodiske oppførselen. Trinn tre skjer når trykket oppstrøms av slugen blir større enn tyngden til væskesøylen og gassen vil begynne å penetrere væsken i riseren og presse væsken ut. Dette fører til et trykkfall, gassen vil ekspandere og tetthet i riseren reduseres. Etter at mesteparten av væsken og gassen har forlatt riseren, er ikke gasshastigheten stor nok til å dra med seg væske oppover. Væsken vil derfor renne ned i bunnen av riseren (skritt fire), og en ny væskeansamling begynner å vokse.

## 2 Teori

### 2.1 Slug-modell



**Figur 2:** illustrerer føderør, bunnpunkt av riseren, riser og shoke ventil

Modellen som er brukt i oppgaven er utviklet av Storakaas, og en mer detaljert beskrivelse kan leses i artikkelen til Storakaas og Skogestad (2002).

#### 2.1.1 Antagelser for slugg-modellen

For å lage en forenklet modell er følgende antagelser gjort:

- Konstant væsketetthet i føderøret (neglisjert dynamikk i væske nivået). Dette gir:
  - Konstant gassvolum oppstrøms (volum variasjoner p.g.a. varierende væsknivå i bunnpunktet av riseren er neglisjert)
  - Konstant føde av væske rett i riser
- Kun et kontrollvolum for væsken (som er en del av føde røret)
- To kontrollvolum for gass, separert av bunnpunktet i riseren, og henger sammen gjennom trykk- strømning sammenheng.
- Ideell gasslov
- Stasjonær trykkløst mellom riser og fødepunkt.
- Forenklet ventil modell for gass og væske som forlater riseren
- Konstant temperatur

## 2.1.2 Notasjon for slug-modellen

Symbol	Forklaring	Benevning
$m_{Gi}$	Masse av gass i volum $i$	Kg
$m_L$	Masse av væske	Kg
$V_{Gi}$	Gass volum i $i$	$m^3$
$V_L$	Volum tattopp av væske	$m^3$
$V_{LR}$	Volum av væske i riser	$m^3$
$V_T$	Totalt volum i riser	$m^3$
$P_i$	Trykk i volum $i$	$N/m^2$
$r_{Gi}$	Gass tetthet i volum $i$	$kg/m^3$
$r_L$	Væske tetthet	$kg/m^3$
$\bar{r}$	Gjennomsnittlig tetthet i riseren	$kg/m^3$
$r_T$	Tetthet oppstrøms ventil	$kg/m^3$
$u_{G1}$	Gass hastighet ved laveste punkt	m/s
$u_{mix,out}$	Vækehastighet gjennom choke ventil	m/s
$\dot{m}_{G1}$	Massestrøm av gass i $G_1$	kg/s
$\dot{m}_{G,out}$	Massestrøm av gass gjennom choke ventil	kg/s
$\dot{m}_{L,out}$	Massestrøm av væske gjennom choke ventil	kg/s
$a_L$	Gjennomsnittlig væske fraksjon av væske, volum basis	-
$a_{LT}$	Væske fraksjon oppstrøms ventil, volum basis	-
$a_L^m$	Væske fraksjon oppstrøms ventil, masse basis	-
$h_1$	Væske nivået høyde oppstrøms	m
$H_1$	Kritisk væske nivå	m
$H_2$	Høyde til riser	m
$r$	Radius av rør	m
$A_1$	Areal av væske overflate i $V_1$	$m^2$
$A_2$	Areal av tverrsnitt av røret i riser	$m^2$
$\hat{A}$	Areal tilgjengelig for gass i bunn av riser	$m^2$
$L_3$	Lengde av horisontalt rør i topp	m
$q$	Føderørets vinkel mot horisontalt plan	rad
$R$	Gass konstant (8314)	$J/K \cdot kmol$
$g$	Tyngdens akselerasjon i gravitasjons feltet (9.81)	$m/s^2$
$T$	Systemets temperatur	K
$M_G$	Molekyl vekt til gassen	kg/kmol
$\dot{m}_{G,inn}$	Gass masse tilført systemet	kg/s
$\dot{m}_{L,inn}$	Væske masse tilført systemet	kg/s
$P_0$	Trykk etter chokventil	$N/m^2$
$z$	Ventilens posisjon	-
$K_1$	Choke ventil konstant	-
$K_2$	Gasstrømning konstant	-

$K_3$	Friksjons parameter	-
$n$	$n$ i friksjons uttrykket ( $w^n$ )	-

### 2.1.3 Ligninger for slug-modell

#### *Interne ligninger*

$$P_1 = \frac{m_{G1}RT}{V_{G1}M_G} \quad (1)$$

$$\mathbf{r}_{G1} = \frac{m_{G1}}{V_{G1}} \quad (2)$$

$$V_L = \frac{m_L}{\mathbf{r}_L} \quad (3)$$

$$h_1A_1 + V_{LR} = V_L \quad (4)$$

$$V_T = A_2(H_2 + L_3) \quad (5)$$

$$V_{G2} = V_T - V_{LR} \quad (6)$$

$$\mathbf{r}_{G2} = \frac{m_{G2}}{V_{G2}} \quad (7)$$

$$\mathbf{a}_L = \frac{V_{LR}}{V_T} \quad (8)$$

$$P_2 = \frac{m_{G2}RT}{V_{G2}M_G} \quad (9)$$

$$\bar{\mathbf{r}} = \frac{m_{G2} + V_{LR}\mathbf{r}_L}{V_T} \quad (10)$$

$$\bar{\mathbf{r}}g(H_2 + H_3) - \mathbf{r}_Lgh_1 = P_1 - P_2 \quad (11)$$

$$\mathbf{a}_{LT} = (V_{LR} > H_2A_2) \frac{V_{LR} - A_2H_2}{A_3H_3} + \frac{w^n}{1+w^n} \left( \mathbf{a}_L - (V_{LR} > H_2A_2) \frac{V_{LR} - A_2H_2}{A_3H_3} \right) \quad (12)$$

hvor  $w = \frac{K_3 \mathbf{r}_{G1} \mathbf{u}_{G1}^2}{\mathbf{r}_L - \mathbf{r}_{G1}}$

$$\mathbf{r}_T = \mathbf{a}_{LT} \mathbf{r}_L + (1 - \mathbf{a}_{LT}) \mathbf{r}_{G2} \quad (13)$$

$$\mathbf{a}_L^m = \frac{\mathbf{a}_{LT} \mathbf{r}_L}{\mathbf{a}_{LT} \mathbf{r} + (1 - \mathbf{a}_{LT}) \mathbf{r}_{G2}} \quad (14)$$

Transport ligninger:

$$\mathbf{u}_{G1} = (h_1 < H_1) K_2 \frac{H_1 - h_1}{H_1} \sqrt{\frac{P_1 - P_2 - \mathbf{r}_L g \mathbf{a}_L H_2}{\mathbf{r}_{G1}}} \quad (15)$$

$$\dot{m}_{G1} = \mathbf{u}_{G1} \mathbf{r}_{G1} \hat{A} \quad (16)$$

$$m_{mix,out} = K_1 z \sqrt{\mathbf{r}_T (P_2 - P_0)} \quad (17)$$

$$\dot{m}_{G,out} = (1 - \mathbf{a}_L^m) m_{mix,out} \quad (18)$$

$$\dot{m}_{L,out} = \mathbf{a}_L^m m_{mix,out} \quad (19)$$

Geometriske ligninger

$$H_1 = \frac{2r}{\cos(\mathbf{q})} \quad (20)$$

$$A_1 = \frac{A_2}{\sin(\mathbf{q})} \quad (21)$$

$$\mathbf{f} = \left( (H_1 - h_1) \cos(\mathbf{q}) < r \right) \left( \mathbf{p} - a \cos \left( 1 - \frac{(H_1 - h_1) \cos(\mathbf{q})}{r} \right) \right) + \quad (22)$$

$$\left( (H_1 - h_1) \cos(\mathbf{q}) > r \right) \left( a \cos \left( \frac{(H_1 - h_1) \cos(\mathbf{q})}{r} - 1 \right) \right) \\ \hat{A} = r^2 (\mathbf{p} - \mathbf{f} - \cos(\mathbf{p} - \mathbf{f}) \sin(\mathbf{p} - \mathbf{f})) \quad (23)$$

Massebalanser:

$$\frac{d}{dt} m_L = \dot{m}_{L,inn} - \dot{m}_{L,out} \quad (24)$$

$$\frac{d}{dt} m_{G1} = \dot{m}_{G,inn} - \dot{m}_{G1} \quad (25)$$

$$\frac{d}{dt} m_{G2} = \dot{m}_{G1} - m_{G,out} \quad (26)$$

De fleste ligningene er vanlige massebalanser, ideel gasslov, volumbalanser for væske med konstant tetthet og volum / masse fraksjoner. I den stasjonære trykkbalansen (ligning 11) er de dynamiske effektene akselerasjon og friksjon i rørveggen neglisjert. En forenklet ventil ligning (ligning17) er brukt for choken, med antagelse om konstant massestrømning gjennom ventilen. Isteden for impuls balanse i røret er det brukt en trykk- strømning sammenheng for gassen (ligning 15) og en medrivingsligning for væsken (ligning 12).

Det er ligningene (11), (12) og (15) som skaper modellens slug-oppførsel. Av ligning (15) ser vi at man kun har gasshastighet i bunnpunktet på riseren hvis  $H_I > h_I$ . Hvis  $H_I < h_I$  betyr det at væskeansamlingen i bunnpunktet av riseren blokkerer inngangen for gassen. Ligning (16) beskriver massestrøm av gass inn i riseren. Denne ligningen avhenger av  $v_{G1}$  (ligning 15) og tilgjengelig arealet som gassen kan strømme inn i riseren. Vi ser at begge disse ligningene styres av forholdet mellom  $H_I$  og  $h_I$ . Hvis  $h_I$  er større en  $H_I$  kommer det ikke gass inn i riseren, og jo mindre  $h_I$ , jo mer gass kommer inn i riseren. Ligning (12) beskriver hvordan gassen river med seg væske oppover i riseren.

## 2.2 Elementer fra klassisk regulerings teori

### 2.2.1 Sensitivitet- og komplementær sensitivitet- funksjoner

For et SISO system er sensitivitetsfunksjonen (S) og komplementær sensitivitetfunksjonen (T) (transfer funksjonen til lukket sløyfe) definert på følgende måte:

$$L = GK \quad (27)$$

$$S = \frac{1}{1+L} \quad (28)$$

$$T = \frac{L}{1+L} \quad (29)$$

$$S + T = 1 \quad (30)$$

Det er brukt Skogestad og Postlethwaite (2001) sin definisjon for båndbredden til lukket-sløyfe: Lukket-sløyfe båndbredde  $\omega_B$ , er frekvensen der  $|S(j\omega)|$  først krysser  $1/\sqrt{2} = 0.707$  nedefra.

Båndbredden kan også alternativt defineres med hensyn på T: Båndbredde i form av T,  $\omega_{BT}$ , er frekvenser der  $|T(j\omega)|$  først krysser  $1/\sqrt{2} = 0.707$  ovenfra. Denne definisjonen gir som regel litt større båndbredde enn definisjonen med S.

Ved frekvenser opptil  $\omega_B$ ,  $|S| < 0.7$ , er tilbakekobling effektiv og øker ytelsen. I frekvens områder mellom  $\omega_B$  og  $\omega_{BT}$  er fremdeles tilbakekobling effektiv men øker ikke ytelsen. Hvis  $|S|$  er større enn 1 i dette området virker reguleringen mot sin hensikt, og minker ytelsen. Ved frekvenser høyere en  $\omega_{BT}$  har vi  $S \approx 1$  og reguleringen har ikke lenger noen betydelig effekt.

For at tilbakekoblingen skal være best mulig mot forstyrrelser ønsker vi  $S \approx 0$  eller ekvivalent  $T \approx 1$ . På en annen side, for å best mulig kunne eliminere målt støy, ønsker vi  $T \approx 0$  eller ekvivalent  $S \approx 1$ . Støy er hovedsakelig et problem ved høye frekvenser og forstyrrelser et problem ved lave, vi ønsker derfor  $S \approx 0$  og  $T \approx 1$  ved lave frekvenser, og  $T \approx 1$  og  $S \approx 0$  ved høye frekvenser.

Maksimal topp for sensitivitet- og komplementær sensitivitetfunksjoner er definert



på følgende måte:

$$M_S = \max_w |S(j\omega)| \quad M_T = \max_w |T(j\omega)| \quad (31)$$

$M_S$  ønskes som regel under 2 og  $M_T$  under 1.25. Hvis verdiene av  $M_S$  eller  $M_T$  blir store (større en 4) gir dette utslag i dårlig ytelse og dårlig robusthet.

Skogestad og Postlethwaite (2001) gir følgende sammenhengen mellom GM (forsterkningsmargin), PM (fasemargin),  $M_T$  og  $M_S$  :

For  $M_S$ :

$$GM \geq \frac{M_S}{M_S - 1} \quad GM \geq 2 \arcsin \left( \frac{1}{2M_S} \right) \geq \frac{1}{M_S} [\text{rad}] \quad (32)$$

For  $M_T$ :

$$GM \geq 1 + \frac{1}{M_T} \quad GM \geq 2 \arcsin \left( \frac{1}{2M_T} \right) \geq \frac{1}{M_T} [\text{rad}] \quad (33)$$

Hvis  $M_S = 2$  vil man være garantert en  $GM \geq 2$  og  $PM \geq 29.0^\circ$ ,  $M_T = 2$  vil man være garantert en  $GM \geq 1.5$  og  $PM \geq 29.0^\circ$ . Disse verdiene for GM og PM gir en robust tilbakekobling.

