

NTNU  
Norges teknisk-naturvitenskapelige  
universitet

Fakultet for kjemi og biologi  
Institutt for kjemisk prosess teknologi



**FORDYPNINGSEMNE HØST 2001**

SIK 2092P1      Prosess-systemteknikk fordypningsemne

PROSJEKTTITTEL:

Stabiliserende regulering av kompressor

---

av

Atle Andreassen

---

Veileder for oppgaven: Sigurd Skogestad og Espen Storakaas

Innlevert dato: 23.11.2001

## Sammendrag

'Surge' er et fenomen som oppstår ved lav massestrøm og stor løftehøyde for trykket gjennom en kompressor. Under slike forhold kan det oppstå undertrykk i kompressorhuset, og det kan føre til tilbakeslag av massestrømmen. Dette kan i verste fall ødelegge kompressoren.

Tradisjonelt er driftspunktet lagt slik at største forventede forstyrrelse ikke vil føre til 'surge', selv uten regulering. Driftspunktet ligger da til høyre for driftslinjen. Operasjonspunktet er da flyttet vekk fra 'surge'-linjen og det innebærer at kompressoren opererer i et mindre optimalt punkt.

I dette prosjektet er det sett på mulighetene for å legge operasjonspunktet til venstre for driftslinjen. Det er foretatt frekvensanalyser i forskjellige driftspunkter for å undersøke hvor det er realistisk å operere uten å måtte kreve en urimelig rask regulator. Frekvensanalysen viser at følsomheten for dødtid øker raskt når operasjonspunktet flyttes fra driftslinjen og mot 'surge'-linjen. På bakgrunn av dette er det valgt å legge driftspunktet like til venstre for driftslinjen.

Kompressorsystemet består av en sentrifugalkompressor, et rør, et plenum og en ventil. Utgangene til systemet er trykket i plenum, massestrømmen gjennom kompressoren og kompressorens tangentialhastighet. Pådragene er ventilen etter plenum og kompressorakselens dreiemoment. Det er valgt å regulere kompressorens tangentialhastighet med en ren proporsjonalregulator. Pådraget vil være kompressorakselens dreiemoment. Massestrømmen og trykket styres av en  $H_\infty$ -regulator. Det er en multivariabel regulator som beregner optimal frekvensrespons til lukket sløyfe. Pådraget til massestrømmen er settpunktet til kompressorens tangentialhastighet, mens trykket styres av ventilen etter plenum. Denne reguleringsstrukturen vil klare å undertrykke forstyrrelser ved alle frekvenser hvis dødtiden i målingen av massestrømmen er mindre enn 0.033 s.

For å stabilisere systemet må forsterkningen være stor. I et reelt system vil det føre til følsomhet for støy i målingene. Kombinasjonen av følsomhet for dødtid og støy i målingene vil gjøre reguleringen vanskelig.

Det må derfor vurderes om energigevinsten ved å flytte operasjonspunktet like til venstre for driftslinjen kan forsvare de problemene driften måtte medføre.

# Innhold

<b>SAMMENDRAG</b>	<b>2</b>
<b>INNHold</b>	<b>3</b>
<b>1 INNLEDNING</b>	<b>5</b>
<b>2 TEORI</b>	<b>6</b>
2.1 SURGE	6
2.2 DRIFT AV KOMPRESSOR	6
2.3 MODELL	7
2.4 FREKVENSPANALYSE	9
2.4.1 EFFEKT AV FORSTYRRELSE	9
2.4.2 TILBAKEKOBLING	10
2.5 VEKTET SENSITIVITET	13
<b>3 RESULTAT</b>	<b>15</b>
3.1 KARAKTERISTISK LIGNING	15
3.2 STABILITETS- OG FREKVENSPANALYSE	15
3.2.1 POLER	16
3.2.2 SKALERING	17
3.2.3 FREKVENSPANALYSE	18
3.3 REGULERINGSSTRUKTUR	21
3.4 VEKTFUNKSJON	21
3.5 $H_{\infty}$ -REGULATOR	22
3.5.1 SINUSFORSTYRRELSE	23
3.5.2 MODIFISERT SPRANGFUNKSJON	23
3.5.3 EFFEKT AV DØDTID I MÅLINGENE	25
3.5.4 ENDRING AV DRIFTSPUNKT	26
<b>4 DISKUSJON</b>	<b>29</b>
4.1 EFFEKT AV REGULERING AV TRYKKET	29
4.2 SKALERING	29
4.3 $H_{\infty}$ -REGULATOR	30
4.4 KASKADE	31
4.5 STØY I MÅLINGER	31
4.6 VURDERING AV DRIFTSPUNKT	31
4.7 ENDRING AV DRIFTSPUNKT	32
4.8 FORSLAG TIL VIDERE ARBEID	33
4.8.1 DØDTID OG STØY	33
4.8.2 TRYKKAVLASTNING	33

4.8.3 CCV 33

**5 KONKLUSJON** 34

**SYMBOLLISTE** 35

**LITTERATURLISTE** 37

## 1 Innledning

Dette prosjektet er utført ved Institutt for Kjemisk Prosessteknologi ved NTNU i Trondheim i perioden 27. august til 23. november 2001. Oppgavens tittel er "Stabiliserende regulering av kompressor". Prosjektet er et videre arbeid av diplomoppgaven "Modellering og regulering av kompressor i 'surge'" utført av Margrethe Stenrød.

Faglærer for oppgaven har vært professor Sigurd Skogestad og medveileder har vært dr.ing. stipendiat Espen Storkaas.

En kompressor kan bli utsatt for fenomenet 'surge' ved lave massestrømmer og stor løftehøyde for trykket. Under slike forhold kan det oppstå undertrykk inne i kompressoren og det kan igjen føre til at massestrømmen reverseres. Dette kan i verste fall ødelegge kompressoren. Det er derfor viktig å holde operasjonspunktet vekk fra områdene som gir 'surge'. Tradisjonell regulering går ut på å holde operasjonspunktet så langt vekk fra 'surge'-linjen at en forstyrrelse ikke kan føre til ustabil drift. Operasjonspunktet ligger da til høyre for driftslinjen. Ulempen ved å flytte operasjonspunktet vekk fra 'surge'-linjen er at kompressoren da må operere på et mindre optimalt punkt.

For å oppnå mest mulig optimal drift er det ønskelig å flytte driftspunktet så nær 'surge'-linjen som mulig. Men det er ikke realistisk å operere for nærme 'surge'-linjen da det vil kreve svært rask regulering.

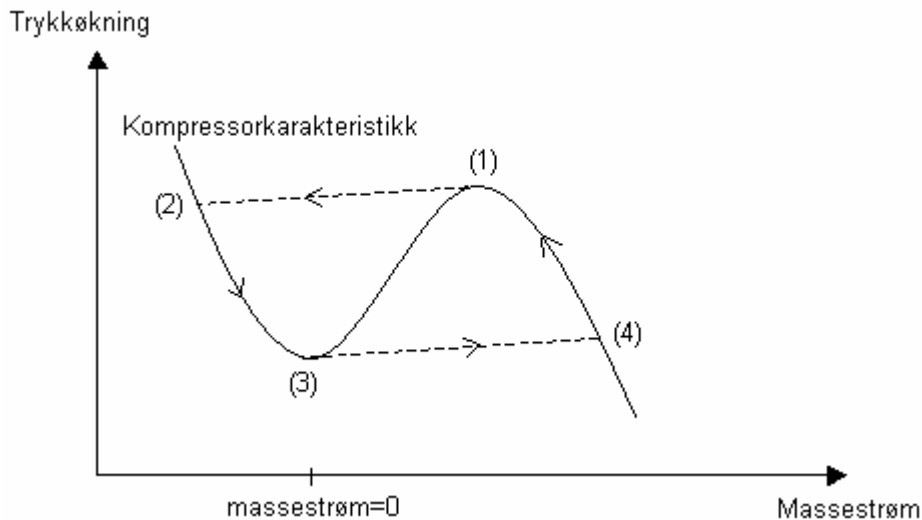
For å hindre 'surge' er kompressorer ofte utstyrt med et trykkavlastningsrør som går fra nedstrøms til oppstrøms kompressoren. Dette kalles en anti 'surge'-regulator. Blir løftehøyden til trykket for stor kan en ventil åpnes slik at fluidet strømmer tilbake til innløpet til kompressoren. Løftehøyden vil da avta og operasjonspunktet vil flyttes til et stabilt område. Ved bruk av en anti 'surge'-regulator er det også mulig å holde utløpstrykket konstant. Tilbakekoblingen vil føre til økt massestrøm gjennom kompressoren og det vil bidra til å stabilisere prosessen. Tilbakekoblingen vil selvsagt bidra til redusert effektivitet for kompressoren.

I dette prosjektet er det sett på mulighetene for å drive en kompressor til venstre for driftslinjen. Formålet er å operere i et punkt som ikke krever urealistisk rask regulering.

## 2 Teori

### 2.1 Surge

For å oppnå mest mulig effektiv drift av en kompressor, er det ønskelig at løftehøyden for trykket skal være størst mulig. Figur 2.1 viser løftehøyden til trykket som en funksjon av massestrømmen ved et gitt turtall.

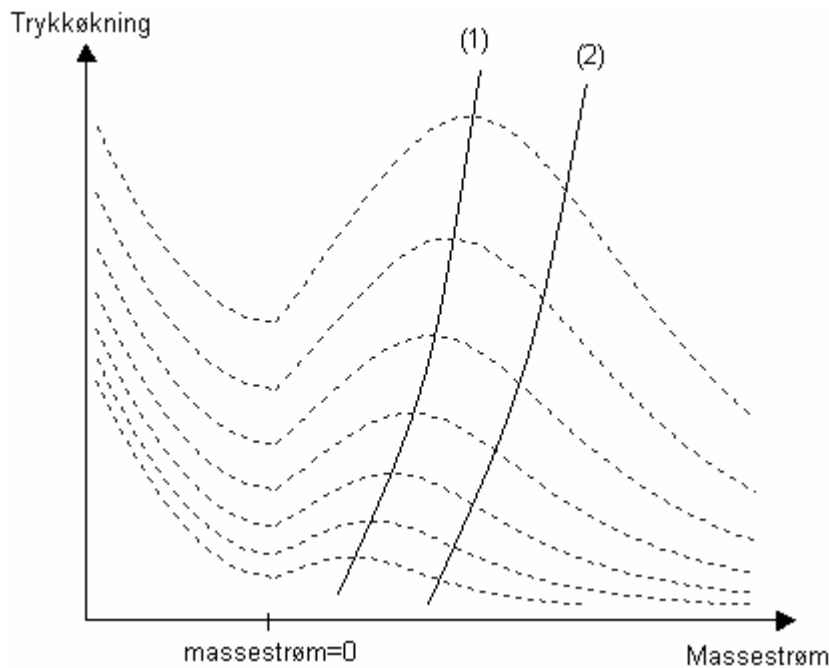


Figur 2.1. Kompressorkarakteristikk med 'surge'-syklus

Figur 2.1 viser at høyest mulig løftehøyde oppnås ved å operere i punkt 1. Problemet med å operere i dette punktet er at løftehøyden til trykket er stor, samtidig som massestrømmen er lav. Det fører til at kompressoren ikke klarer å gi fluidet nok kinetisk energi til å oppveie for forskjellen i potensiell energi nedstrøms kompressoren og i kompressoren. Trykket nedstrøms kompressoren vil da bli for stort og det fører til at massestrømmen reverseres. Dette skjer med tilnærmet konstant trykk. Kompressoren går da inn i en 'surge'-syklus. Etter at massestrømmen har blitt negativ (2) vil trykkforskjellen mellom utløpstrykket og trykket i kompressoren avta, og som en følge av det vil den negative massestrømmen reduseres. Fra punkt 3 vil massestrømmen være positiv og den øker med tilnærmet konstant trykk til kompressorkarakteristikken nås (4). Deretter øker trykkforskjellen mellom utløp og innløp samtidig som massestrømmen avtar. Kompressoren går inn i en ny 'surge'-syklus i punkt 1.

### 2.2 Drift av kompressor

Det stabile driftsområdet til en kompressor ligger til høyre for 'surge'-linjen (1) i figur 2.2.



Figur 2.2. Kompressorkarakteristikk med 'surge'-linje og driftslinje

Velges et operasjonspunkt som ligger nær 'surge'-linjen vil systemet være svært følsomt for forstyrrelser. Operasjonspunktet legges derfor ofte til høyre for linje 2, som representerer driftslinjen. Ved å operere på høyre side av driftslinjen vil ikke systemet bli ustabil selv ved største forventede forstyrrelse.

Tradisjonell regulering av en kompressor hindrer operasjonspunktet å komme på venstre side av driftslinjen. En nyere tankegang er å lage et reguleringssystem som stabilisere området til venstre for linje 2. Operasjonspunktet kan dermed flyttes nærmere det optimale driftspunktet.

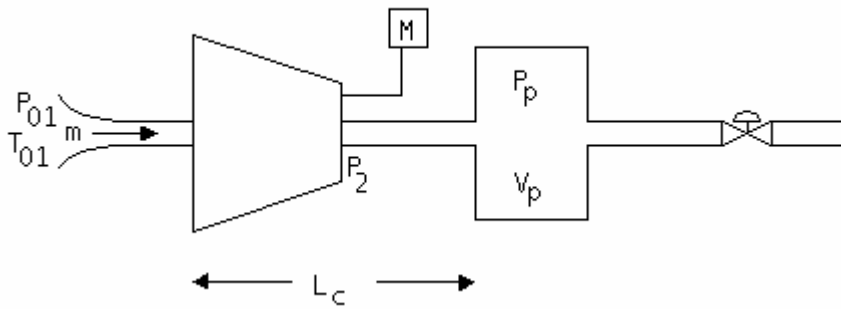
### 2.3 Modell

Teorien for modellen av kompressoren er hentet fra *Gravdahl et al.* I dette kapittelet følger en kort oppsummering av resultatene.

Systemet er modellert som vist i figur 2.3, og består av en sentrifugalkompressor, et rør, et plenum og en ventil.

Modellen bygger på følgende antagelser.

- Endimensjonal inkompresibel strømning i rør i kompressorseksjonen.
- Isentropisk ekspansjon i plenum.
- Neglisjerbar hastighet i plenum.
- Konstant massestrøm gjennom utløpsventilen.
- Gassens vinkelimpuls er neglisjerbar i kompressoren sammenlignet med løpehjulets vinkelimpuls



Figur 2.3. Kompressorsystemet

I følge *Gravdahl et al* er den stasjonære kompressorkarakteristikken gitt av ligning 2.1.

$$P_2 = \begin{cases} c_n m_c + P_{02}(U_1) & m_c \leq 0 \\ \left(1 + \frac{\eta_i(m_c, U_1) \cdot \Delta h_{0c, ideell}}{T_{01} C_p}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \cdot P_{01} & m_c \geq 0 \end{cases} \quad 2.1$$

hvor

$$P_{02}(U_1) = \left(1 + \frac{\eta_i(m_c, U_1) \cdot \Delta h_{0c, ideell}}{T_{01} C_p}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \cdot P_{01} \Bigg|_{m_c = 0} \quad 2.2$$

Her er:

$P_2$	:	trykk ved kompressorens utløp
$c_n$	:	proporsjonalitetskonstant
$m_c$	:	massestrøm gjennom kompressoren
$P_{02}$	:	trykk ved kompressorens utløp ved massestrøm null
$P_{01}$	:	innløpstrykk
$U_1$	:	kompressorens tangentialhastighet ved inngang til impeller
$\eta_i$	:	isentropisk virkningsgrad
$\Delta h_{0c, ideell}$	:	ideell spesifikk entalpi overført til fluidet
$T_{01}$	:	temperatur i plenum
$C_p$	:	spesifikk varmekapasitet ved konstant trykk
$\kappa$	:	forhold mellom speifikke varmekapasiteter: $C_p/C_v$

De dynamiske ligningene til kompressorsystemet er gitt av ligning 2.3, 2.4 og 2.5.



$$\frac{dP_p}{dt} = \frac{a^2}{V_p} (m_c - k \cdot \sqrt{P_p - P_{01}}) \quad 2.3$$

$$\frac{dm_c}{dt} = \frac{A_c}{L_c} \left( \left( 1 + \frac{\eta(m_c, U_1) \cdot \Delta h_{0c, ideell}}{T_{01} \cdot C_p} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \cdot P_{01} - P_p \right) \quad 2.4$$

$$\frac{dU_1}{dt} = \frac{D_1}{2J} (\tau_t - \tau_c) \quad 2.5$$

Her er:

$P_p$	:	trykk i plenum
$V_p$	:	volum i plenum
$a$	:	sonisk hastighet
$k$	:	ventilkonstant
$A_c$	:	tverrsnittsareal i kompressor og i rør etter kompressor
$L_c$	:	avstand fra kompressorens innløp til plenum
$D_1$	:	gjennomsnittlig diameter i induser
$J$	:	rotasjonsmoment
$\tau_c$	:	kompressorens dreiemoment
$\tau_t$	:	kompressorakselens dreiemoment

Mer detaljerte ligninger er gitt i matlabskriptet i bilag 9.

## 2.4 Frekvensanalyse

Teorien i dette kapittelet er hentet fra *Skogestad et al.*

### 2.4.1 Effekt av forstyrrelse

I et gitt operasjonspunkt kan modellen av kompressoren lineariseres og skrives på følgende form:

$$\dot{x} = Ax + Bu + Ed \quad 2.6$$

$$y = Cx + Du + Ed \quad 2.7$$

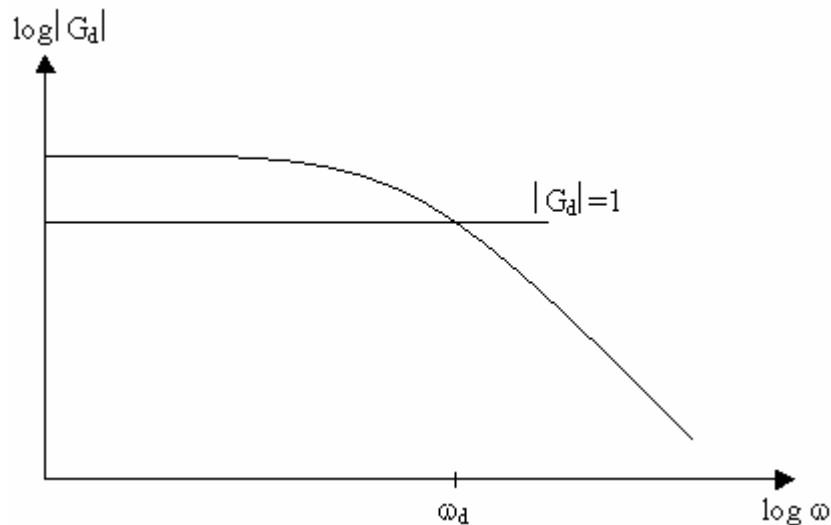
Her er  $x$  tilstanden til systemet,  $\dot{x}$  den deriverte av tilstanden med hensyn på tiden,  $u$  pådraget,  $d$  forstyrrelsen og  $y$  utgangen.

Den lineariserte modellen kan Laplace transformeres og den får da formen:

$$y = G \cdot u + G_d \cdot d \quad 2.8$$

$G$ -matrisen vil da gi effekten av pådraget på utgangen, mens  $G_d$  vil gi effekten av forstyrrelsen på utgangen. Det er mulig å bruke  $G$  og  $G_d$  til å analysere stabiliteten av systemet. Forstyrrelsen kan blir sett på som en sinusbølge. Absoluttverdien av

utgangen vil da være en funksjon av frekvensen,  $\omega$ , til sinusbølgen. Figur 2.4 viser et typisk eksempel på frekvensrespons til  $|G_d|$ .



Figur 2.4. Frekvensrespons av  $|G_d|$

Frekvensresponsen forutsetter at ligning 2.8 er skalert slik at største tillatte utganger og pådrag er 1 og største forventede forstyrrelse er 1. Figur 2.4 viser at absoluttverdien til  $G_d$  er 1 for frekvensen  $\omega_d$ . For frekvenser mindre enn  $\omega_d$  vil maksimal forstyrrelse medføre at utgangen overstiger 1, og det er derfor nødvendig med regulering. Ved frekvenser høyere enn  $\omega_d$  vil effekten av forstyrrelse på utgangen alltid være mindre enn 1.

Frekvensen,  $\omega_d$ , kan også brukes til å evaluere hvor mye dødtid systemet tåler. Maksimal tillatt dødtid for et system med tilbakekobling er gitt ved ligning 2.9.

$$\theta_d \approx 1/\omega_d \quad 2.9$$

### 2.4.2 Tilbakekobling

Figur 2.5 viser blokkdiagrammet til en prosess som blir regulert ved hjelp av tilbakekobling. Systemet kan beskrives av følgende ligninger.

$$u = K(r - y - n) \quad 2.10$$

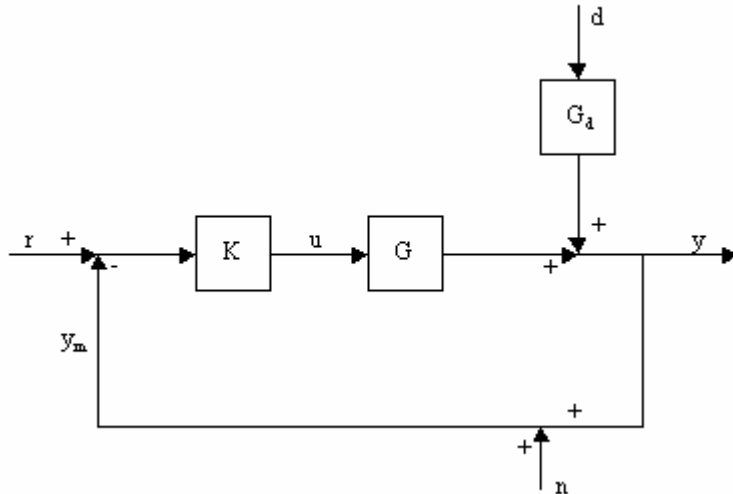
$$y = GK(r - y - n) + G_d d \quad 2.11$$

Her er  $r$  settpunktet til utgangen,  $n$  forstyrrelsen i målingen og  $K$  er regulatoren. Ligning 2.10 og 2.11 kombineres og det gir det:

$$y = (I + GK)^{-1}GKr + (I + GK)^{-1}G_d d - (I + GK)^{-1}GKn \quad 2.12$$

Her er  $T = (I + GK)^{-1}GK$  og  $S = (I + GK)^{-1}$ .  $S$  er sensitivitetsfunksjonen og  $T$  er komplementær sensitivitetsfunksjon. Sammenhengen mellom  $S$  og  $T$  er gitt i ligning 2.13.

$$S + T = (I + GK)^{-1} + (I + GK)^{-1}GK = 1 \quad 2.13$$



Figur 2.5. Blokkdiagram for en prosess med tilbakekobling

Avviket fra settpunktet for en prosess uten regulering vil være:

$$e = y - r = G_d d - r \quad 2.14$$

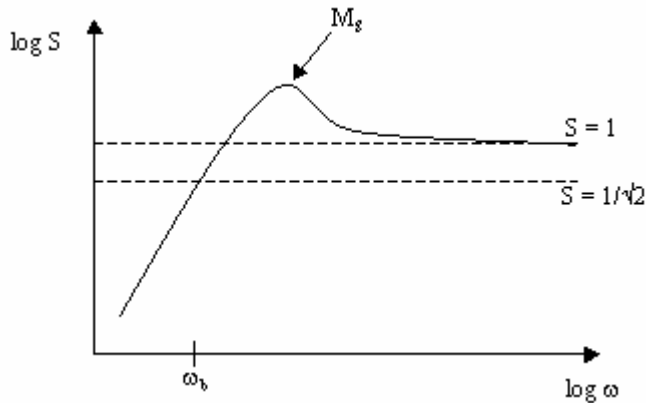
Hvis støy i målingene neglisjeres vil avviket fra settpunktet for en prosess med tilbakekobling være gitt av ligning 2.15.

$$e = y - r = Tr - SG_d d - r = (T - 1)r - SG_d d \quad 2.15$$

Ligning 2.15 kan kombineres med ligning 2.13 og det gir:

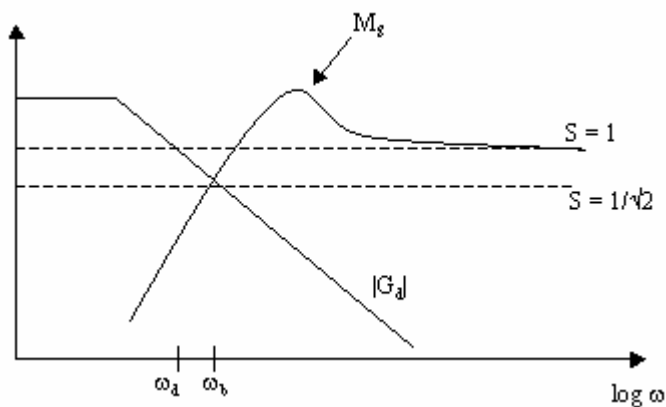
$$e = S(G_d d - r) \quad 2.16$$

Ligning 2.16 viser at hvis tilbakekoblingen skal redusere avviket fra settpunktet må sensitivitetsfunksjonen være mindre enn 1. Dette er imidlertid ikke mulig å oppnå ved alle frekvenser. Når frekvensen går mot uendelig fører det til at  $GK$  går mot null og at sensitivitetsfunksjonen går mot 1. I noen frekvensområder kan sensitivitetsfunksjonen også være høyere enn 1. Figur 2.6 viser formen på en typisk sensitivitetsfunksjon.