## 2.2.2 Poler og nullpunkter

Hvis vi har en generell transfer funksjon  $Y(s) = k \frac{t(s)}{n(s)}$

hvor:  $n(s) = (s - \lambda_1)(s - \lambda_2)(s - \lambda_3)\dots(s - \lambda_n)$   $\lambda_i$  er poler.  
 $t(s) = (s - z_1)(s - z_2)(s - z_3)\dots(s - z_m)$   $z_i$  er nullpunkter.  
 $k$  er forsterkningen

### Poler

For et lineært system kan man ut fra polene si om systemet er stabilt eller ikke. (Skogestad og Postlethwaite 2001): Et lineært dynamisk system  $\dot{x} = Ax + Bu$  er stabilt hvis og bare hvis alle polene ligger i det åpne venstre-halv plan (LHP), det vil si,  $\text{Re}\{I_i(A)\} < 0, \forall i$ . En matrise A som innfrir disse kriterier kalles "stabil" eller Hurwitz.

Ligger en eller flere av polene til det åpne høyre-halv plan (RHP) er systemet ustabil. For å stabilisere en ustabil pol (RHP-pol) med tilbakekobling kreves det en minimums båndbredde. Skogestad og Postlethwaite (2001) gir følgende minimums begrensinger i båndbredden for RHP-poler:

Reelle RHP-poler med en fornuftig robusthet:  $w_{BT}^* > 2p$  som oppnås tilnærmet ved

$$w_C > 2p. \quad (34)$$

Ren imaginær pol med fornuftig robusthet:  $w_{BT}^* > 1.15 |p|$  som oppnås tilnærmet ved

$$w_C > 1.15 |p| \quad (35)$$

Hvis en skal stabilisere en pol med en fornuftig ytelse kreves det en båndbredde større enn avstanden fra RHP-polen til origo, med andre ord båndbredden må være større enn den ustabile polens absolutt verdi  $|p|$ .

### Nullpunkter

Nullpunkter i høyre-halv plan (RHP-nullpunkter) vil gi inversrespons. Når man har RHP-nullpunkt får man en øvre begrensning i båndbredden. Skogestad og Postlethwaite (2001) gir følgende maksimums begrensinger i båndbredden for RHP-nullpunkter:

For reelle RHP-nullpunkter:

$$w_B \approx w_C < \frac{z}{2} \quad (36)$$

For imaginære RHP-nullpunkter:

$$\begin{aligned} w_B \approx w_C < |z|/4 & \quad \text{Re}(z) \gg \text{Im}(z) \\ w_B \approx w_C < |z|/2.8 & \quad \text{Re}(z) = \text{Im}(z) \\ w_B \approx w_C < |z| & \quad \text{Re}(z) \ll \text{Im}(z) \end{aligned} \quad (37)$$

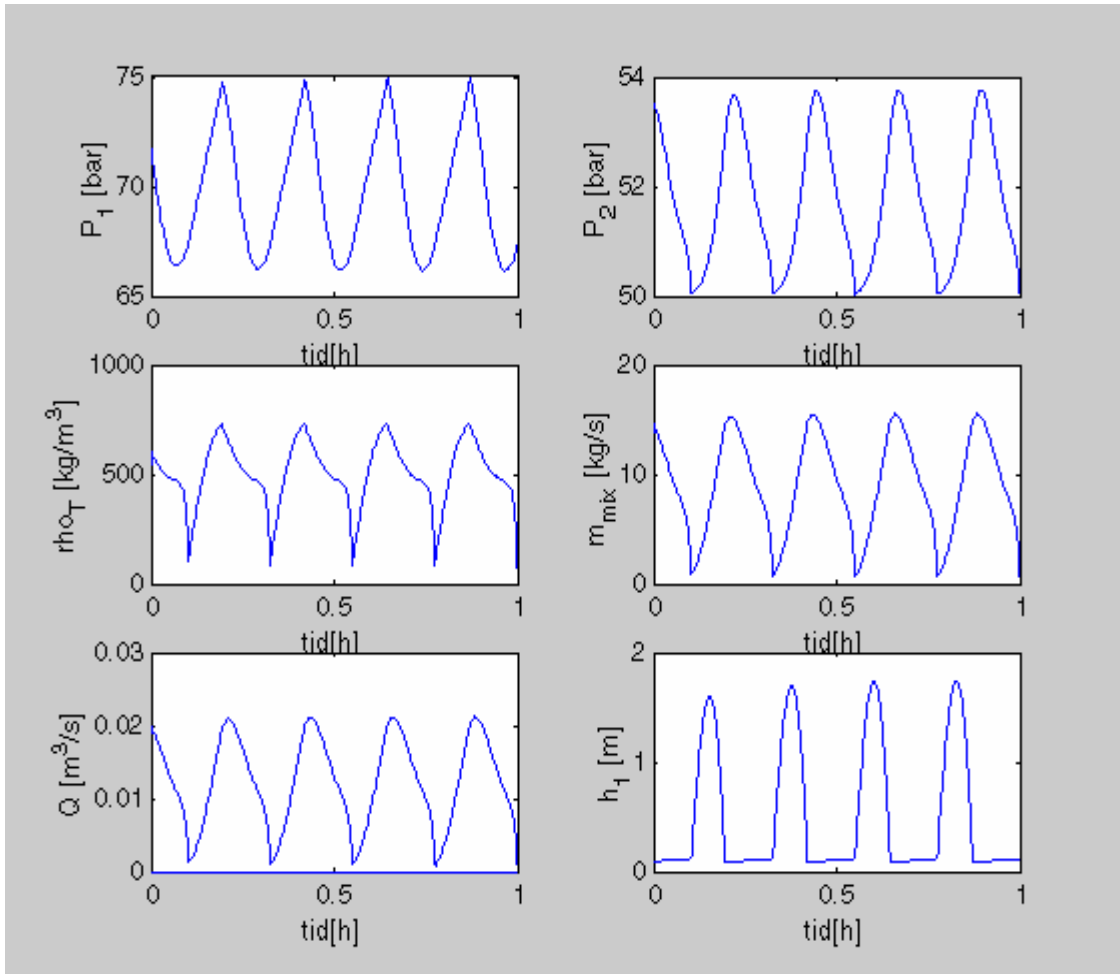
RHP-nullpunkter nær origo skaper de største begrensningene i båndbredden, og det er verre om de er lokalisert nær reell aksene enn imaginær aksene.

Hvis en både har RHP-poler og RHP-nullpunkter, kan systemet kun stabiliseres hvis og bare hvis  $z > p$  (Skogestad og Postlethwaite 2001).

### 3 Resultater og diskusjon

#### 3.1 Simulering

For å få samme amplitude på slug-syklusen bruker vi en relativt lav konstantverdi for  $V_{G1} = 12\text{m}^3$ . I realiteten vil dette volumet ikke være konstant, og volumvariasjonene vil senke frekvensen. Riserens høyde er 300m . Trykket etter choke ventilen er konstant 50 bar. For en mer detaljert beskrivelse av parameterene som er brukt henvises det til artikkelen til Storåas og Skogestad (2002).



**Figur 3:** Simulering med  $z = 0.20$

Figuren viser en times simulering med en ventil åpning på 0.2. Fem av parameterene som er simulert blir det sett nærmere på i regulerbarhets analysen, disse er beskrevet i tabell 1. Den siste parameteren er væske nivået oppstrøms ( $h_1$ ).

### 3.2 Regulerbarhets analyse

**Tabell 1:** Alternative målepunkt

Symbol	Benevning	Forklaring
$P_1$	[bar]	Oppstrøms trykk
$P_2$	[bar]	Nedstrøms trykk (foran choke ventilen)
$r_T$	[kg/m <sup>3</sup> ]	Tetthet gjennom choke ventil
$w$	[kg/s]	Total massestrøm gjennom ventil
$Q$	[m <sup>3</sup> /s]	Total volumstrøm gjennom ventil

I regulerbarhets analysen ble det sett på poler, nullpunkter, ”vektet stasjonær gain” og ”vektet pol gain”, for de fem målepunktene gitt i tabell 1 over. Det ble sett på to operasjons punkt:  $z = 0.175$  og  $z = 0.250$ .

Polene for systemet ved samme operasjonspunktet, er felles for alle transfer funksjonene.

Systemets poler ved  $z = 0.175$ :

$$I_1 = -6.1115$$

$$I_2 = 0.0008 + 0.0067i$$

$$I_3 = 0.0008 - 0.0067i$$

RHP-pols lengde: 0.0067

Systemets poler ved  $z = 0.250$

$$I_1 = -6.2100$$

$$I_2 = 0.0027 + 0.0092i$$

$$I_3 = 0.0027 - 0.0092i$$

RHP-pols lengde: 0.0096

Systemet er ustabil for begge operasjonspunktene, da det er et komplekst polpar i RHP for begge ventil åpningene. Både reell- og imaginær delen av polene blir større med økende ventil åpning. Dette gir at kravet om minimum båndbredde øker med økende ventil åpning. Polene kan flyttes med tilbakekobling for å gjøre systemet stabilt. For å klare å stabilisere systemet med en fornuftig ytelse krever det minimum båndbredde 0.0067 for  $z = 0.175$  og 0.0096 for  $z = 0.250$ .

**Tabell 2:** Nullpunkter for systemet ved operasjons punktet  $z = 0.175$

$P_1$	$P_2$	$r_T$	$w$	$Q$
-0.0034	3.2473	0.0048	-7.6315	-4.5722
-	0.0142	-0.0004	-0.0004	-0.0032
-	-	-	0	-0.0004

**Tabell 3:** Nullpunkter for systemet ved operasjons punktet  $z = 0.250$

$P_1$	$P_2$	$r_T$	$w$	$Q$
-0.0034	3.4828	0.0048	-7.7528	-4.6276
-	0.0131	-0.0004	-0.0004	-0.0032
-	-	-	0	-0.0004

$P_2$  og  $r_T$  har ett eller flere RHP-nullpunkter. RHP-nullpunkter gir inversrespons, noe som gjør regulering vanskeligere med disse som målepunkter. Reelle RHP-nullpunkter gir en øvre begrensning i båndbredden:  $w_B \approx w_C < z/2$ .  $P_2$  sitt "verste" RHP-nullpunkt beveger seg mot origo med økende ventil åpninger. Maksimal frekvens med  $P_2$  som måling blir derfor lavere og lavere, med økende ventil åpninger.

Ved operasjonspunkt  $z = 0.250$  er maksimal båndbredde for prosessen, med  $P_2$  som målepunkt 0.0065 (0.0131/2) og med  $r_T$  som målepunkt 0.0024 (0.0048/2). Minimum båndbredde som trengs for stabilisering av RHP-polen er større enn kravet om maksimum båndbredde for RHP-nullpunktet, for begge målepunktene.  $P_2$  og  $r_T$  vil derfor ikke kunne brukes som målepunkter til å stabilisere prosessen.

$P_1$ ,  $w$  og  $Q$  har kun LHP-nullpunkter. Dette gir ingen inversrespons, og derfor ingen øvre begrensninger i båndbredden.  $w$  og  $Q$  har et nullpunkt i og like ved origo, noe som tyder på lite stasjonær gain.

**Tabell 4:** Vektet stasjonær gain og vektet pol gain for operasjons punktet  $z = 0.175$

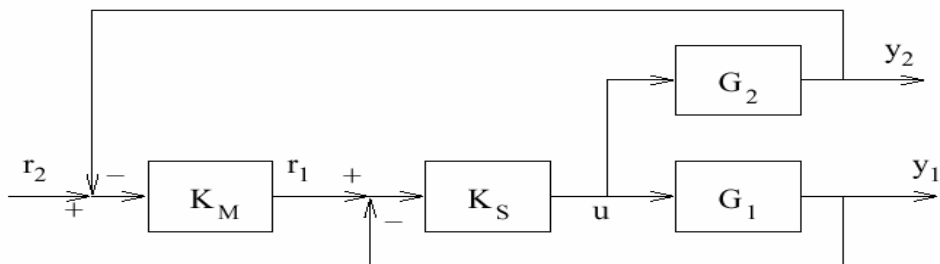
	$P_1$	$P_2$	$r_T$	$w$	$Q$
V. stasjonær gain:	-0.3336	-0.4235	-0.1299	0	0.1299
V. pol gain:	-0.4168	-0.4052	-0.3118	0.1532	0.4650

**Tabell 5:** Vektet stasjonær gain og vektet pol gain for operasjons punktet  $z = 0.250$

	$P_1$	$P_2$	$r_T$	$w$	$Q$
V. stasjonær gain:	-0.1182	-0.1505	-0.0468	0	0.0468
V. pol gain:	-0.2279	-0.1297	-0.1588	0.4937	0.6525

Vektet gain ble beregnet ved å finne forsterkningen ved ønsket frekvens. Denne verdien ble dividert med måle punktets stasjonær verdi for operasjonspunktet.