Figur 2.6. Sensitivitetsfunksjonen

Største verdi til sensitivitetsfunksjonen er gitt ved  $M_S$ . For å få et robust system krever en gjerne at  $M_S$  er mindre enn 2, noe som sikrer en forsterkningsmargin som er større enn 2. Forsterkningen til systemet kan da økes med en faktor 2 uten at systemet blir ustabil. Verdien av  $M_S$  sier noe om kvaliteten på responsen, men det er også viktig å si noe om hastigheten til responsen. En kan da se på båndbredden. Båndbredden,  $\omega_b$ , er definert som frekvensen hvor sensitivitetsfunksjonen første gang krysser  $1/\sqrt{2}$  nedefra. Forenklet kan en si at stor båndbredde gir raske responser, mens liten båndbredde gir langsomme responser. En kan også si at båndbredden er det området hvor reguleringen er effektiv. For frekvenser høyere enn  $\omega_b$  vil sensitivitetsfunksjonen være lik 1 eller større. Det vil si at sensitivitetsfunksjonen ikke bidrar til å forbedre kvaliteten på responsen. Ligning 2.16 viser at hvis avviket fra settpunktet skal være mindre enn 1, samtidig som sensitivitetsfunksjonen er større enn 1, må  $|G_d|$  være mindre enn 1. Det er derfor ønskelig med en båndbredde som er større en  $\omega_d$ . Dette er



illustrert i figur 2.7.

Figur 2.7 Valg av båndbredde

Dersom det ikke er noen settpunktendringer eller forstyrrelser i målingene kan ligning 2.12 skrives på formen:

$$y = SG_d d \quad 2.17$$

For å oppnå stabilitet må utgangen være mindre enn 1 når absoluttverdien av forstyrrelsen er 1. Kravet til sensitivitetsfunksjonen blir da:

$$1 > S |G_d| \quad 2.18$$

Ligning 2.18 løses med hensyn på S og det gir:

$$S < |G_d|^{-1} \quad 2.19$$

## 2.5 Vektet sensitivitet

En  $H_\infty$ -regulator er en multivariabel regulator som beregner optimal frekvensrespons til lukket sløyfe. For å få regulatoren til å fungere som ønsket må det settes krav til båndbredde, største tillatte avvik fra settpunkt og største tillatte verdi til sensitivitetsfunksjonen. Disse kravene kan uttrykkes matematisk som en øvre grense,  $1/|\omega_p|$ , for sensitivitetsfunksjonen, hvor  $\omega_p$  er en vektfunksjon som bestemmes av regulatordesigner. Sensitivitetsfunksjonen må da oppfylle ligning 2.20.

$$|S| < 1/|\omega_p|, \text{ for all } \omega \quad 2.20$$

eller

$$|\omega_p S| < 1, \text{ for all } \omega \quad 2.21$$

Vektfunksjonen er gjerne på sammen form som ligning 2.22.

$$\omega_p(s) = \frac{s/M_s^* + \omega_b^*}{s + \omega_b^* A} \quad 2.22$$

Her er  $M_s^*$  største ønskede verdi til sensitivitetsfunksjonen,  $\omega_b^*$  ønsket båndbredde og A er største tillatte stasjonæravvik fra settpunktet.

Ved lave frekvenser vil  $1/\omega_p$  gå mot A.

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{1}{\omega_p(\omega j)} = \lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{\omega j + \omega_b^* A}{\omega j / M_s^* + \omega_b^*} = A \quad 2.23$$

For å oppnå stabilitet må dermed sensitivitetsfunksjonen være mindre enn A ved lave frekvenser. Ligning 2.19 krever også at  $S < |G_d|^{-1}$ . For å oppnå dette velges:

$$A < |G_d|^{-1} \quad 2.24$$

Dette valget av A medfører:

$$S < \frac{1}{\omega_p} < |G_d|^{-1} \quad 2.25$$

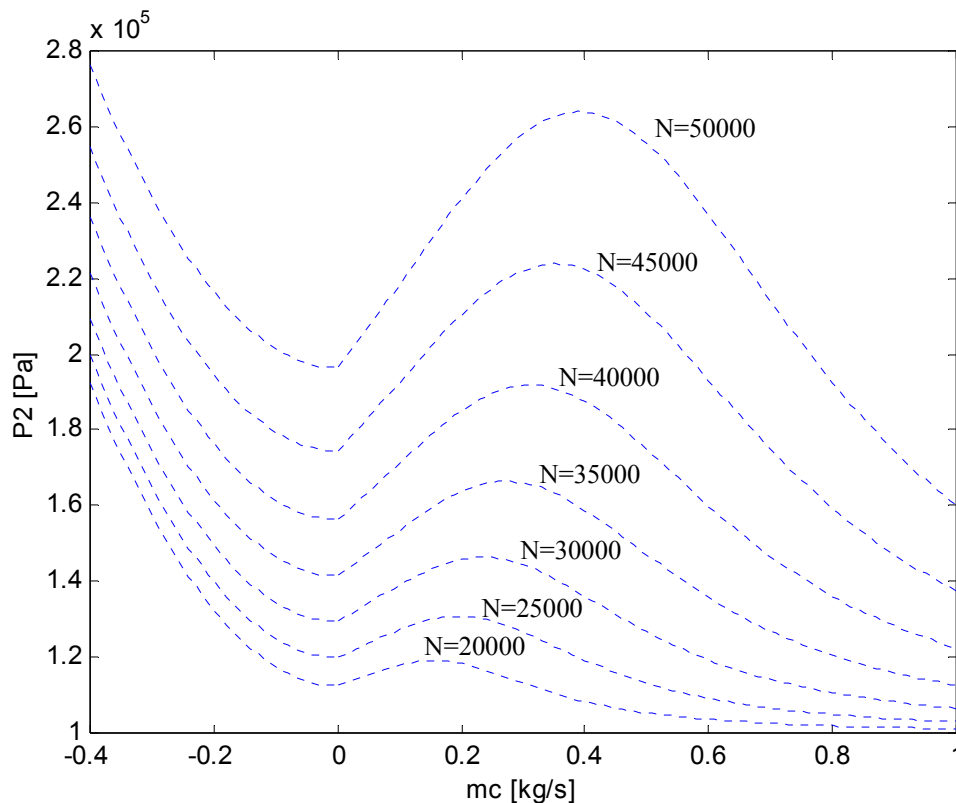
Valg av A mindre enn  $|G_d|^{-1}$  vil med andre ord sikre at ligning 2.20 blir oppfylt.

### 3 Resultat

Dataene brukt i dette kapittelet er hentet fra Stenrød og gitt i bilag 1.

#### 3.1 Karakteristisk ligning

Den karakteristiske ligning (ligning 2.1) gir trykket ut av kompressoren som funksjon av massestrømmen ved stasjonære forhold. I figur 3.1 er kompressorkarakteristikken vist med turtall fra 20000 til 50000 omdreininger per minutt.



Figur 3.1. Kompressorkarakteristikk

Videre i dette prosjektet er det valgt å gjøre analyser av kompressoren ved et turtall på 40000 omdr./min. Det tilsvarer en tangentialhastighet til kompressoren,  $U_1$ , på 119.4 m/s.

#### 3.2 Stabilitets- og frekvensanalyse

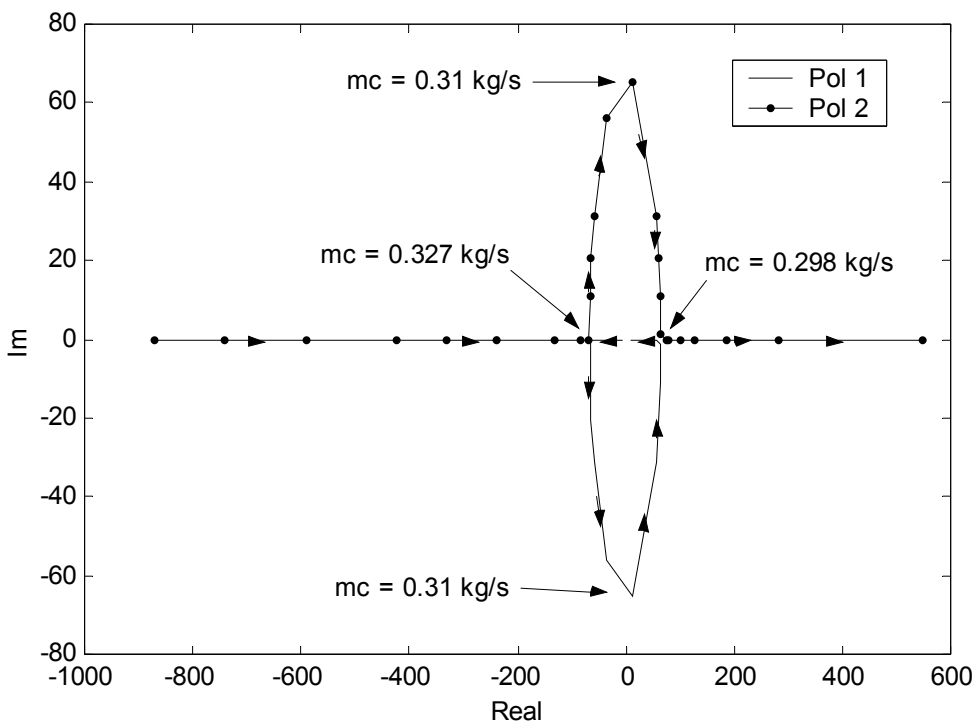
En stabilitetsanalyse er gjort for å finne ut hvor det er mulig å legge operasjonspunktet uten å ha en urimelig rask regulator. Før stabilitetsanalysen ble utført, ble det i samråd med veileder valgt å regulere turtallet til kompressoren med en proporsjonal regulator med høy forsterkning. Differensialligningen til kompressorens tangentialhastighet er tilnærmet en integrerende prosess og den må derfor stabiliseres. Nytt pådrag til systemet blir da settpunktet til tangentialhastighet istedenfor dreiemomentet til kompressorakselen .

### 3.2.1 Poler

Ligningene 2.3, 2.4 og 2.5 er linearisert i forskjellige stasjonærpunkter, og skrevet på samme form som ligning 2.6 og 2.7. Tilstandene, pådragene og forstyrrelsen til systemet vil være gitt av henholdsvis  $x$ ,  $u$  og  $d$ :

$$x = \begin{bmatrix} P_{01} \\ m_c \\ U_{10} \end{bmatrix} \quad u = \begin{bmatrix} U_{set} \\ k \end{bmatrix} \quad d = P_{01} \quad 3.1$$

Stasjonærverdiene til de forskjellige operasjonspunktene er gitt i bilag 2. C-matrisen er en diagonalmatrise med elementet 1, og D og F er tomme matriser. Det medfører at alle utgangene måles direkte, det vil si at tilstandene er lik utgangene. Polene til systemet er funnet ved å evaluere egenverdiene til A-matrisen. Figur 3.2 viser to av polene i det komplekse plan ved forskjellige stasjonærverdier til massestrømmen. Massestrømmen avtar i pilretningen. I tillegg vil det være en tredje pol som er konstant lik  $-4999$ . Data til figur 3.2 er gitt i bilag 3.



Figur 3.2 Root Locus diagram

I driftspunkter hvor polene ligger i høyre halvplan vil prosessen være ustabil. Komplekse poler vil føre til svingninger i utgangene. Figur 3.2 viser at kompressoren vil være ustabil for massestrømmer mindre 0.31 kg/s og dette driftspunktet vil derfor ligge på 'surge'-linjen. Utgangene vil begynne å sving for massestrømmer mindre enn 0.327 kg/s.



### 3.2.2 Skalering

#### Forstyrrelse

Den eneste forstyrrelsen til kompressoren i dette prosjektet er inngangstrykket, og det er simulert som en sinusforstyrrelse. Ved høye frekvenser er det lite sannsynlig at amplituden til sinusforstyrrelsen skal være like stor som ved lave frekvenser. Største forventede utslag er derfor en funksjon av frekvensen og den ble i samråd med veileder satt til å være:

$$d_{\max} = \frac{10000 \text{ Pa}}{(1/3)\omega_j + 1} \quad 3.2$$

Absoluttverdien av forstyrrelsen er gitt av ligning 3.3.

$$|d_{\max}| = \frac{10000 \text{ Pa}}{\sqrt{((1/3)\omega_d)^2 + 1}} \quad 3.3$$

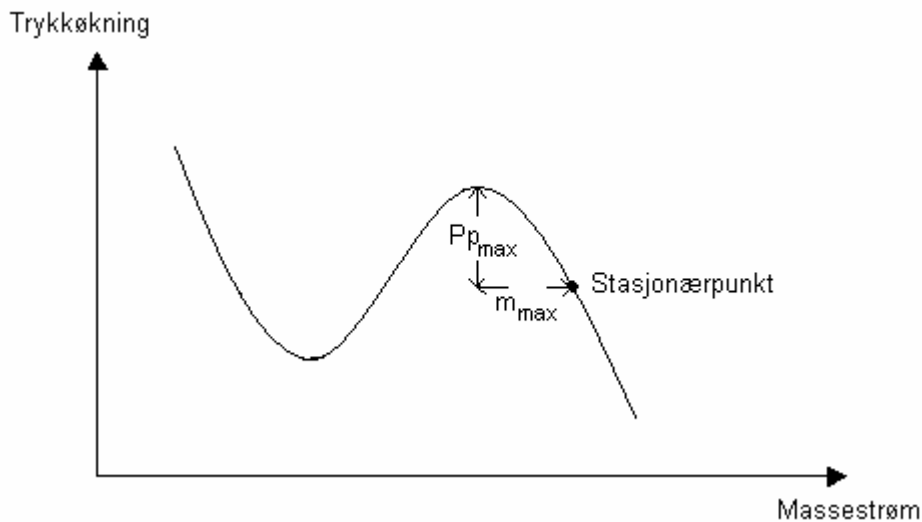
#### Pådrag

Det er antatt at ventilen etter plenum er 50% åpen i punktet hvor stasjonærverdien til massestrømmen er 0.38 kg/s. Bilag 2 viser at ventilkonstanten,  $k$ , da er  $1.2723 \cdot 10^3 \text{ (kg}\cdot\text{m)}^{1/2}$ . Største endring uten at ventilen går i metning vil da være  $1.2723 \cdot 10^3 \text{ (kg}\cdot\text{m)}^{1/2}$ .

Største tillatte settpunktsverdi til tangentialhastighet til kompressorens,  $U_{1\_set}$ , er satt til å være 200 m/s. Initialverdien er ca. 120 m/s, og det medfører en maksimal ending på 80 m/s.

#### Utganger

Under drift av kompressoren vil en holde driftspunktet vekke fra de ustabile områdene. Største tillatte endring i trykket,  $P_{p_{\max}}$ , er derfor valgt som differansen mellom trykket på toppen av kompressorkarakteristikken og trykket i driftspunktet. På tilsvarende måte er største tillatte endring av massestrømmen,  $m_{\max}$ , valgt som differansen mellom massestrømmen på toppen av kompressorkarakteristikken og i driftspunktet.  $P_{p_{\max}}$  og  $m_{\max}$  er da valgt slik at de akkurat ikke gjør systemet ustabil. Grunnlaget for skaleringen vist i figur 3.3.



Figur 3.3. Skalering av utganger

Kompressorens tangentialhastighet er skalert likt som settpunktet til tangentialhastigheten.

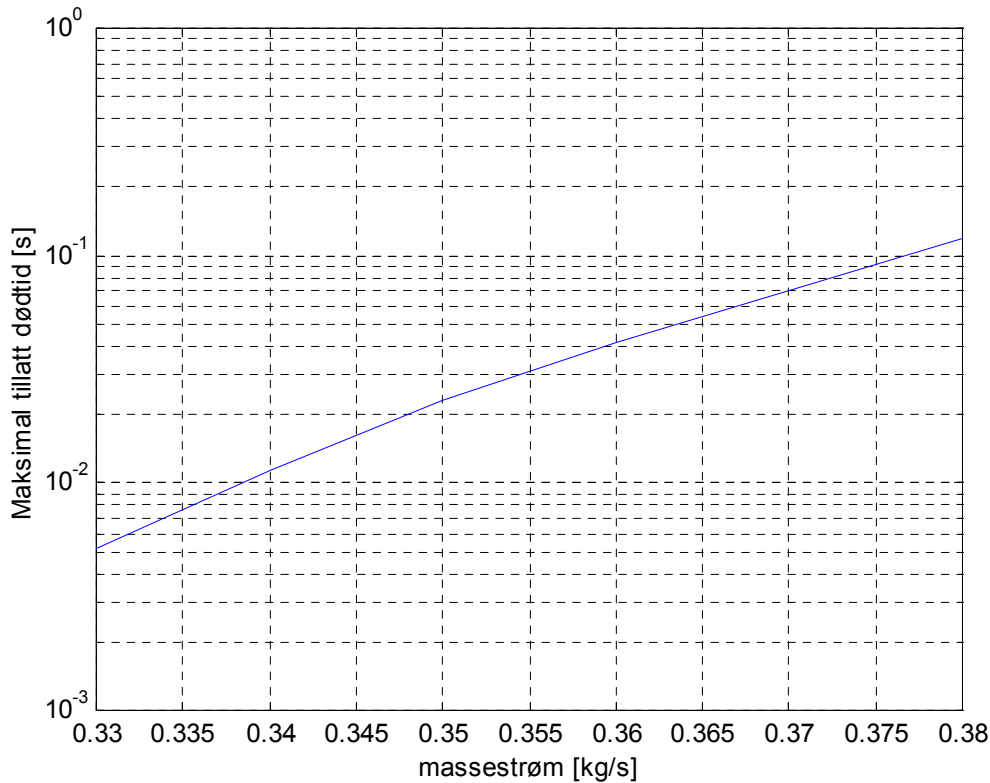
Det viste seg å være vanskelig å finne en gode verdier for  $P_{p_{max}}$  da verdien er avhengig av frekvensen. Frekvensavhengigheten fører til at skaleringen av trykket blir for konservativ. Dette er diskutert i kapittel 4.2.

Massestrømmen er lettere å skalere. Responsen er dessuten mye raskere enn responsen til trykket. Dette er vist i figur 3.8. Reguleringen av massestrømmen vil derfor være mer krevende enn reguleringen av trykket. I frekvensanalysen er det derfor kun massestrømmen som er evaluert.

### 3.2.3 Frekvensanalyse

Den lineariserte modellen kan omformes slik at den får samme form som ligning 2.8. Matrisene  $G$  og  $G_d$  kan beregnes med Matlab rutinen *pck*.

Ved å evaluere  $|G_d|$  i forskjellige driftspunkter kan  $\omega_d$ , gitt i figur 2.4, finnes som en funksjon av stasjonærpunktene. Ved hjelp av ligning 2.9 kan  $\omega_d$  brukes til å beregne maksimalt tillatt dødtid,  $\theta_d$ . I figur 3.4 er  $\theta_d$  gitt som en funksjon av stasjonærverdiene til massestrømmen.



Figur 3.4 Maksimalt tillatt dødtid

Som forventet vil følsomheten for dødtid øke raskt når operasjonspunktet flyttes nærmere 'surge'-linjen. Ved massestrømmer som er 0.40 kg/s eller høyere, vil  $|G_d|$  være mindre enn 1 for alle frekvenser. Det er derfor ikke nødvendig med regulering i det området for å hindre kompressoren i å bli ustabil. Operasjonspunkter med massestrøm høyere enn 0.40 kg/s vil ligge til høyre for driftslinjen gitt i figur 2.2. I dette prosjektet er det sett på muligheten for å flytte operasjonspunktet til venstre for driftslinjen. Hvis driftspunktet legges slik at stasjonærverdien til massestrømmen er 0.38 kg/s vil systemet i følge figur 3.4 tåle en dødtid på 0.12 sek. Det er realistisk at en regulatoren vil klare å måle setpunktavviket og gi pådrag innen den tiden. Videre i dette prosjektet er det derfor valgt å gjøre nærmere analyser av dette driftspunktet.

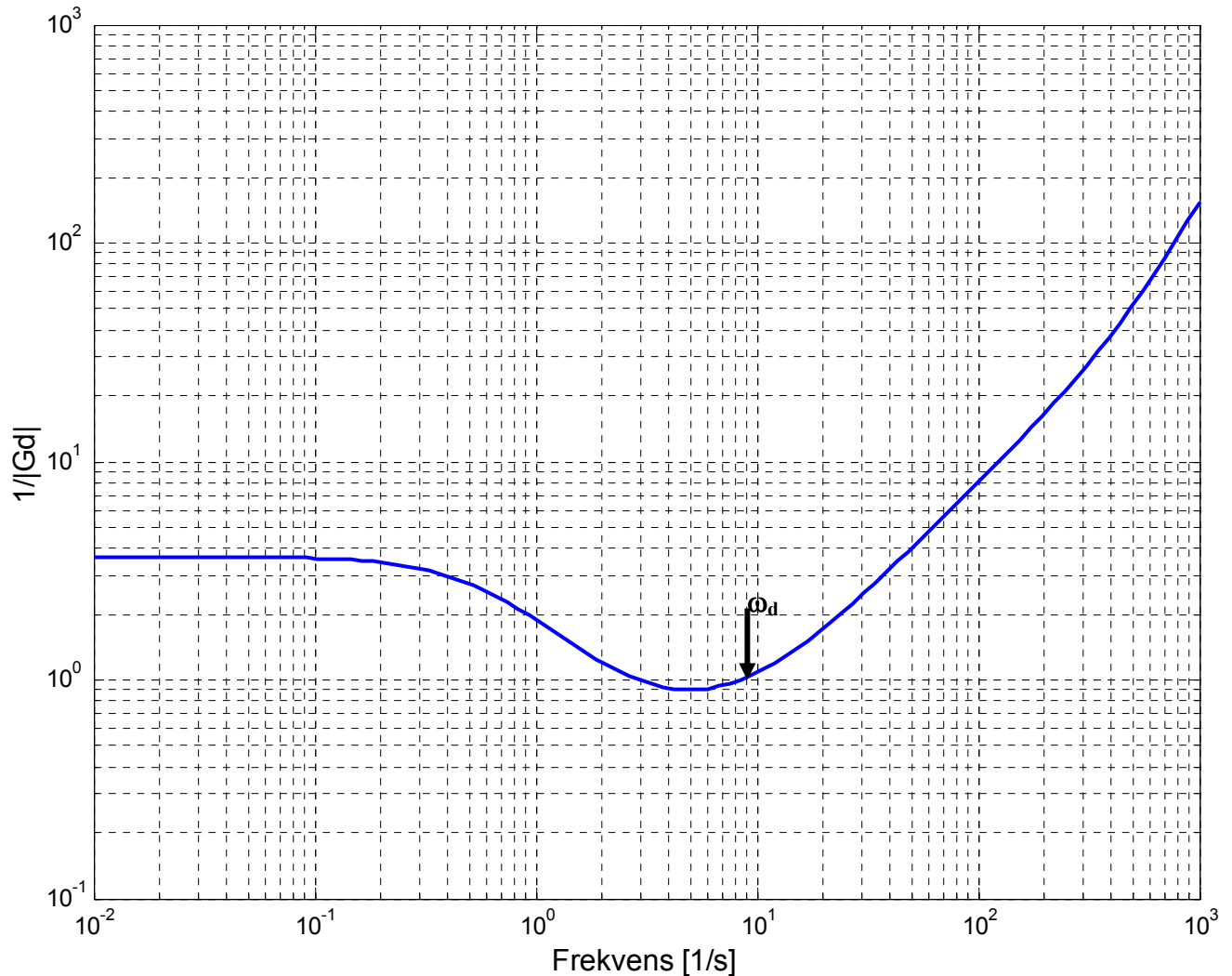
$$x = \begin{bmatrix} P_{01} \\ m_c \\ U_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.8920 \cdot 10^5 \text{ Pa} \\ 0.38 \text{ kg/s} \\ 119.3989 \text{ m/s} \end{bmatrix}$$

$$u = \begin{bmatrix} U_{set} \\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 119.3989 \text{ m/s} \\ 1.27233 \cdot 10^{-3} (\text{kg} \cdot \text{m})^{1/2} \end{bmatrix}$$

$$d = P_{01} = 1.0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

Figur 3.4 kan også brukes til å sette krav til båndbredde til systemet. Som forklart i kapittel 2.4.2 er det påkrevd at  $\omega_b$  er større enn  $\omega_d$ . Båndbredden må derfor være større enn  $1/0.12 \text{ s}^{-1}$ , det vil si  $8.3 \text{ s}^{-1}$ .