Å bruke  $w$  som målepunkt for å stabilisere systemet med tilbakekobling vil gi et tilnærmet integrerende system for den lukkede sløyfen. Dette fordi  $w$  har null i stasjonær gain.  $P_1$  har en høyere stasjonær gain enn  $Q$ . Dette gjør at ved SISO regulering er  $P_1$  den beste målingen å bruke for å stabilisere prosessen. Problemet med nullpunkter nær eller på den imaginære akse kan løses med kaskaderegulering.  $Q$  ble brukt som målepunkt for indresløyfe og  $P_2$  ble brukt som målepunkt for ytre sløyfe.



**Figur 4:** Blokkdiagram av kaskaderegulering

Figuren er hentet fra artikkelen til Storåas og Skogestad (2002).  $K_M$  er master regulatoren,  $K_S$  er slave regulatoren,  $G_1$  er transfer funksjonen til  $Q$  multiplisert med transfer funksjonen til ventilen.  $G_2$  er transfer funksjonen til  $P_2$  multiplisert med transfer funksjonen til ventilen. Sensitivitetsfunksjonen til den indre sløyfen er  $S_I = 1/(1+G_1K_S)$ . For å forsikre indre stabilitet kan ikke de ustabile polene i  $G_1$  kanselleres av  $K_S$ , fordi  $S_I$  får RHP-nullpunkt der  $G_1$  hadde RHP-poler. Prosessens transfer funksjon for ytre sløyfe vil være  $G_M = G_2S_IK_S$ . Når  $G_2$  har samme RHP-poler som  $G_1$ , vil RHP-nullpunktene til  $S_I$  bli kansellert, men  $G_2$  sine egne RHP-nullpunkter vil ikke bli kansellert. Disse vil skape en øvre begrensning for båndbredde for kaskadereguleringens ytre sløyfe. I dette tilfellet hvor man skal bruke  $P_2$  som målepunkt for ytre sløyfe vil begrensningene i øvre båndbredde være ca 0.0065 (0.0131/2).

### 3.3 Regulering

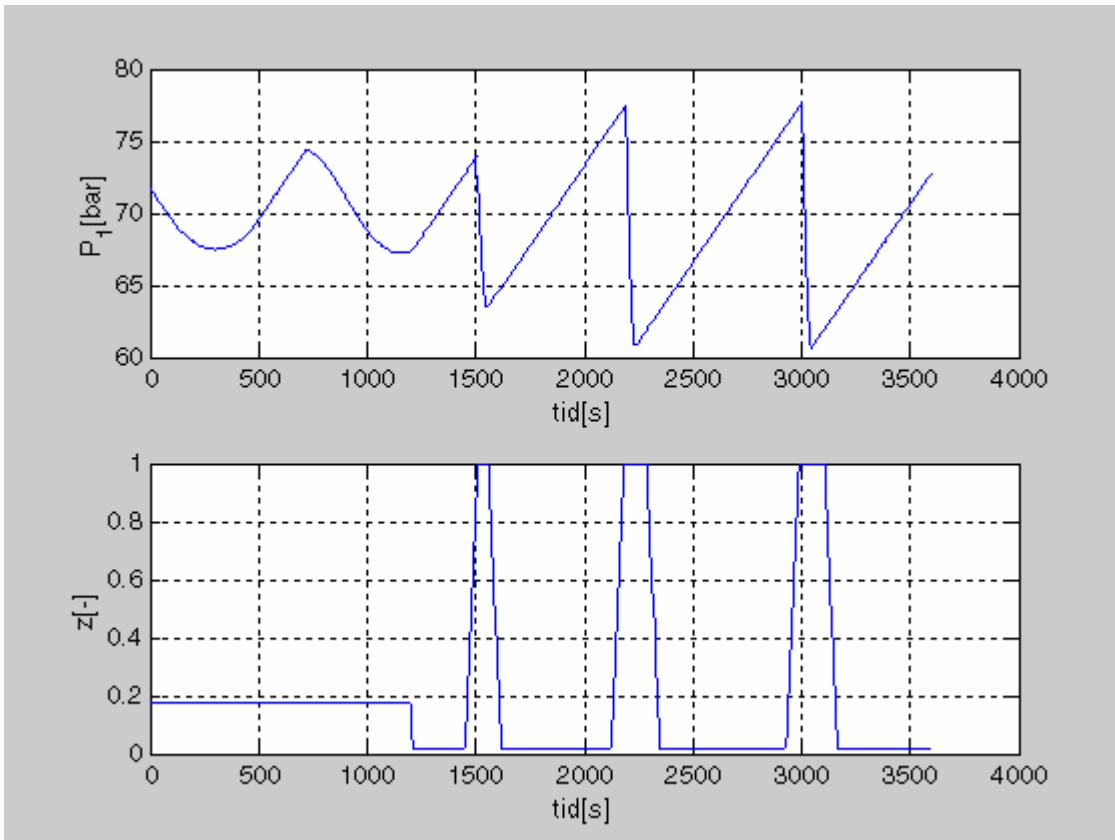
#### 3.3.1 Regulator med $P_I$ som målings parameter.

Når prosessen er ustabil med komplekse RHP-poler, ble det ikke funnet noen tunings regler for prosessen. Det ble først forsøkt å finne maksimal verdi for  $K_C$  (P-regulator) som ga  $M_S$  og  $M_T$  mindre eller lik 1.5. For PI- og PID-regulator ble det forsøkt funnet maksimalverdi for  $K_C/\tau_I$  som ga  $M_S$  og  $M_T$  mindre eller lik 1.5. Dette ble gjort for ventil åpningene  $z = 0.175$  og  $z = 0.250$ .

**Tabell 6:** Viser maksimale verdier av  $K_C$  og  $K_C/\tau_I$  som ble funnet for ventil åpningene  $z = 0.175$  og  $z = 0.250$ .

	$K_c$	$K_c/\tau_I$	$\tau_D$	$z = 0.175$		$z = 0.250$	
				$M_T$	$M_S$	$M_T$	$M_S$
P	-21,52	-	-	1,1953	1,5000	1,0625	1,3753
PI	-11,5	-11,16	-	1,3803	1,4999	1,4090	1,4102
PID	-30	-4250	10	1.4952	1	1	1

PID-regulatoren ble ikke vktlagt, da resultatet fra P- og PI-regulatoren ga dårlige reguleringsresultater, som vist i figur 5.



**Figur 5:** Variasjoner i trykket ( $P_1$ ) og ventil åpningen ( $z$ ) med PI-regulator

Figur 5 viser regulering med PI-regulator med  $K_C = -11.5$  og  $\tau_I = 1.03$ , og  $P_I$  som måling. Regulatoren begynner å virke ved tiden 1200s og har 70 bar som settpunkt. Denne regulatoren gav høyest verdi for  $K_C/\tau_I$  med  $M_S$  og  $M_T$  verdier under 1.5. Ut fra figur 5 ser man at regulatoren øker trykk svingningene. Dette skyldes at man får store problemer med at ventilen går i metning og PI-regulatoren får "wind up". At pådraget går i metning går klart fram av grafen for  $z$ . Problemet med metning av pådraget er så stort at metoden ikke er egnet for å finne regulatorverdier med  $P_I$  som målepunkt.

Det ble nå forsøkt å minimere gjennomsnittssummen til  $M_S$  og  $M_T$  for de to operasjons punktene for å se om disse regulatorverdiene klarte å stabilisere prosessen. Det ble laget et forenklet uttrykk for en lineær ventil som bruker 60s fra åpen til lukket tilstand og vise versa. Denne ventilen ble forenklet til en første ordens transfer funksjon:

$$V = \frac{1}{40s + 1} \quad (38)$$

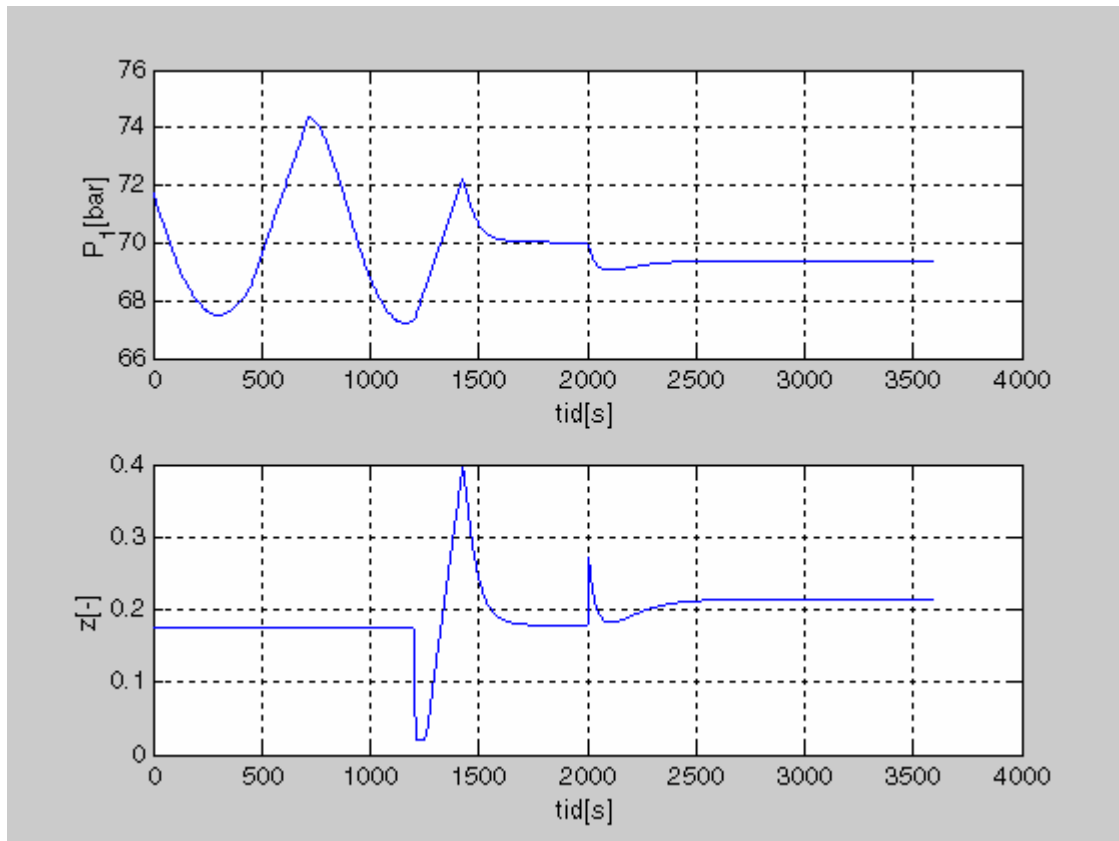
$\tau$  ble valgt til 40 fordi dette er tilnærmet 63% av tiden det tar for ventilen å gå fra lukket til åpen stilling ( $40 \approx 60 \cdot 0.63$ ).

For en ren P-regulator ga  $K_C = -0.10$  lavest snitt av summene for  $M_S$  og  $M_T$  for operasjonspunktene  $z = 0.175$  og  $z = 0.250$ . Minimums gjennomsnittssum for  $M_T$  og  $M_S$  ble funnet til 4.4643 for de to operasjonspunktene. Resultatene for hvert enkelt operasjons punkt er vist under.

**Tabell 7:** tabellen viser  $M_S$ ,  $M_T$ ,  $M_S + M_T$ ,  $\omega_B$  lukket sløyfe og  $KS_{\max}$  for de to operasjonspunktene  $z = 0.175$  og  $z = 0.250$ .

	$z = 0.175$	$z = 0.250$
$M_S$	1.9146	2.5856
$M_T$	1.7553	2.6731
Sum	3.6699	5.2587
$\omega_B$ lukket sløyfe[rad/s]	0.0157	0.0129
$KS_{\max}$	0.191	0.258

KS er sensitivitetsfunksjonen multiplisert med regulatoren. Grafene av  $|S|$  og  $|T|$ , og grafene av KS for de to operasjonspunktene er gitt i vedlegg 1 (Figur: V1, V2, V3 og V4).



**Figur 6:** Regulering med P-regulator og  $P_I$  som målepunkt.



Figur 6 viser P-regulator med  $K_C = -0.1 \text{ bar}^{-1}$ , og oppstrøms trykk som målepunkt. Reguleringen starter ved tiden 1200s med settpunkt 70 bar, ved 2000s er det en settpunkts endring fra 70 til 69 bar. Prosessen lar seg stabilisere ved P-regulator med  $P_I$  som målepunkt. Av figur 6 ser vi at det gir en relativt høyt overskytt, trykket er oppe på 72 bar før det begynner å gå ned mot 70 bar som er den ønskede verdien. Trykket er ikke stabilt på 70 bar før ved ca. 1800s. Ved settpunktsendringen til 69 bar gir P-regulatoren et stasjonær avvik, og den stabiliserer seg på ca. 69.4 bar. En P-regulator gir et stasjonæravvik fordi steady-state sensitivitet funksjonen ikke er lik null ( $S(0) = (1 + K_C G(0))^{-1} \neq 0$ ). For å unngå stasjonæravvik må en bruke en PI- eller PID-regulator.

Det ble så forsøkt å se hvor lavt man kunne få gjennomsnittssummen av  $M_T$  og  $M_S$  ved

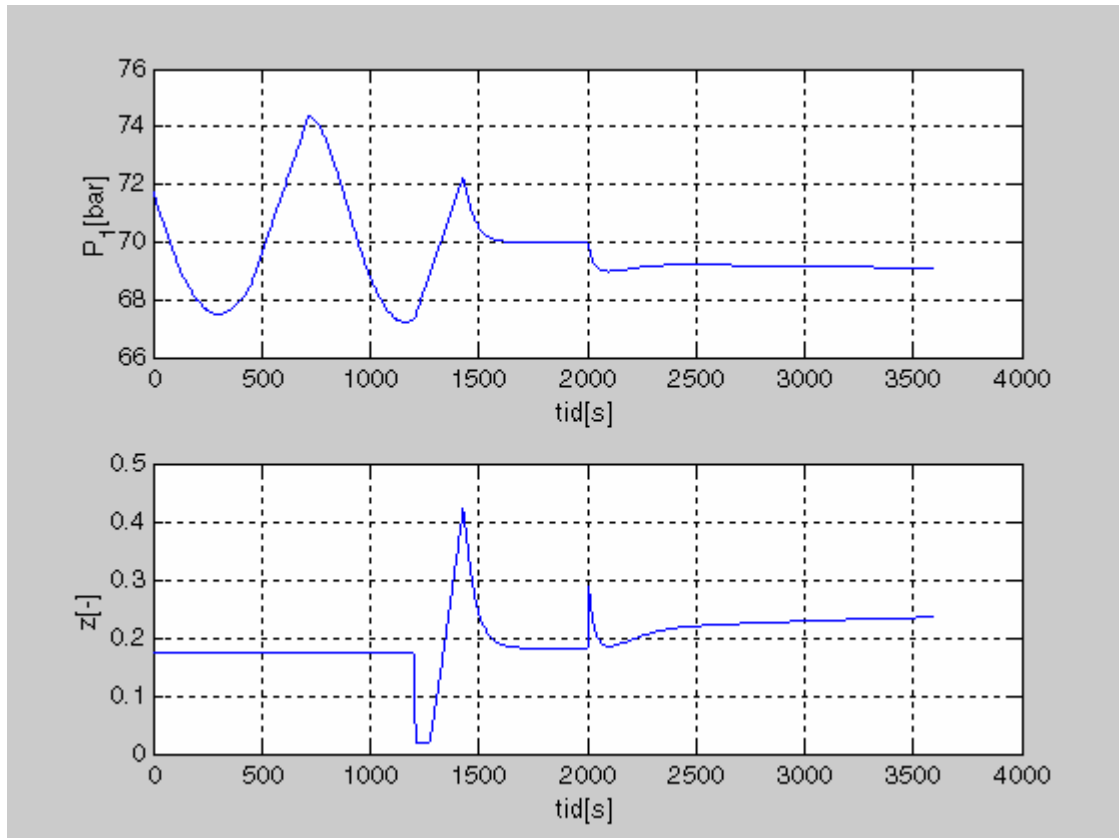
$z = 0.175$  og  $z = 0.250$  med en PI- regulator.  $\tau_I$  ble variert med skritt på 100s.

Minimums verdien ble funnet til 5.1413, med parameterene  $K_C = -0.115$  og  $\tau_I = 700$

**Tabell 8:** tabellen viser  $M_S$ ,  $M_T$ ,  $M_S + M_T$ ,  $\omega_B$  lukket sløyfe [rad/s] og  $KS_{\max}$  for de to operasjonspunktene  $z = 0.175$  og  $z = 0.250$ .

	$z = 0.175$	$z = 0.250$
$M_S$	2.1618	3.0180
$M_T$	2.0159	3.0869
Sum	4.1777	6.1048
$\omega_B$ lukket sløyfe [rad/s]	0.0167	0.0140
$KS_{\max}$	0.248	0.345

Grafene av  $|S|$  og  $|T|$ , og grafene av  $KS$  for de to operasjonspunktene er gitt i vedlegg 2 (figur: V5, V6, V7 og V8).



**Figur 7:** Regulering med PI-regulator og  $P_I$  som målepunkt.

Figur 7 viser en PI-regulator med  $K_C = 0.115 \text{ bar}^{-1}$  og  $\tau_I = 700 \text{ s}$ , og oppstrøms trykk som målepunkt. Reguleringen starter ved tiden 1200s med settpunkt 70 bar, ved 2000s er det en settpunktsendring fra 70 til 69 bar. Overskyten er ca lik som for P-regulatoren, men I-virkningen bidrar til raskere stabilisering til settpunktet. Stabil verdi er nå nådd ved 1600s istedenfor 1800s med P-regulering. Settpunktsendringen blir bedre med PI-regulatoren. Det tar litt tid men trykket stabiliseres på det nye settpunktet. Det ble forsøkt å lage en ideel PID-regulator på formen:

$$C = K_C \left( 1 + \frac{1}{t_I s} + t_D s \right) \quad (39)$$

Dette ga lave verdier for  $M_S$  og  $M_T$  med  $K_C = -0.7 \text{ bar}^{-1}$ ,  $\tau_I = 500 \text{ s}$  og  $\tau_D = 60 \text{ s}$ , Laveste gjennomsnittssum for  $z = 0.175$  og  $z = 0.250$  var 2.0561. Regulering med disse verdiene ga en bra stabilisering av trykket ved 70 bar, og en god settpunktsendring fra 70 til 69 bar. Denne reguleringen hadde en veldig rask hakkete ventilbruk som ikke er gunstig. Dette skyldes at derivatvirkningen ikke skrur seg av ved høye frekvenser og regulatoren prøver å regulere målt støy. Det ble derfor forsøkt videre med en kaskade PID hvor  $a$  leddet

gjør at derivatvirkningen skrur seg av på høye frekvenser:

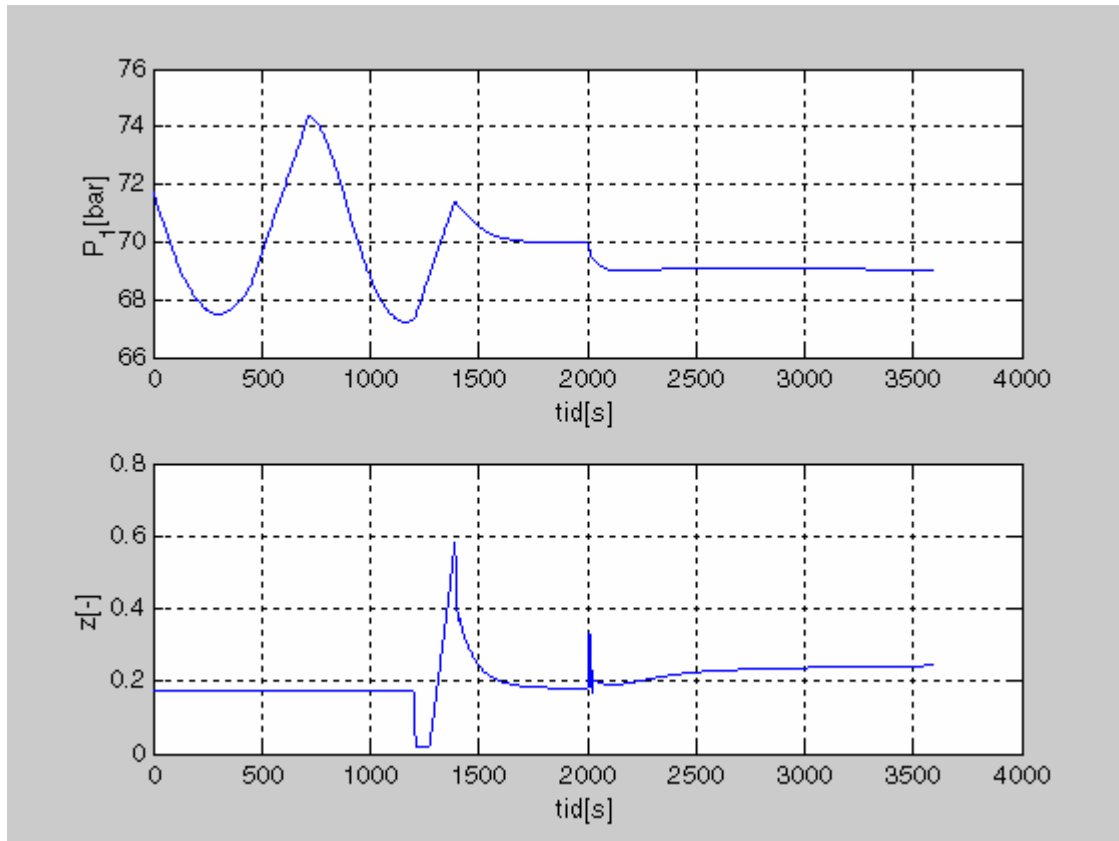
$$C = K_C \left( \frac{t_I s + 1}{t_I s} \right) \left( \frac{t_D s + 1}{a t_D s + 1} \right) \quad (40)$$

$K_C$  og  $\tau_D$  ble variert for å finne en minimumsverdi for gjennomsnittssummen for  $M_T$  og  $M_S$ , mens  $a$  og  $\tau_I$  ble holdt konstante ( $a = 0.1$  og  $\tau_I = 500$ ).  $K_C = -0.2$  og  $\tau_D = 40$  var kombinasjonen av de to variable som gav lavest snitt sum av  $M_T$  og  $M_S$ . Gjennomsnittssummen er 2.3159.

**Tabell 9:** Viser  $M_S$ ,  $M_T$  og  $M_S + M_T$ ,  $\omega_B$  lukket sløyfe [rad/s] og  $KS_{max}$  for de to operasjonspunktene  $z = 0.175$  og  $z = 0.250$ .

	$z = 0.175$	$z = 0.250$
$M_S$	1.1812	1.1365
$M_T$	1.0835	1.2305
Sum	2.2647	2.3670
$\omega_B$ lukket-sløyfe [rad/s]	0.0449	0.0295
$KS_{max}$	2.00	2.00

Grafene av  $|S|$  og  $|T|$ , og grafene av  $KS$  for de to operasjonspunktene er gitt i vedlegg 3 (Figur V9, V10, V11 og V12).



**Figur 8:** Regulering med kaskade PID- regulator med  $P_1$  som målepunkt

Figur 8 viser en kaskade PID-regulator med  $K_C = -0.20 \text{ bar}^{-1}$ ,  $\tau_I = 500\text{s}$ ,  $\tau_D = 40\text{s}$  og  $a = 0.1$ , med oppstrøms trykk som måleparameter. Reguleringen starter ved tiden 1200s med settpunkt 70 bar. Ved 2000s er det en settpunktsendring fra 70 til 69 bar. Reguleringen med PID-regulatoren gir et mindre overskytt enn P og PI-regulatorene, men bruker litt lenger tid på å nå settpunktet på 70 bar enn hva PI-regulatoren gjorde. Settpunktsendringen fra 70 til 69 bar klarer den bra.

Prosessen stabiliseres med P-, PI- og PID-regulatorer med  $P_I$  som målepunkt. Reguleringen som er vist er kun med de verdiene som gav lavest snittsum av  $M_T$  og  $M_S$ . Det er ikke foretatt noen fin-tuning av regulatorene. Hvis regulatorene skal fin-tunes til å stabilisere prosessen virker det til å være avgjørende hvor i slugg perioden regulatoren skrur på. Alle tre regulatorene stabiliserer seg på 70 bar, og det er kun P-regulatoren som ikke klarer å stabilisere seg på 69 bar. Båndbredden for lukket sløyfe med P- og PI-regulatorene er relativt like. De varierer fra 0.0129[rad/s] til 0.0167[rad/s], dette er over nedre begrensning i båndbredden gitt fra RHP-polene som var 0.0096[rad/s].  $KS_{\max}$  er litt høyere for PI- enn P-regulatoren. Den høyeste verdien for PI-regulatoren er 0.345. Dette er en lav verdi, så man har liten bruk av pådraget. Av denne grunn ser det ikke ut til at man vil få problemer med metning av pådraget for P og PI-regulatorene. PID-regulatoren har en høyere båndbredde ved  $z = 0.175$  enn hva P og PI-regulatorene har. Ved  $z = 0.250$  er båndbredden relativt lik, den båndbredden man har med P- og PI-regulator. Den største forskjellen mellom PID-regulatoren og de to andre regulatorene, er  $KS_{\max}$  verdien som er 2. Dette betyr at PID-regulatoren bruker mer pådrag enn P- og PI-regulatorene.  $KS_{\max}$  for PID-regulatoren holder seg stabil på verdien 2 for høye frekvenser, dette gjør PID-regulatoren mer sensitiv for støy enn P og PI-regulatorene.