Ligning 2.19 krever at sensitivitetsfunksjonen alltid er mindre enn den inverse av  $|G_d|$ . I figur 3.5 er den inverse av  $|G_d|$  gitt som en funksjon av frekvensen.

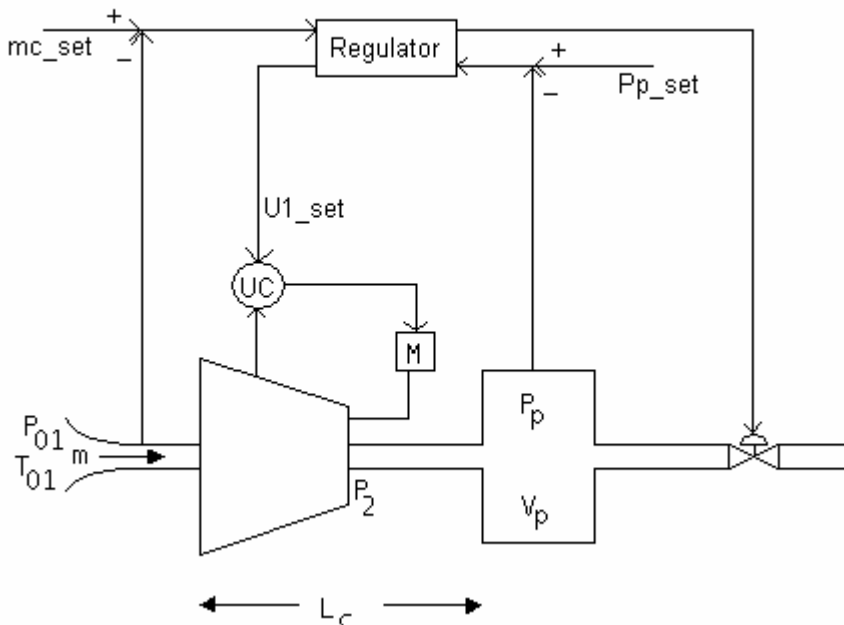


Figur 3.5.  $|G_d|^{-1}$  ved stasjonærverdi av massestrømmen lik  $0.38 \text{ kg/s}$

Figur 3.5 viser at  $|G_d|^{-1}$  går mot 3.7 når frekvensen går mot null. Denne opplysningene vil bli brukt ved design av regulator.

### 3.3 Reguleringsstruktur

Reguleringsstrukturen som er brukt i dette prosjektet er vist i figur 3.6.



Figur 3.6 Reguleringsstruktur

Turtallet til kompressoren blir styrt av en ren proporsjonalregulator. Tangentialhastigheten til kompressoren blir målt og den justeres ved å endre kompressorakselens dreiemoment. Dette er gjort for å stabilisere prosessen. Massestrømmen og trykket styres av en  $H_\infty$ -regulator. Pådragene vil være henholdsvis sett punktet til kompressorens tangentialhastighet og ventilposisjonen til ventilen etter plenum.

### 3.4 Vektfunksjon

For å kunne beregne parametrene til  $H_\infty$ -regulatoren er det nødvendig å sette krav til formen på sensitivitetsfunksjonen. Kravene kan samles i en vektfunksjon som forklart i kapittel 2.5.

#### Vektfunksjon til massestrømmen

I følge kapittel 3.2.3 kreves det at båndbredden må være større enn  $8.3 \text{ s}^{-1}$  i operasjonspunkt hvor stasjonærverdien til massestrømmen er  $0.38 \text{ kg/s}$ . Dette resultatet bygger på linearisering av differensialligningene til kompressorsystemet og vil dermed ikke gi helt riktig bilde av dynamikken. Det er også usikkert hvor nøyaktig massestrømmen er skalert. For å få et resultat som er uavhengig av skaleringene er kompressoren simulert i Simulink. Bilag 4 viser at  $|G_d|$  da vil krysse 1 ved frekvensen

$15 \text{ s}^{-1}$ . Resultatene fra Simulink og lineæranalysen avviker noe, og det er dermed ikke opplagt hvilken verdi som bør velges. For å få systemet mest mulig robust er oppførselen til regulatoren testet ved flere forskjellige båndbredder. Bilag 5 viser at følsomheten for dødtid vil være minst ved å velge båndbredden lik  $10 \text{ s}^{-1}$ , og denne verdien er derfor brukt videre i dette prosjektet.

I ligning 2.24 er det krav til at  $A$  skal være mindre enn  $|G_d|^{-1}$  ved lave frekvenser. Figur 3.5 viser at verdien av  $|G_d|^{-1}$  går mot 3.7 når  $\omega$  går mot 0. Men det er ikke ønskelig med for stort stasjonæravvik fra settpunkt.  $A$  er derfor satt lik  $5 \cdot 10^{-2}$ . Største tillatte verdi til sensitivitetsfunksjonen velges typisk mindre enn 2. I dette prosjektet velges den til å være 1.5.

Vektfunksjonen til massestrømmen blir da:

$$\omega_{pm}(s) = \frac{s/1.5 + 10}{s + 10 \cdot 5 \cdot 10^{-2}} \quad 3.4$$

### Vektfunksjon til trykket

Hensikten med reguleringsstrukturen i dette prosjektet er ikke perfekt regulering, men å unngå 'surge'. For tett regulering av trykket kan medføre 'surge'. Dette er forklart i kapittel 4.1. Det er derfor ønskelig at reguleringen av trykket ikke er for rask. På bakgrunn av dette velges en lav båndbredde til trykket.

Siden det er valgt å ikke ha tett regulering av trykket er det heller ikke nødvendig å fjerne stasjonæravviket, og  $A$  kan dermed være stor.

Følgende parametre er valgt til vektfunksjonen til trykket.

$$\begin{aligned} \omega_b^* &= 1 \\ A &= 1 \\ M_s &= 1.5 \end{aligned}$$

Vektfunksjonen til trykket blir da:

$$\omega_{pp}(s) = \frac{s/1.5 + 1}{s + 1} \quad 3.5$$

Det kunne sannsynligvis ha blitt innført litt integralvirkning. Det vil si at  $A$  kunne vært mindre, uten at prosessen hadde blitt ustabil, da responsen til trykket er langsom.

### **3.5 $H_\infty$ -regulator**

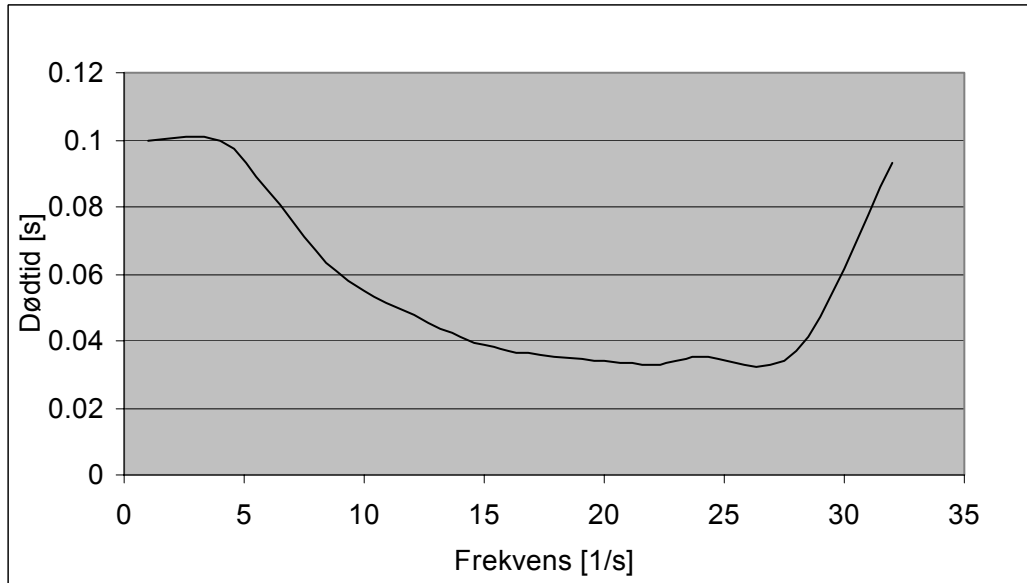
Parametrene til  $H_\infty$ -regulatoren er beregnet ved hjelp av Matlabrutinen *hinfsyn*, og regulatoren er implementert i Simulink. I bilag 8 er det gitt en nærmere forklaring av hvordan matlabfilene fungerer.

$H_\infty$ -regulatoren er testet for både sinusforstyrrelser og sprangresponser. Dette er gjort for å se hvor mye dødtid som kan tolereres i målingene før prosessen blir ustabil, og for å undersøke hvordan systemet innstiller seg på stasjonærverdi. Det er kun lagt inn dødtid i målingen av massestrømmen. Responsen til trykket er mye senere enn

responsen til massestrømmen og det er derfor antatt at dødtid i måling av trykket ikke vil representere noe problem.

### 3.5.1 Sinusforstyrrelse

Inngangstrykket til kompressoren er modellert som en sinusforstyrrelse hvor største tillatte amplitude er gitt av ligning 3.3. Regulatoren er testet for frekvenser til sinusforstyrrelsen fra  $1 \text{ s}^{-1}$  til  $32 \text{ s}^{-1}$ . I figur 3.7 er største tillatte dødtid i målingen av massestrømmen gitt som en funksjon av frekvensen.



Figur 3.7 Maksimalt tillatt dødtid

Figur 3.7 viser at hvis dødtiden i målingene er mindre enn 0.033 s vil regulatoren klare å stabilisere systemet for alle frekvenser. Maksimalt tillatt dødtid vil derfor være 0.033 s, noe som er vesentlig mindre enn resultatet beregnet fra lineæranalysen. Oppførselen til regulatoren er diskutert i kapittel 4.3.

### 3.5.2 Modifisert sprangfunksjon

Ved å gjøre sinusforstyrrelser på kompressorsystemet er det mulig å undersøke hvor mye dødtid som kan tolereres i målingene. Det er imidlertid vanskelig å se hvordan systemet innstiller seg på stasjonærverdi. Det er derfor ønskelig å gjøre en sprangrespons på inngangstrykket og se hvilken effekt det har på utgangene. Problemet med sprangrespons er at endringen fra start- til slutttilstand skjer uendelig raskt. Det tilsvarer uendelig stor frekvens. Ved å la frekvensen gå mot uendelig vil største tillatte forstyrrelse, i følge ligning 3.3, gå mot null. Regulatoren er med andre ord ikke designet for sprangrespons. Største forventede forstyrrelse blir derfor modellert på følgende måte:

$$\Delta P_{01} = -\frac{1}{(1/\omega^*)_s + 1} \cdot |d_{\max}| \quad 3.6$$

Her er  $\omega^*$  den frekvensen som gir  $|d_{\max}|$  i ligning 3.3. Forstyrrelsen får dermed form som en førsteordens respons med tidskonstant  $1/\omega^*$ . Dette er valgt for å få den modifiserte sprangfunksjonen til å ha tilnærmet lik utgang som en sinusforstyrrelse med frekvens  $\omega^*$ . Regulatoren er testet med  $\omega^*$  lik  $10 \text{ s}^{-1}$  for å få sprangresponsen til å ligne på sinusforstyrrelsen i båndbreddeområdet. Største tillatte endring i innløpstrykket vil da være gitt av ligning 3.3.

$$|d_{\max}| = \frac{10000 \text{ Pa}}{\sqrt{((1/3) \cdot 10)^2 + 1}} = 2873 \text{ Pa} \quad 3.3$$

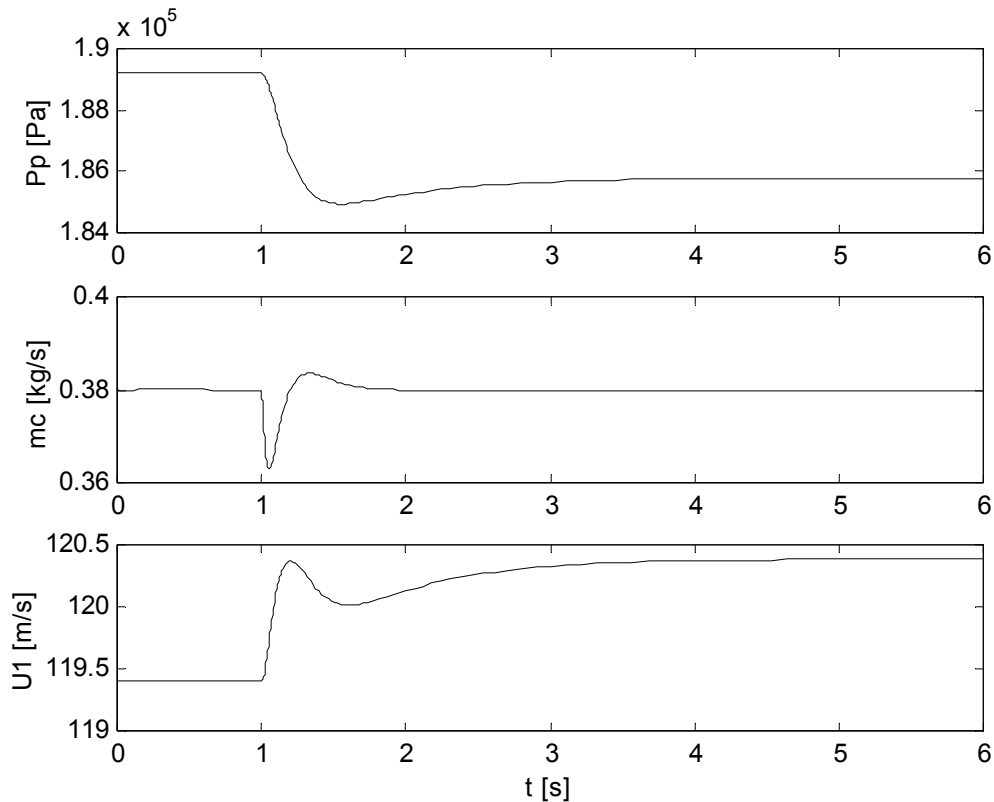
Den modifiserte sprangfunksjonen blir da:

$$\Delta P_{01} = -\frac{1}{(1/10)\text{s} + 1} \cdot 2873 \text{ Pa} \quad 3.7$$

Det er valgt å gjøre et negativt sprang fordi det vil øke løftehøyden til trykket gjennom kompressoren og dermed flytte driftspunktet nærmere 'surge'-linjen. Kompressorsystemet vil være stabilt hvis dødtiden i målingen av massestrømmen er mindre enn  $0.10 \text{ s}$ . Dette er en større verdi enn hva som kan avleses ved frekvensen  $10 \text{ s}^{-1}$  i figur 3.7, men disse verdiene kan egentlig ikke sammenlignes da forstyrrelsene ikke er like.

Den modifiserte sprangfunksjonen er først testet uten å innføre dødtid i målingene. Figur 3.8 viser responsen til utgangene til kompressorsystemet.





Figur 3.8 Respons uten dødtid i målingene

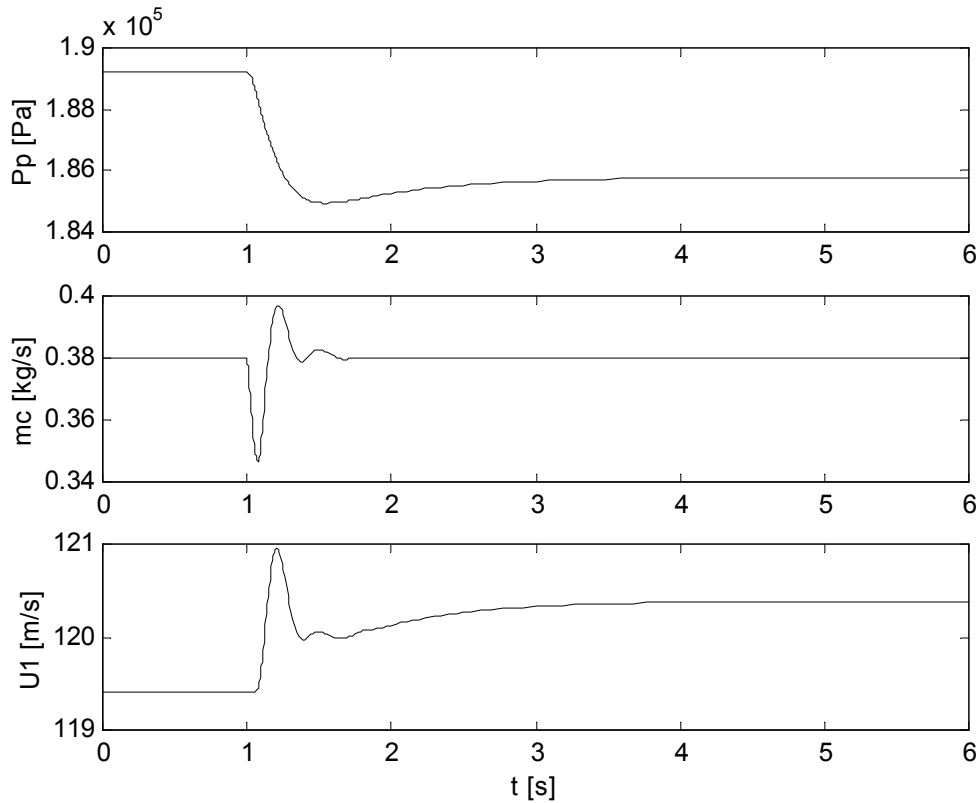
Figur 3.8 viser at reguleringen av massestrømmen er svært bra, og utgangen stiller seg raskt inn på settpunktet uten å oscillere. Massestrømmen reguleres ved å endre settpunktet til tangentialhastigheten til kompressoren. Ved en negativ endring av innløpstrykket vil løftehøyden gjennom kompressoren øke og tangentialhastigheten må dermed økes for å opprettholde massestrømmen.

Reguleringen av trykket i plenum er langsommere, og siden  $A$  i vektfunksjonen i ligning 3.5 er stor må det tolereres et avvik fra settpunktet. Det var også formålet da parametrene til trykkreguleringen ble valgt.

### 3.5.3 Effekt av dødtid i målingene

I et reelt system vil det alltid være en viss dødtid i målingene. Det er derfor ønskelig å undersøke hvilken effekt dødtid i målingen av massestrømmen vil ha på utgangene til kompressorsystemet.

Forstyrrelsen vil fortsatt være gitt av ligning 3.7, men det er innført en dødtid på 0.06 s i målingen av massestrømmen. Responsen til utgangene er vist i figur 3.9.



Figur 3.9. Respons med dødtid i målingene

Innføring av dødtid vil føre til at responsen av massestrømmen blir underdempet, og den vil dermed svinge seg inn mot stasjonærverdi. Responsen til trykket er så langsom at den ikke vil la seg påvirke i noen særlig grad av oscillasjonene i massestrømmen.

### 3.5.4 Endring av driftspunkt

Ved å flytte driftspunktet nærmere 'surge'-linjen vil kompressoren operere på et mer optimalt punkt. Bivirkningene er at systemet blir mer følsomt for forstyrrelser og dødtid.

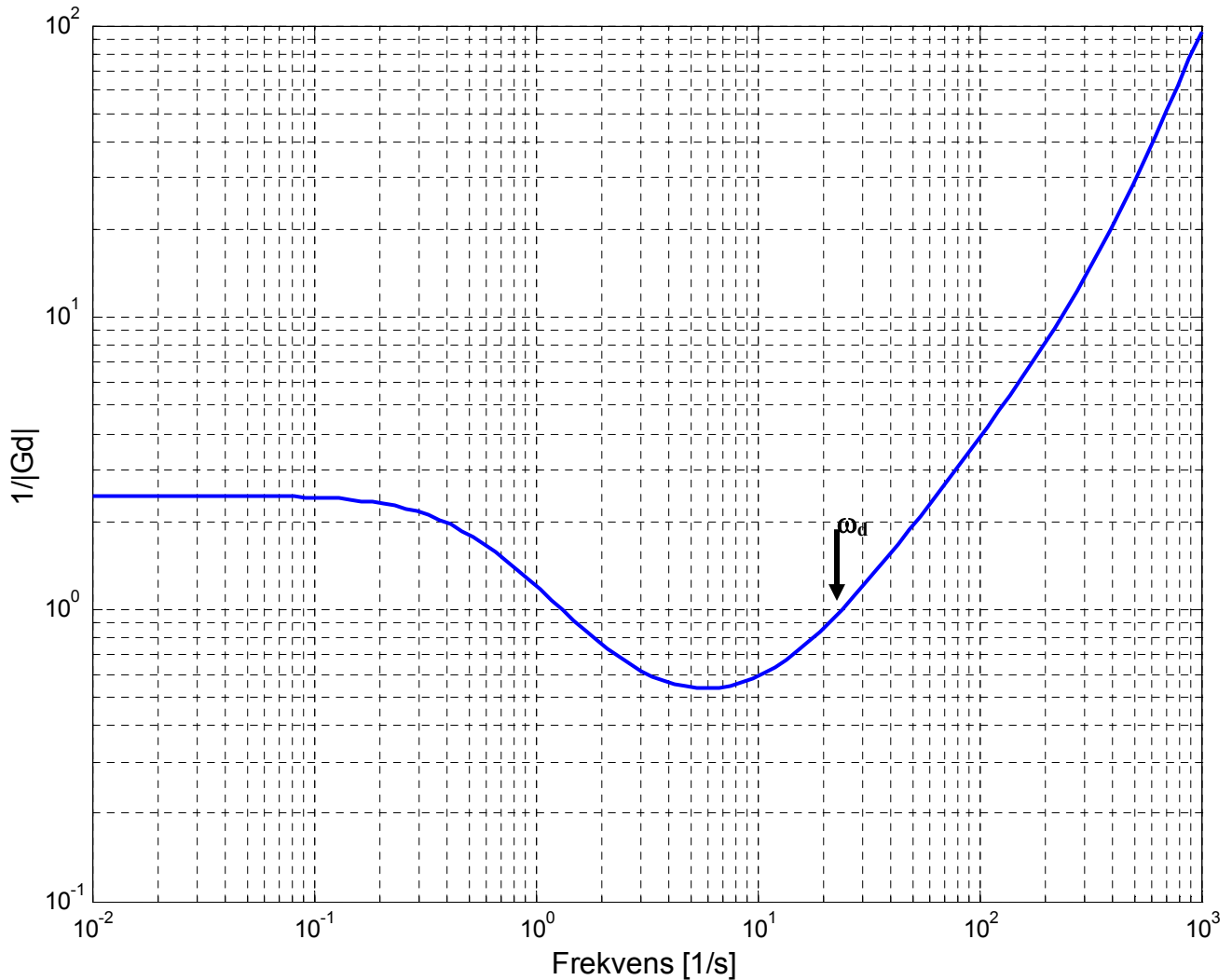
I dette kapittelet er det sett på effekten av å flytte operasjonspunktet til følgende stasjonærpunkt:

$$x = \begin{bmatrix} P_{01} \\ m_c \\ U_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.9049 \cdot 10^5 \text{ Pa} \\ 0.36 \text{ kg/s} \\ 119.3989 \text{ m/s} \end{bmatrix}$$

$$u = \begin{bmatrix} U_{set} \\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 119.3989 \text{ m/s} \\ 1.1968 \cdot 10^{-3} (\text{kg} \cdot \text{m})^{1/2} \end{bmatrix}$$

$$d = P_{01} = 1.0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

Stasjonærverdiene er hentet fra bilag 2. Også i dette operasjonspunktet vil det være avvik mellom den lineære modellen og modellen simulert i Simulink. Frekvensen hvor  $|G_d|$  krysser 1 vil være henholdsvis  $24 \text{ s}^{-1}$  og  $35 \text{ s}^{-1}$ . Dette er vist i bilag 4. I dette tilfellet vil  $H_\infty$ -regulatoren, i følge bilag 5, tåle mest dødtid ved å velge båndbredden  $35 \text{ s}^{-1}$ .