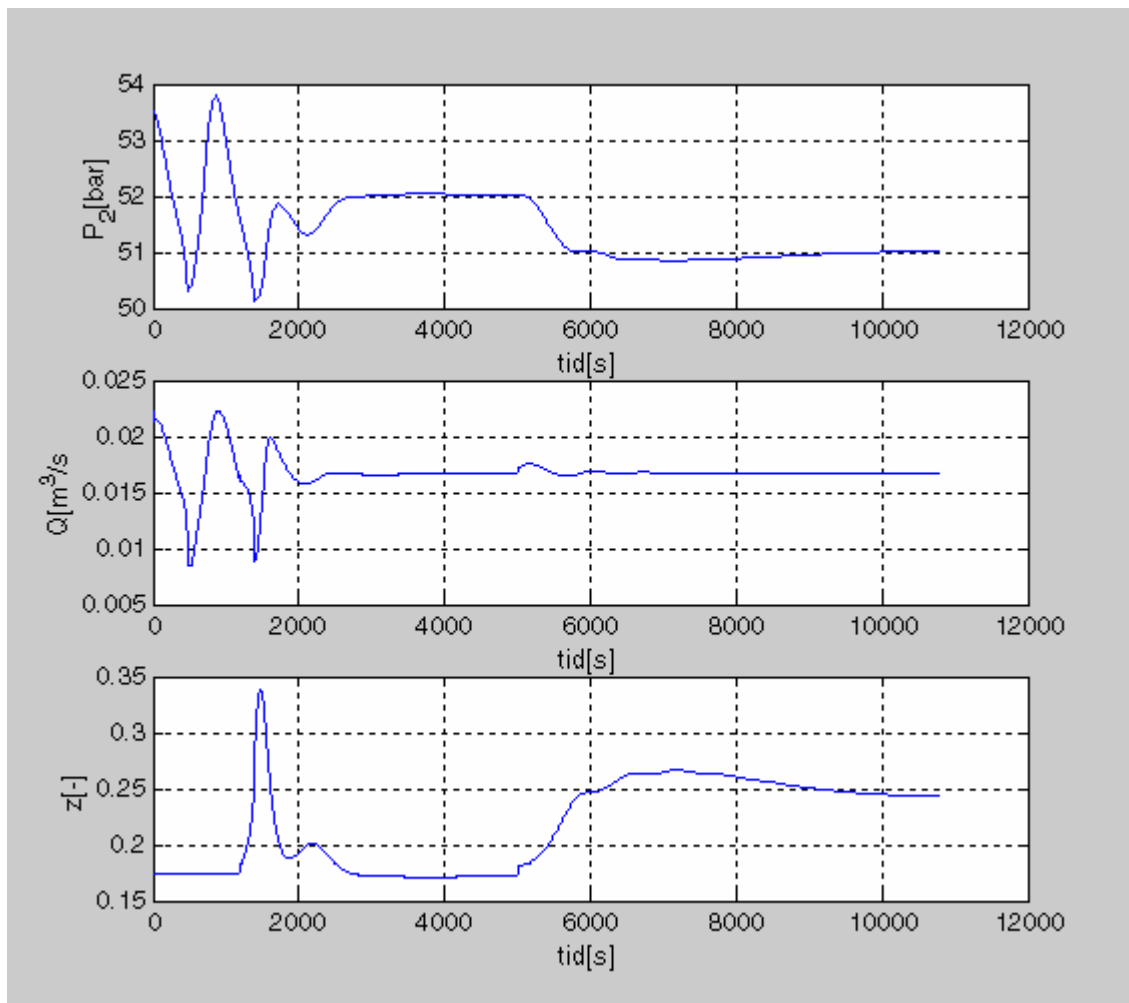
### 3.3.2 Kaskaderegulering

Regulatoren i indre sløyfe ble satt med  $K_C = 8$ , fordi dette er en relativ høy verdi for indre sløyfe uten at man får problemer med støy.  $\tau_I$  ble satt til 40s for å eliminere ventil dynamikken. Ved å forsøke å finne gjennomsnitt minimumsverdi for  $M_S$  og  $M_T$  for de to operasjonspunktene ble det oppdaget at dette gav en ugunstig slapp og treg regulering. Regulatoren for den ytre sløyfen ble derfor tunet i SIMULINK med prøving og feiling. Det ble funnet at med verdiene  $K_C = -0.001$  og  $\tau_I = 1200$  ble et tilfredsstillende resultat oppnådd.

**Tabell 10:** viser  $M_T$ ,  $M_S$ , båndbredde for lukket sløyfe og  $KS_{\max}$  for ytre sløyfe av kaskadereguleringen for de to operasjonspunktene  $z = 0.175$  og  $0.250$

	$z = 0.175$	$z = 0.250$
$M_S$	1.6832	1.4889
$M_T$	1.2792	1.3313
$\omega_B$ luket-sløyfe [rad/s]	0.00135	0.000828
$KS_{\max}$	0.00539	0.0103

Grafene av  $|S|$  og  $|T|$ , og grafene av  $KS$  for de to operasjonspunktene er gitt i vedlegg 4 (Figur: V13, V14, V15 og V16).



**Figur 9:** Kaskaderegulering av prosessen.

Figur 9 viser kaskaderegulering for prosessen.  $Q$  er målepunkt for indre sløyfe og  $P_2$  målepunkt for ytre sløyfe. Indre sløyfe er en PI-regulator med  $K_C = 8 \text{ s/m}^3$  og  $\tau_I = 40\text{s}$ , og ytre sløyfe er en PI-regulator med  $K_C = -0.001\text{bar}^{-1}$  og  $\tau_I = 1200\text{s}$ . Regulering starter ved 1200s med settpunktet 52 bar. Ved tiden 500s er det en settpunktsendring fra 52 til 51 bar. Kaskadereguleringen klarer å stabilisere systemet på settpunkts trykket 52 bar og ved settpunktsendringen til 51bar. Systemet bruker betraktelig lenger tid på å stabilisere seg med kaskaderegulering enn med regulering med  $P_1$  som målepunkt. Dette fordi  $P_2$  som målepunkt gir en øvre begrensning i båndbredden. Båndbredden for lukket ytre sløyfe i kaskadereguleringen er mye lavere enn båndbredden man har med P-, PI- og PID- regulatorene. Kaskadereguleringens lukkede ytre sløyfe har en båndbredde på 0.00135 for  $z = 0.175$  som er lavere enn den øvre begrensning i båndbredden på 0.0065.  $KS_{\max}$  for ytre sløyfe er også lav, så den ytre sløyfen bruker lite pådrag.

## 4 Konklusjon

Ut fra regulerbarhets analysen ble det bekreftet at trykkmåling oppstrøms ( $P_1$ ) er det beste målepunktet for en enkel SISO regulering.  $P_1$  har kun en nedre grense for båndbredden p.g.a. RHP-poler, gir ikke inversrespons og har stasjonær gain. Trykket nedstrøms ( $P_2$ ) og tettheten gjennom ventilen ( $r_T$ ) går ikke å bruke i en stabiliserende regulator, på grunn av uforenlige båndbredde begrensninger fra RHP-poler og RHP-nullpunkter. Volumstrøm ( $Q$ ) og massestrøm ( $w$ ) har kun nedre begrensning i båndbredden, men lite eller ingen stasjonær gain. De vil derfor gi et tilnærmet integrerende system med tilbakekobling. Dette kan løses ved å bruke en kaskaderegulerings struktur.

Slug-strømningen stabiliseres godt med P- PI- og PID-regulator med  $P_1$  som målepunkt. P-regulatoren gir stasjonæravvik på settpunkt forskjellig fra 70 bar. PI- og PID- regulatoren klarer å stabilisere prosessen til gitte settpunkt, og klarer også settpunkts endringer. PI-regulatoren har den høyeste verdiene for  $M_S$  og  $M_T$ ,  $M_T \approx 3$ , dette gir

$GM \geq 1.33$  og  $PM \geq 19^\circ$ . Båndbredden for den lukkede sløyfen ligger over begrensningene gitt av RHP-polene til systemet, for alle regulatoren med  $P_1$  som målepunkt. Verdiene for  $KS_{max}$  indikerer lav bruk av pådraget for P- og PI-regulatoren. PID- regulatoren har en høyere verdi for  $KS_{max}$  enn P- og PI-regulatoren. Dette betyr at den bruker mer pådrag.  $KS_{max}$  er stabil ved høye frekvenser, og gjør at den er mer sensitiv for støy enn de to andre regulatoren.

Kaskadestruktur for reguleringen med  $Q$  som målepunkt i indre sløyfe, og  $P_2$  som målepunkt for ytre sløyfe stabiliserer også slug-strømningen. Denne strukturen klarer også settpunktsendringer. Det tar både lenger tid, og systemet svinger mer før det blir stabilt enn hva som var tilfellet med  $P_1$  som målepunkt. Dette fordi  $P_2$  sine RHP-nullpunkter gir en øvre begrensning i båndbredden for lukket ytre sløyfe. Båndbredden for lukket ytre sløyfe er lavere enn denne øvre begrensning i båndbredden. Av  $KS_{max}$  ser vi at ytre sløyfe bruker lite pådrag.

Trondheim den 25.11.2002

---

Christian F. Trudvang

## ***5 Referanser***

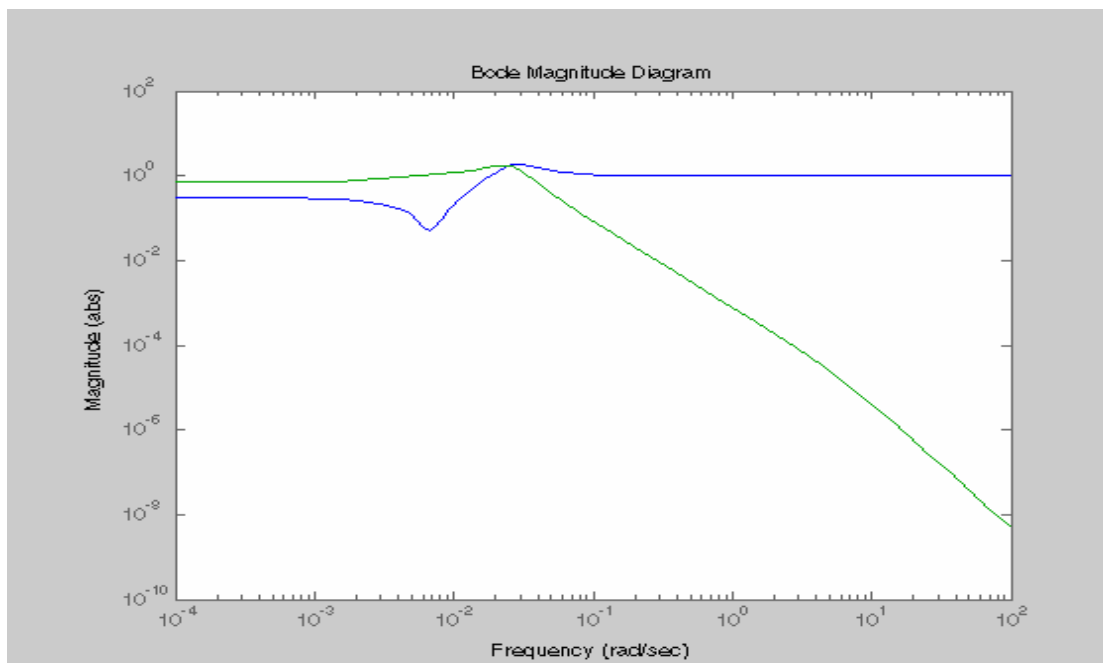
S. Skogestad og I. Postlethwaite, *MULTIVARIABLE FEEDBACK CONTROL Analysis and design*, Second Edition, John Wiley & sons, 2001

E. Storkaas og S. Skogestad, *Stabilization of severe slugging based on a low-dimensional nonlinear model*, 2002

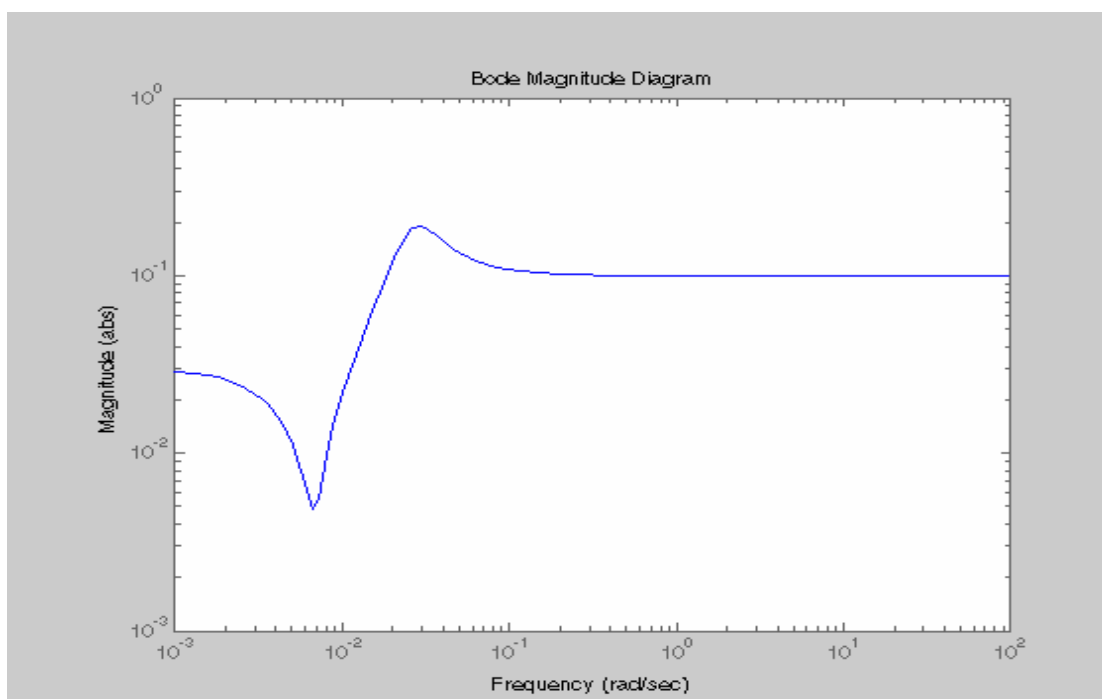
## 6 Vedlegg

### Vedlegg 1

Vedlegg 1: Viser  $\log |S|$  og  $|T|$  plottet mot  $\log$  frekvensen og  $\log KS$  plottet mot  $\log$  frekvensen. Dette er vist for en P-regulator med  $K_C = -0.10$ , for operasjonspunktene  $z = 0.175$  og  $z = 0.250$