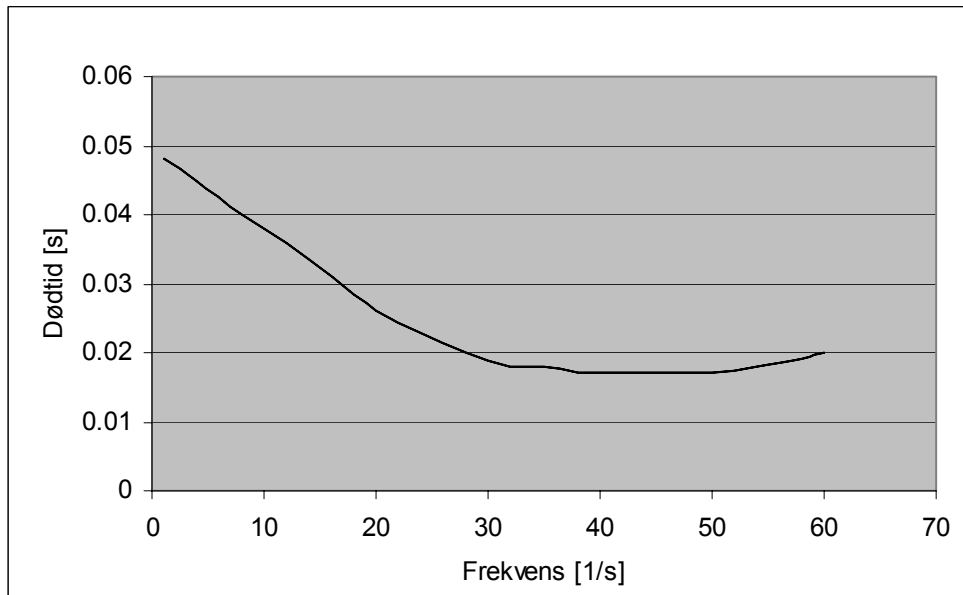
Figur 3.10  $|G_d|^{-1}$  for massestrøm lik  $0.36 \text{ kg/s}$

Figur 3.10 viser at  $|G_d|^{-1}$  går mot 2.5 når frekvensen går mot null. Men som i kapittel 3.4 er det ikke ønskelig med for stort settpunktsavvik, og  $A$  settes derfor til  $5 \cdot 10^{-2}$ . Vektfunksjonen til massestrømmen blir da:

$$\omega_{pm}(s) = \frac{s/1.5 + 35}{s + 35 \cdot 5 \cdot 10^{-2}} \quad 3.8$$

Reguleringen av trykket skal heller ikke i dette tilfellet være for tett, og derfor brukes samme vektfunksjon som i ligning 3.5.

I figur 3.11 er største tillatt dødtid i målingen av massestrømmen gitt som en funksjon av frekvensen for kompressorsystemet regulert med en  $H_\infty$ -regulator.



Figur 3.11 Maksimalt tillatt dødtid

Her må dødtiden i målingen av massestrømmen være mindre enn 0.017 s for å klare å undertrykke forstyrrelser ved alle frekvenser.

$H_\infty$ -regulator er også testet for modifiserte sprangfunksjoner. Responsene er noe raskere enn responsene fra det første stasjonærpunktet, og de tåler mindre dødtid. Ellers er responsene omtrent identiske. Resultatene er vist i bilag 6.

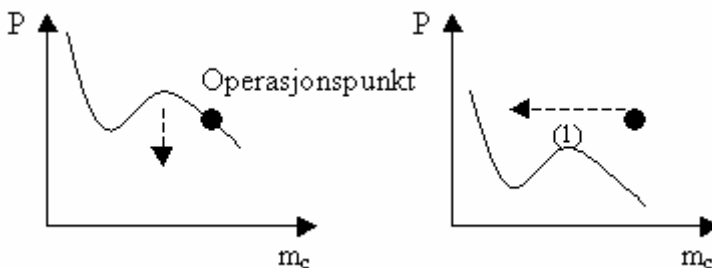
## 4 Diskusjon

### 4.1 Effekt av regulering av trykket

En negativ endring av innløpstrykket vil føre til økt løftehøyde gjennom kompressorsystemet og operasjonspunktet vil flytte seg nærmere 'surge'-linjen. Men ligning 2.4 viser at en negativ endring av innløpstrykket medfører at den deriverte av trykket i plenum med hensyn på tiden vil bli negativ. Det fører til at løftehøyden gjennom kompressoren vil avta og operasjonspunktet flytter seg vekk fra 'surge'-linjen. Hvis reguleringen av utløpstrykket er perfekt vil en miste denne effekten. Utløpstrykket fra kompressoren reguleres ved å endre ventilposisjonen til ventilen etter plenum. For å hindre trykket i plenum å synke må denne ventilen strupes. Resultatet vil være både økt løftehøyde gjennom kompressoren og en reduksjon i massestrømmen. Begge disse effektene vil føre operasjonspunktet nærmere 'surge'-linjen. Skal utløpstrykket fra kompressoren reguleres er det derfor en fordel at reguleringen ikke er for rask.

### 4.2 Skalering

Kompressorkarakteristikken, gitt av ligning 2.1, er en funksjon av innløpstrykket. En reduksjon i innløpstrykket vil føre til at linjene i kompressorkarakteristikken flyttes nedover. Endres innløpstrykket til kompressoren uendelig raskt, det vil si som en sprangfunksjon, vil også kompressorkarakteristikken flyttes uendelig raskt. Er denne endringen stor nok vil operasjonspunktet bli liggende over toppunktet til kompressorkarakteristikken, og kompressorsystemet vil da gå inn i 'surge'. Dette er vist i figur 4.1.



Figur 4.1. Effekt av endret innløpstrykk på kompressorkarakteristikken

Det er imidlertid ikke sannsynlig å endre innløpstrykket uendelig raskt fordi det vil alltid være en viss dynamikk i forstyrrelsen. Senkes trykket gradvis vil også kompressorkarakteristikken gradvis bli senket. Hvis forstyrrelsen i innløpstrykket ikke er for rask, vil operasjonspunktet klare å flytte seg etter kompressorkarakteristikken og det kan avverge 'surge'.

I dette prosjektet er største tillatte endring i trykket gitt som trykkdifferansen mellom toppunktet på kompressorkarakteristikken og operasjonspunktet. Men siden kompressorkarakteristikken flyttes vertikalt når innløpstrykket endres er det vanskelig å finne gode skaleringsverdier. Det kan tillates større endringer i utløpstrykket ved

lave frekvenser enn ved høye frekvenser. Ved lave frekvenser blir dermed skaleringen noe konservativ. Det er allikevel antatt at skaleringen gir en brukbar beskrivelse av utgangen til kompressoren.

Den horisontale avstanden fra operasjonspunktet og til toppen av kompressorkarakteristikken er derimot tilnærmet uavhengig innløpstrykket. Det fører til at skaleringen av massestrømmen vil være bedre enn skaleringen av trykket.

### 4.3 $H_\infty$ -regulator

I dette prosjektet er ønsket båndbredden,  $\omega_b^*$ , valgt til å være i området hvor frekvensen  $|G_d|$  krysser 1, det vil si ved frekvensen  $\omega_d$ . Som forklart i kapittel 2.4.2 har ikke tilbakekoblingen noen positiv effekt for frekvenser over båndbredden, men da vil effekten av forstyrrelsen også være liten. Ved frekvenser mindre enn  $\omega_b$ , vil tilbakekoblingen kunne undertrykke forstyrrelsene. Det mest kritiske området burde derfor vært rundt båndbredden hvor både sensitivitetsfunksjonen og  $|G_d|$  har verdier i nærheten av 1, eller like over båndbredden hvor sensitivitetsfunksjonen har sin høyeste verdi. I figur 3.7 og 3.11 er båndbredden henholdsvis  $10 \text{ s}^{-1}$  og  $35 \text{ s}^{-1}$ . Likevel vil følsomheten for dødtid i målingene være større for frekvenser over båndbredden enn for frekvensene rundt båndbredeområdet. Det kan antyde at regulatoren ikke fungerer helt optimalt. Problemet kan ligge i lineariseringen og skaleringen av differensialligningene til kompressorsystemet. Utformingen av  $H_\infty$ -regulatorene bygger på den lineære G-matrisen, gitt i ligning 2.8, med tilhørende skaleringer. Under design av regulatoren blir det tatt utgangspunkt i at utgangene ikke skal overstige 1. Det er imidlertid vanskelig å finne skaleringsverdier som er gyldige for alle frekvenser, særlig for trykket. Unøyaktige skaleringer vil medføre at oppførselen til  $H_\infty$ -regulatorene ikke vil bli helt optimal.

For å få  $H_\infty$ -regulatorene til å fungere best mulig, burde det mest fornuftige vært å velge båndbredde på bakgrunn av simuleringer gjort i Simulink. Da ville valget av båndbredde ikke vært avhengig av skaleringene. Prøving og feiling viser imidlertid at kompressorsystemet blir mest robust ved å velge båndbredde fra lineæranalysen i stasjonærpunktet hvor massestrømmen er  $0.38 \text{ kg/s}$ . I stasjonærpunktet hvor massestrømmen er  $0.36 \text{ kg/s}$  vil båndbredden hentet fra Simulinkmodellen gi best resultat. Med andre ord vil unøyaktige skaleringer og den påfølgende usikkerheten i  $H_\infty$ -regulatorene gjøre valg av optimal båndbredde vanskelig.

Under design av  $H_\infty$ -regulator er det ikke tatt hensyn til dødtid i målingene. Det fører til at forsterkningen blir større enn hva den egentlig burde ha vært. Figur 3.9 viser at innføring av dødtid i målingen av massestrømmen vil føre til en noe aggressiv respons. Ved å øke dødtiden i målingene vil responsen bli stadig mer aggressiv og til slutt vil systemet bli ustabil. Amplituden til utgangene vil da øke og når de er store nok går kompressoren inn i 'surge'. Et eksempel på dette er vist i bilag 7.

Kompressoren går i 'surge' fordi regulatoren er for aggressivt tunet, og ikke fordi forstyrrelsen er for stor. Dette er særlig et problem ved høye frekvenser, og det kan være en av grunnene til at kompressorsystemet er følsomt for forstyrrelser ved frekvenser høyere enn båndbredden. Det er prøvd å kompensere for dette ved å velge

lavere båndbredde. Bilag 5 viser kompressorsystemets oppførsel når ønsket båndbredde er valgt til å være  $5 \text{ s}^{-1}$ . Maksimalt tillatt dødtid blir da  $0.022\text{s}^{-1}$ . Det vil si at systemet er mindre robust enn det oppnådd i kapittel 3.5.1. Ønsket om en mindre aggressiv tuning vil her komme i konflikt med at reguleringen må være rask for å unngå 'surge'.

#### 4.4 Kaskade

Massestrømmen til kompressoren er regulert ved hjelp av en kaskade.  $H_\infty$ -regulatoren gir settpunktet til kompressorens tangentialhastighet, og avviket korrigeres ved å endre kompressorakselens dreiemoment.

Differensialligningen til kompressorens tangentialhastighet er tilnærmet en integrerende prosess. Integrerende prosesser har ikke noe unikt stasjonærpunkt og ved en forstyrrelse vil utgangen endres tilnærmet lineært med hensyn på tiden. Utgangen vil ikke gå mot en ny stasjonærverdi, men bare fortsette å endres til eventuelle begrensninger nås. Dette er grunnen til at det er valgt å regulere kompressorens tangentialhastighet før det er utført stabilitetsanalyse på systemet. Den enkleste måten å stabilisere en integrerende prosess er ved bruk av en ren proporsjonal regulator med høy forsterkning. Responsten vil da bli rask og siden prosessen i seg selv er integrerende vil stasjonæravvik fjernes. Forsterkningen kan imidlertid ikke være uendelig stor fordi det kan føre til at pådraget går i mening. Det vil for eksempel ikke være ønskelig at kompressorakselens dreiemoment blir negativ. For å oppnå det må det i tilfellet installeres et bremsesystem på akselen. Ved å velge forsterkning lik 500 vil ikke dette være noe problem før massestrømmen blir negativ. Under normal drift av kompressoren vil med andre ord ikke pådraget gå i metning.

#### 4.5 Støy i målinger

I et reelt system vil det alltid være støy i målingene, og følsomheten vil være større jo raskere regulatoren er.

En kompressor som opererer nær 'surge'-linjen krever rask regulering, det vil si en regulator med høy forsterkning, for å oppnå stabil drift. Når forsterkningen økes vil sensitivitetsfunksjonen avta, samtidig som den komplimentære sensitivitetsfunksjonen,  $T$ , vil øke. Ligning 2.12 viser at ved å velge stor forsterkning vil det være mulig å undertrykke forstyrrelser, men det vil også føre til økt følsomhet for støy. Når 'surge'-linjen kan innføres vil støy føre til ustabil drift.