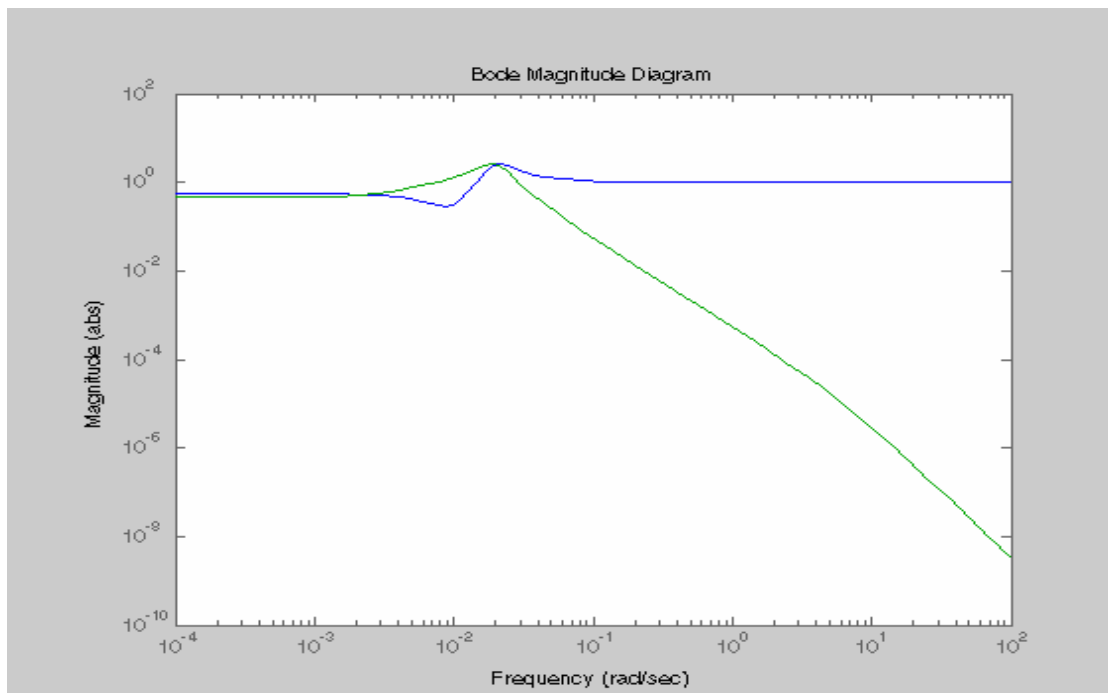


**Figur V1:**  $\log |S|$  og  $|T|$  plottet mot  $\log$  frekvens for P-regulator med  $z = 0.175$

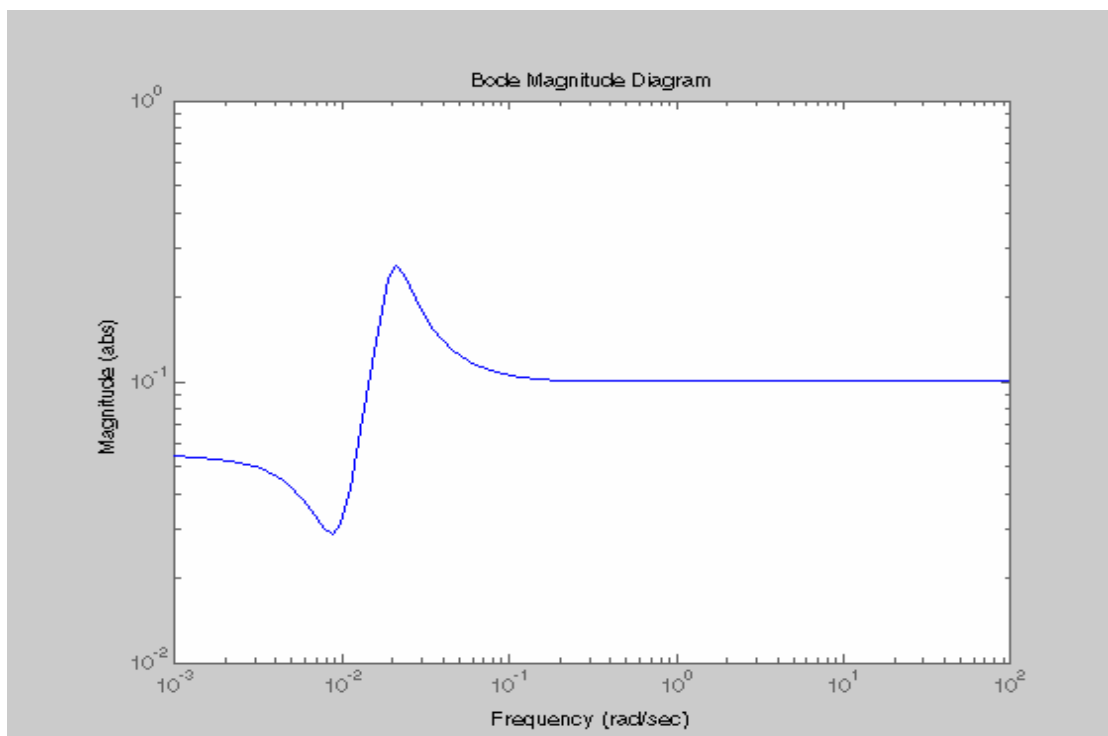


**Figur V2:**  $\log KS$  plottet mot  $\log$  frekvens for P-regulator med  $z = 0.175$





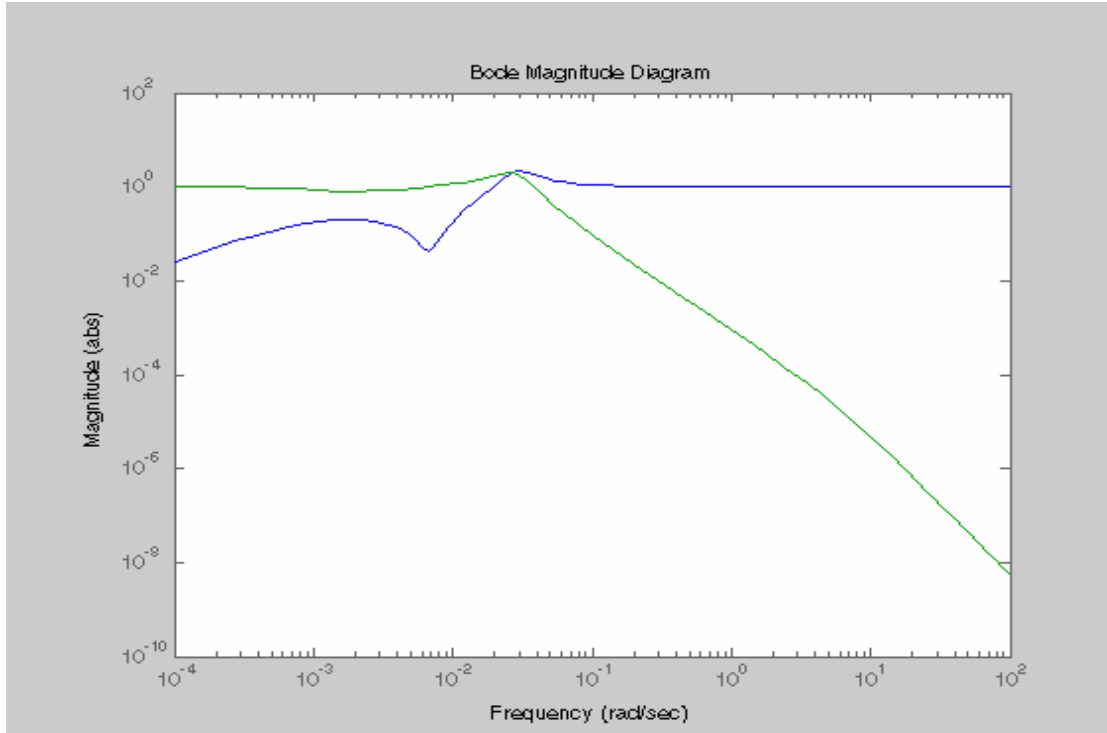
**Figure V3:** log |S| og |T| plottet mot log frekvens for P-regulator med  $z = 0.250$



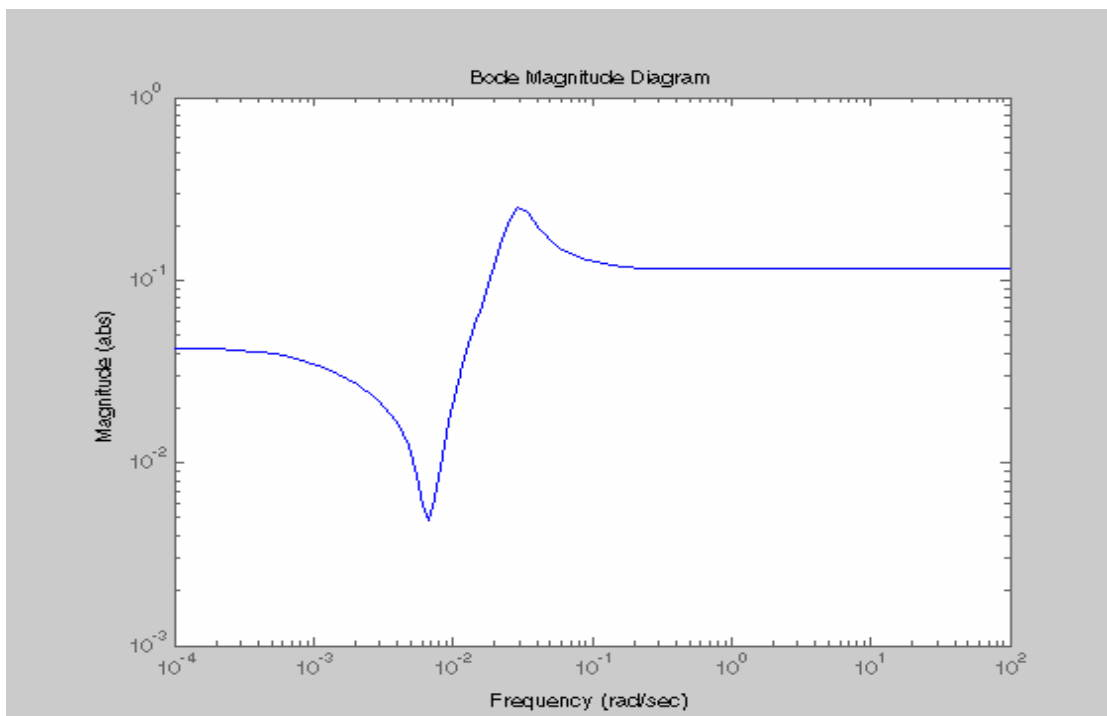
**Figuer V4:** log KS plottet mot log frekvens for P-regulator med  $z = 0.250$

## Vedlegg 2

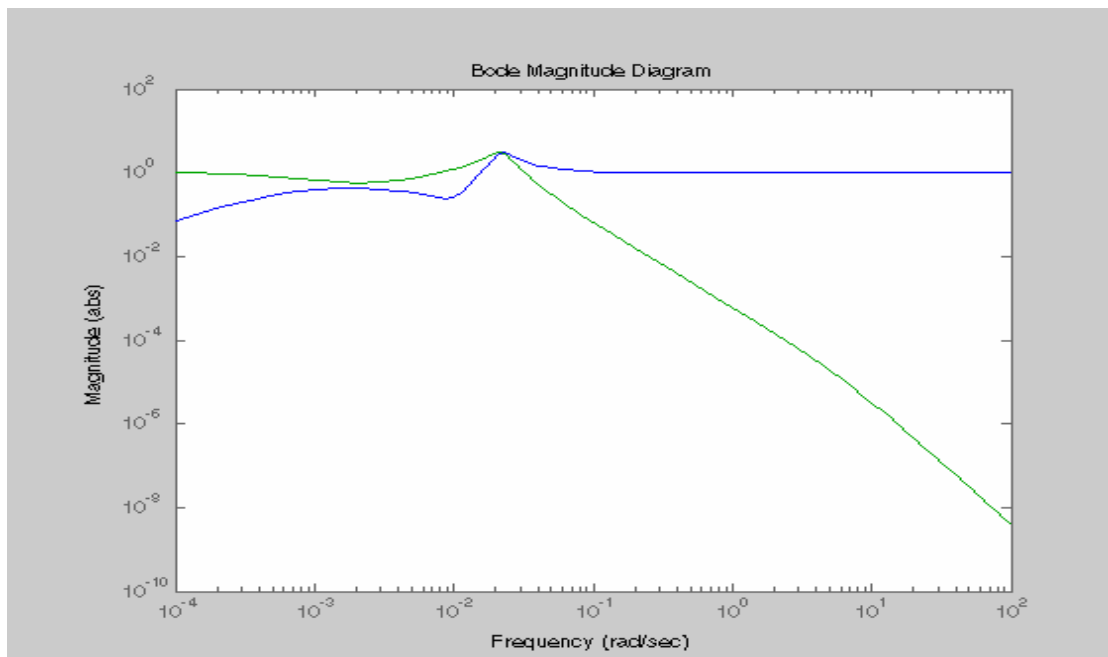
Vedlegg 2: Viser  $\log |S|$  og  $|T|$  plottet mot  $\log$  frekvensen og  $\log KS$  plottet mot  $\log$  frekvensen. Dette er vist for en PI-regulator med  $K_C = -0.115$  og  $\tau_I = 700$ , for operasjonspunktene  $z = 0.175$  og  $z = 0.250$



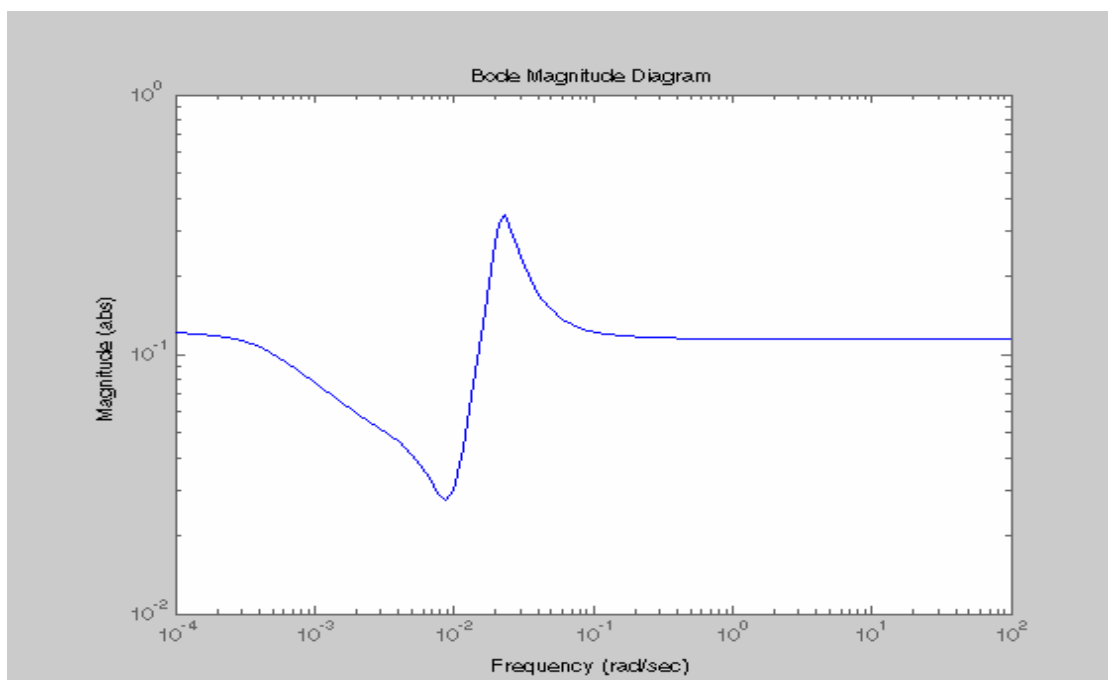
**figur V5:**  $\log |S|$  og  $|T|$  plottet mot  $\log$  frekvens for PI- regulator med  $z = 0.175$



**Figur V6:**  $\log KS$  plottet mot  $\log$  frekvens for PI med  $z = 0.175$



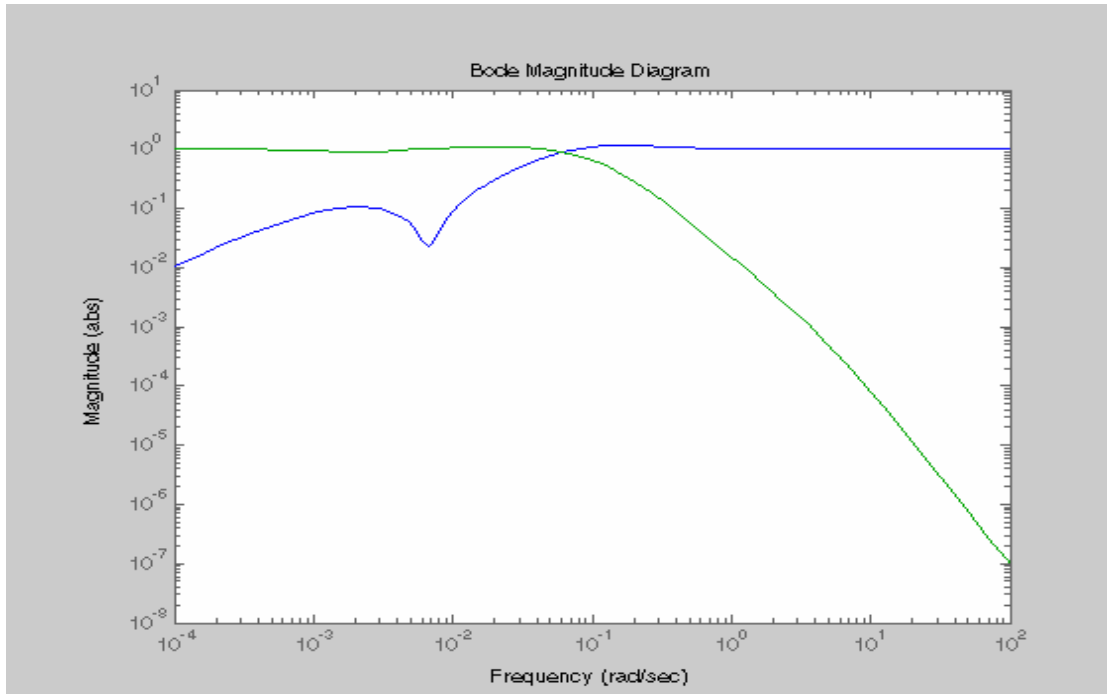
**Figur V7:**  $\log |S|$  og  $|T|$  plottet mot  $\log$  frekvens for PI-regulator med  $z = 0.250$



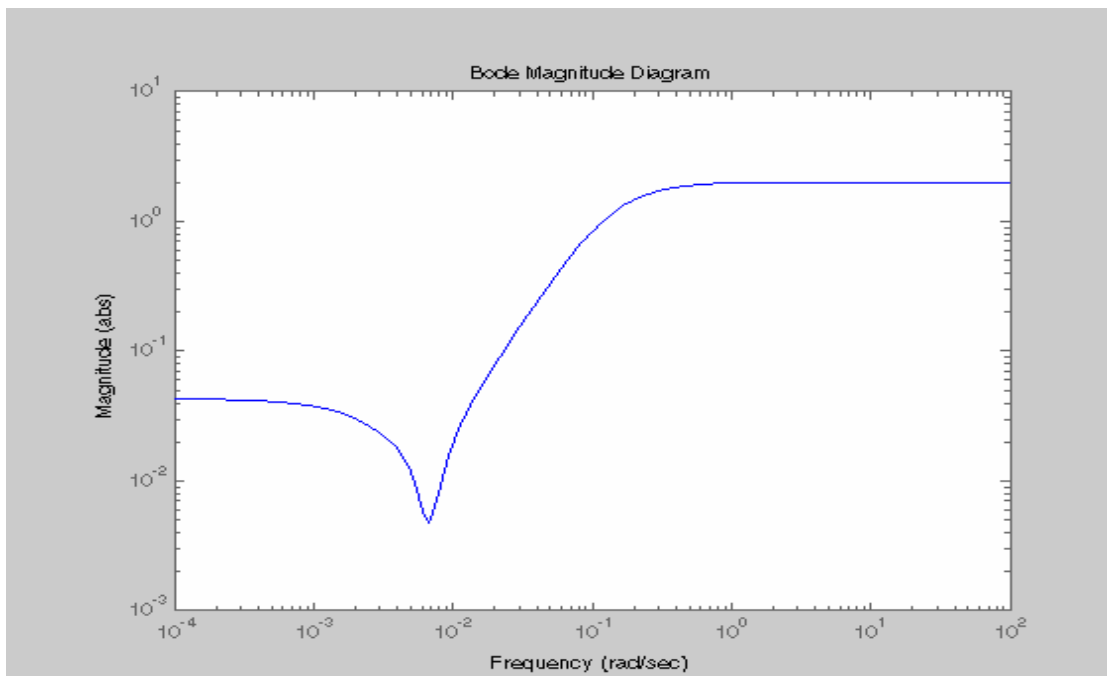
**Figur V8:**  $\log |S|$  og  $|T|$  plottet mot  $\log$  frekvens for PI-regulator med  $z = 0.250$

### Vedlegg 3

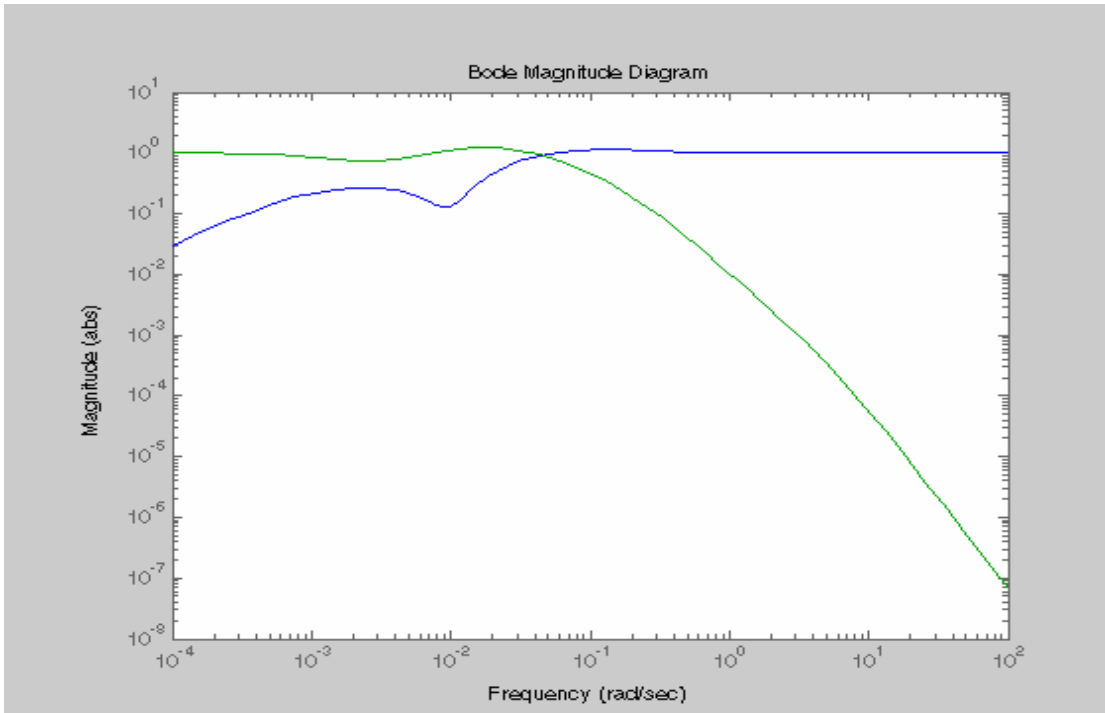
Vedlegg 2: Viser  $\log |S|$  og  $|T|$  plottet mot  $\log$  frekvensen og  $\log$  KS plottet mot  $\log$  frekvensen. Dette er vist for en kaskade PID-regulator med  $K_C = -0.20$  og  $\tau_I = 500$ ,  $\tau_D = 40$  og  $\alpha = 0.1$  for operasjonspunktene  $z = 0.175$  og  $z = 0.250$



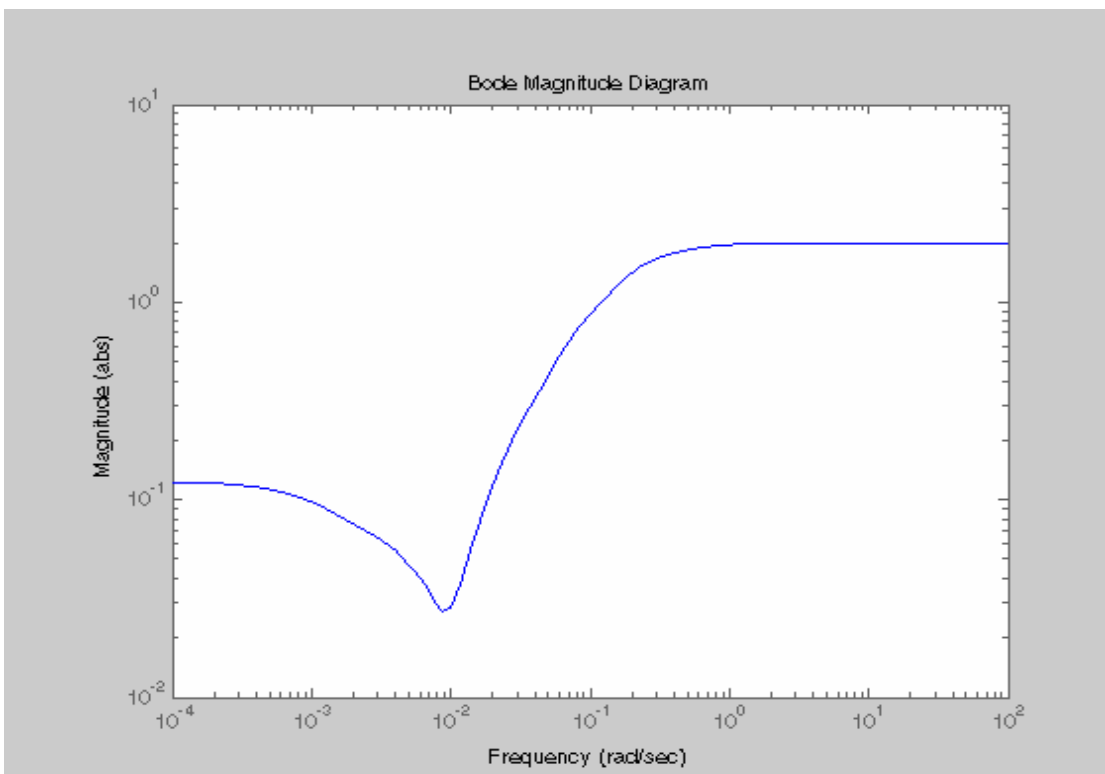
**Figur V9:**  $\log |S|$  og  $|T|$  plottet mot  $\log$  frekvens for kaskade PID med  $z = 0.175$



**FigurV10:**  $\log$  KS plottet mot  $\log$  frekvens for kaskade PID med  $z = 0.175$



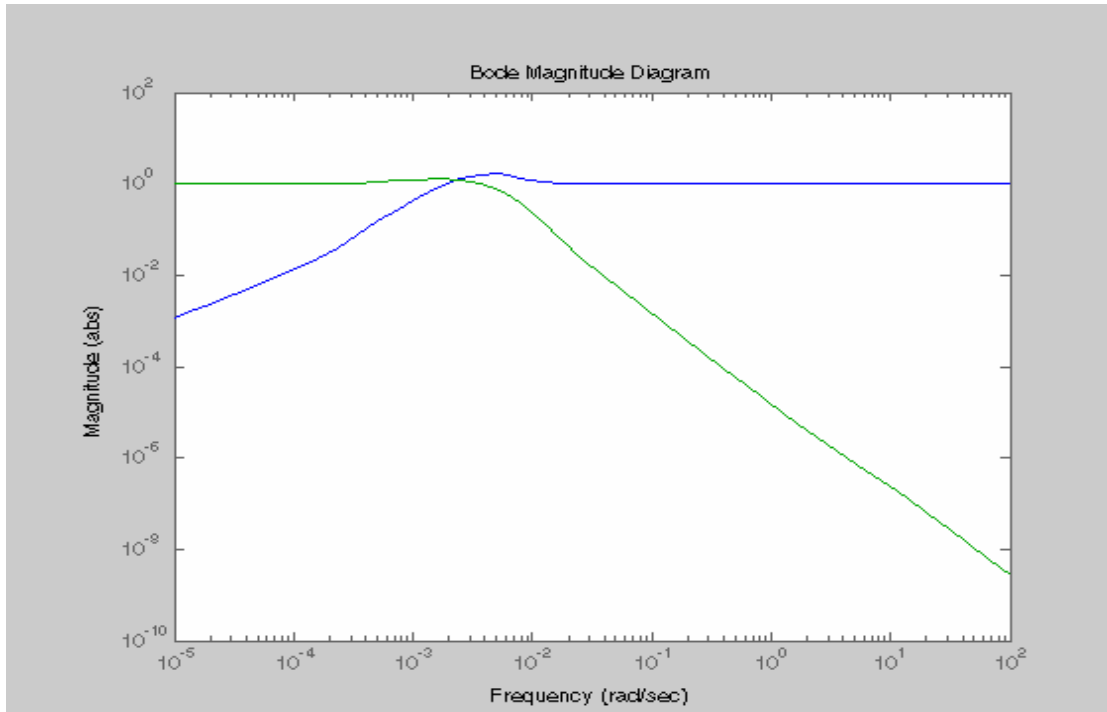
**Figur V11:**  $\log |S|$  og  $|T|$  plottet mot log frekvens for PID med  $z = 0.25$



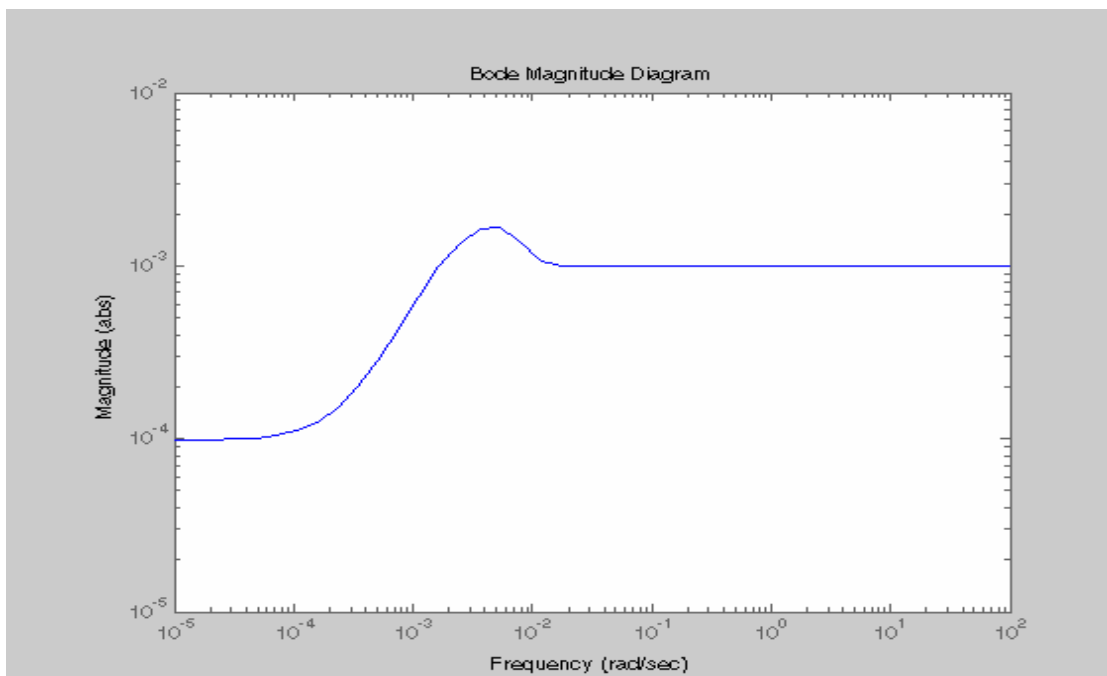
**Figur V12:**  $\log KS$  plottet mot log frekvens for PID med  $z = 0.250$

#### Vedlegg 4

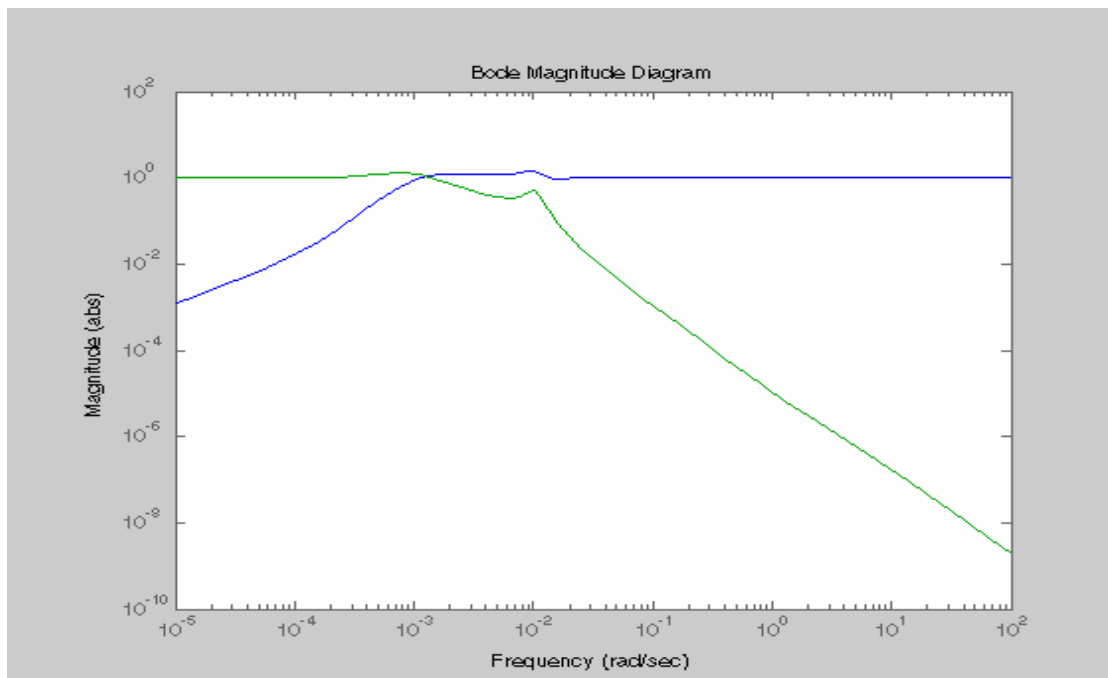
Vedlegg 4: Viser  $\log |S|$  og  $|T|$  plottet mot  $\log$  frekvensen og  $\log KS$  plottet mot  $\log$  frekvensen. Dette er vist for en PI-regulator for ytre sløyfe i kaskadereguleringen med  $K_C = -0.001$  og  $\tau_I = 1200$ , for operasjonspunktene  $z = 0.175$  og  $z = 0.250$



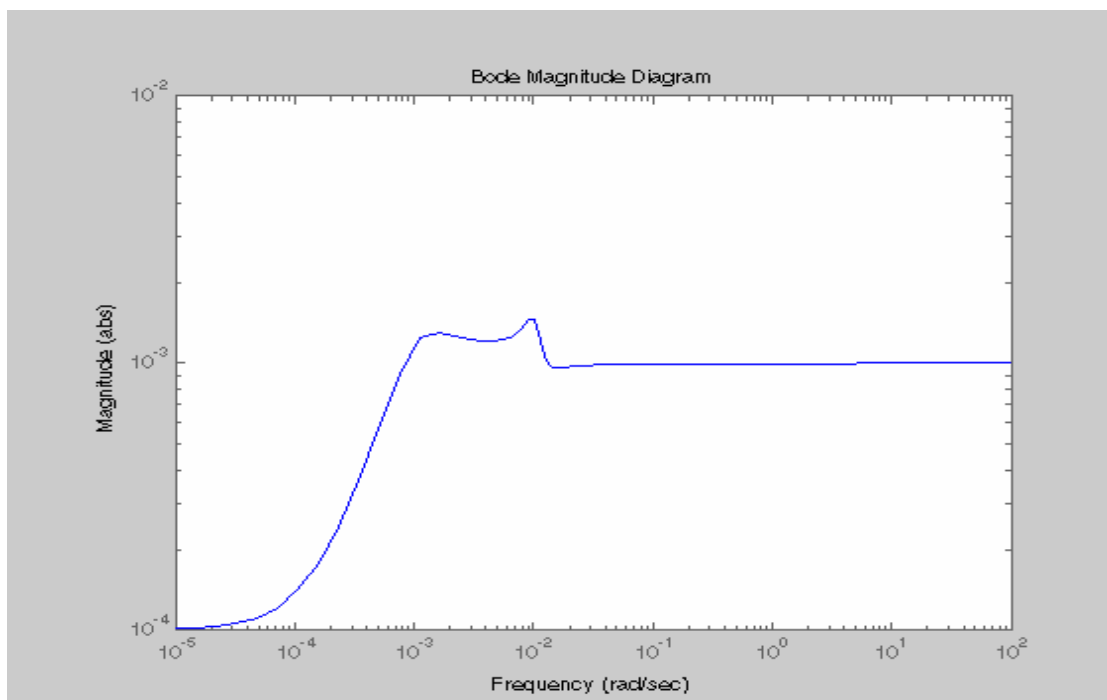
**Figur V13 :**  $\log |S|$  og  $|T|$  plottet mot  $\log$  frekvens for PI-regulator i ytre sløyfe for kaskaderegulering med  $z = 0.175$



**Figur V14:**  $\log KS$  plottet mot  $\log$  frekvens for PI-regulator i ytre sløyfe for kaskaderegulering med  $z = 0.175$



**Figur V15:**  $\log |S|$  og  $|T|$  plottet mot log frekvens for PI-regulator i ytre sløyfe for kaskaderegulering med  $z = 0.250$



**Figur V16:**  $\log KS$  plottet mot log frekvens for PI-regulator i ytre sløyfe for kaskaderegulering med  $z = 0.250$