#### 4.6 Vurdering av driftspunkt

Driftspunktet for kompressoren er valgt ut fra stabilitets- og frekvensanalysen gjort i kapittel 3.2. Ved å velge driftspunktet hvor massestrømmen har stasjonærverdien  $0.38 \text{ kg/s}$  vil det ifølge lineæranalysen være mulig å lage en regulator som tåler dødtid i målingen av massestrømmen på opp til  $0.12 \text{ s}$  før kompressorsystemet blir ustabil. Frekvensanalysen gjort i Simulink gir et litt mindre optimistisk resultat. Maksimalt tillatt dødtid vil i følge bilag 4 være  $0.067\text{s}$ . Begge disse resultatene er nok noe optimistiske. Dynamikk i pådrag og utganger vil gjøre at regulatoren må reagere

raskere for å stabilisere systemet. Det bør likevel være mulig å designe en regulator som stabiliserer kompressorsystemet for alle frekvenser, selv om dødtiden er svært nærme 0.067 s. Denne verdien kan dermed brukes som en målsetning for hvor robust kompressorsystemet kan bli.

I dette prosjektet er det laget en regulator som må reagere inne 0.033 s for å undertrykke den verst tenkelige sinusforstyrrelsen i innløpstrykket. Det er omtrent halvparten av målsetningsverdien. Dødtiden i målingen bør imidlertid være mindre. Ved å operere med maksimalt tillatt dødtid vil systemet være på grensen til ustabil og responsen vil dermed være dårlig. Dette kan illustreres ved hjelp av figur 3.8 og figur 3.9. Figur 3.8 viser responsen når det ikke er dødtid i målingene. Regulatoren vil da fungere svært bra. I figur 3.9 er det innført en dødtid som er litt over halvparten av det maksimalt tillatte. Utgangen til massestrømmen vil da oscillere, men den vil allikevel raskt innstille seg på ny stasjonærverdi og dermed gi en akseptabel respons. Dødtiden i målingene bør imidlertid ikke være noe særlig større enn halvparten av det maksimalt tillatte før oscillasjonene blir for store. For å sikre en god respons som følge av en sinusforstyrrelse bør derfor ikke målingen av massestrømmen ta mer en 0.017 s.

Figur 3.7 viser at kompressorsystemet vil være svært følsomt for dødtid for frekvenser opp til  $28 \text{ s}^{-1}$ . Kompressoren vil derfor operere nærme stabilitetsgrensen ved høye frekvenser. I en reell situasjon vil derfor støy i målingene ha stor effekt på oppførselen til systemet.

Kombinasjonen av at regulatoren må være rask og følsomhet for støy i målingene vil gjøre det vanskelig å stabilisere prosessen. Velges det derimot et driftspunkt hvor stasjonærverdien til massestrømmen er 0.40 kg/s vil kompressorsystemet være stabilt for alle frekvenser uten regulering. Det må derfor vurderes om energigevinsten ved å flytte operasjonspunktet like til venstre for driftslinjen kan forsvare de problemene driften måtte medføre.

#### 4.7 Endring av driftspunkt

Operasjon av kompressoren på venstre side av driftslinjen vil kreve et raskt reguleringsystem. Det vil også være tilfellet selv om operasjonspunktet er svært nærme driftslinjen. For å rettferdiggjøre et raskt reguleringsystem kan det derfor være interessant å velge et mer optimalt driftspunkt enn det som er diskutert i kapittel 4.6. Det er derfor valgt å se på konsekvensene av å flytte operasjonspunktet slik at stasjonærverdien til massestrømmen blir 0.36 kg/s. Figur 3.11 viser at største tillatte dødtid i måling av massestrømmen da må være mindre enn 0.017s for å klare å stabilisere prosessen for alle frekvenser. For å få en god respons bør også her regulatoren reagere på omtrent halvparten av maksimalt tillatt dødtid. Det vil si at regulatoren må klare å gi et pådrag inne 0.009 s.

Figuren 3.11 viser også at kompressor systemet vil være følsomt for dødtid ved frekvenser helt opp til  $60 \text{ s}^{-1}$ .

Regulatoren må med andre ord være omtrent dobbelt så rask sammenlignet med regulatoren designet for å operere med massestrømmer på 0.38 kg/s. Den vil også være mye mer følsom for støy i målingene. Straffen ved å endre driftspunkt er derfor stor og det er ikke særlig realistisk å operere i dette punktet.



## 4.8 Forslag til videre arbeid

### 4.8.1 Dødtid og støy

I kapittel 4.3 er det argumentert for at  $H_\infty$ -regulatoren ikke vil oppføre seg optimalt når det innføres dødtid i målingene. Det er imidlertid mulig å implementere dødtid i matlabmodellen av kompressorsystemet. Det kunne derfor være interessant å se om den dynamiske oppførselen til systemet forbedres ved å ta høyde for dødtid under utformingen av sensitivitetsfunksjonen og  $H_\infty$ -regulatoren.

Det kunne også vært interessant å implementere støy i målingene for å se hvordan det påvirker kompressorsystemet.

### 4.8.2 Trykkavlastning

Når kompressoren går inn i 'surge' vil massestrømmen reverseres ved tilnærmet konstant trykk. Dette er illustrert i figur 2.1. Det vil derfor være vanskelig å oppdage 'surge' kun ved hjelp av trykkmålinger. 'Surge' kan imidlertid unngås ved trykkregulering. Dette kan gjøres ved å åpne ventilen etter plenum. Løftehøyden til trykket gjennom kompressoren vil da avta og operasjonspunktet vil flytte seg vekk fra 'surge'-linjen. Det kunne derfor vært interessant å på en regulator som måler alle utgangene til systemet og som åpner ventilen etter plenum når operasjonspunktet kommer for nærme det ustabile området. En slik regulator må overstyre trykkreguleringen til  $H_\infty$ -regulatoren når operasjonspunktet er for nærme 'surge'-linjen og ellers være inaktiv.

I en reell prosess er det imidlertid ikke sikkert at det er mulig å regulere trykket nedstrøms kompressoren. Men det vil allikevel være mulig med trykkavlastning. Det kan gjøres ved bruk av en anti 'surge'-regulator. En del av fluidet som kommer ut av kompressoren resirkuleres til innløpet av kompressoren. Trykket oppstrøms kompressoren vil da øke. Det fører til at løftehøyden reduseres samtidig som massestrømmen øker. Begge disse effektene bidrar til å stabilisere prosessen.

### 4.8.3 CCV

Kompressorsystemet i dette prosjektet har 3 utganger, men bare 2 pådrag. Det kunne derfor vært interessant å innføre en ny ventil rett etter utløpet til kompressoren. En slik ventil kalles 'Close Couple Valve' (CCV). Siden ventilen ligger nærme kompressoren vil massestrømmen gjennom den være omtrent lik massestrømmen gjennom kompressoren. En CCV vil derfor ha en direkte effekt på gjennomstrømningen i kompressoren og den vil være godt egnet til regulere massestrømmen. Kompressorakselens dreiemoment kan da brukes til regulere kompressorens tangentialhastighet, mens trykket i plenum kan styres av den opprinnelige ventilen.

## 5 Konklusjon

Optimalt driftspunkt til en kompressor ligger i nærheten av 'surge'-linjen. Det er imidlertid ikke realistisk å operere for nærme 'surge'-linjen da det vil kreve svært rask regulering. I dette prosjektet er det derfor foretatt en stabilitetsanalyse i forskjellige driftspunkter. Hensikten er å finne operasjonspunkter som ikke vil kreve urealistisk rask regulering. Stabilitetsanalysen viser at følsomheten for dødtid vil øke raskt når operasjonspunktet flyttes fra driftslinjen og mot 'surge'-linjen. Driftspunktet er derfor lagt like til venstre for driftslinjen.

Det er valgt å regulere kompressorens tangentialhastighet med en ren proporsjonalregulator. Pådraget vil være kompressorakselens dreiemoment. Massestrømmen og trykket styres av en  $H_\infty$ -regulator. Det er en multivariabel regulator som beregner optimal frekvensrespons til lukket sløyfe. Pådraget til massestrømmen er settpunktet til kompressorens tangentialhastighet, mens trykket styres av ventilen etter plenum. Denne reguleringsstrukturen vil klare å undertrykke forstyrrelser ved alle frekvenser hvis dødtiden i målingen av massestrømmen er mindre enn 0.033 s.

For å stabilisere systemet må forsterkningen være stor. I en reell situasjon vil det føre til at målingene blir følsomme for støy. Kombinasjonen av følsomhet for dødtid og støy i målingene vil gjøre reguleringen vanskelig. Det må derfor vurderes om energigevinsten ved å flytte operasjonspunktet like til venstre for driftslinjen kan forsvare de problemene driften måtte medføre.

Trondheim 23.11.2001

Atle Andreassen

## Symbolliste

Symbol	Enhet	Forklaring
a	m/s	sonisk hastighet
A	-	maksimalt tillatt stasjonæravvik
$A_c$	$m^2$	tverrsnittareal i kompressor og i rør etter kompressor
$c_n$	-	proporsjonalitetskonstant
$C_p$	J/(kg·K)	spesifikk varmekapasitet ved konstant trykk
d	-	kompressorens forstyrrelser
$D_1$	m	gjennomsnittlig diameter i induser
$d_{maks}$	Pa	største forventede endring av innløpstrykk
e	-	avvik fra settpunkt
G	-	effekt av pådrag på utgangene
$G_d$	-	effekt av forstyrrelser på utgangene
J	$kg \cdot m^2$	rotasjonsmoment
k	$(kg \cdot m)^{1/2}$	ventilkonstant
K	-	regulator
$L_c$	m	avstand fra kompressorinnløp til plenum
$m_c$	kg/s	massestrøm gjennom kompressoren
$m_{max}$	kg/s	største tillatte endring av massestrømmen
$M_s$	-	største verdi til sensitivitetsfunksjonen
$M_s^*$	-	største ønskede verdi til sensitivitetsfunksjonen
n	-	støy i målinger
$P_{01}$	Pa	innløpstrykk
$P_{02}$	Pa	trykk ved kompressorens utløp ved massestrøm null
$P_2$	Pa	trykk ved kompressorens utløp
$P_p$	Pa	trykk i plenum
$P_{p_{max}}$	Pa	største tillatte endring i trykket i plenum
r	-	settpunkt
S	-	sensivitetsfunksjon
T	-	komplementær sensitivitetsfunksjon
$T_{01}$	K	temperatur i plenum
u	-	kompressorens pådrag
$U_1$	m/s	kompressorens tangentialhastighet ved inngang til impeller
$U_{1\_set}$	m/s	settpunkt til kompressorens tangentialhastighet
$V_p$	$m^3$	volum i plenum
x	-	kompressorens tilstander
$\dot{x}$	-	deriverte av kompressorens tilstander med hensyn på tiden
y	-	kompressorens utganger
$\Delta h_{0c,ideell}$	J/kg	ideell spesifikk entalpi overført til fluidet
$\eta_i$	-	isentropisk virkningsgrad
$\kappa$	-	forhold mellom spesifikke varmekapasiteter: $C_p/C_v$
$\theta_d$	s	Maksimalt tillatt dødtid

$\rho$	$\text{kg/m}^3$	fluidets tetthet
$\tau_c$	$\text{kg m}^2/\text{s}^2$	kompressorens dreiemoment
$\tau_t$	$\text{kg m}^2/\text{s}^2$	kompressorakselens dreiemoment
$\omega$	$\text{s}^{-1}$	frekvens
$\omega_b$	$\text{s}^{-1}$	båndbredde
$\omega_b^*$	$\text{s}^{-1}$	ønsket båndbredd
$\omega_d$	$\text{s}^{-1}$	Frekvens hvor $ G_d $ krysser 1
$\omega_p$	-	vektfunksjon
$\omega_{pm}$	-	vektfunksjon, massestrøm
$\omega_{pp}$	-	vektfunksjon, trykk
$\omega^*$	$\text{s}^{-1}$	knekkfrekvens for sinusforstyrrelse

## Litteraturliste

1. Stenrød, S.: Modelling og regulering av kompressor i 'surge'. Institutt for kjemisk prosess teknologi, NTNU, Diplomoppgave 2001.
2. Gravdahl, J.T og Egeland, O.: Centrifugal Compressor Surge and Speed Control. IEEE Transactions On Control Systems Technology, Vol . 7, N0 5.
3. Skogestad, S. og Postlethwaite, I.: Multivariable feedback control, Analysis and design, John Wiley & Sons Ltd, Chichester, 1996
4.  $\mu$ -Analysis and Synthesis Toolbox, For Use with MATLAB

**Bilagliste**

<b><u>BILAG 1 DATA</u></b>	<b><u>39</u></b>
<b><u>BILAG 2 STASJONÆRVERDIER</u></b>	<b><u>40</u></b>
<b><u>BILAG 3 POLER</u></b>	<b><u>42</u></b>
<b><u>BILAG 4 SAMMENLIGNING AV LINEÆR MODELL MED MODELL FRA SIMULINK</u></b>	<b><u>43</u></b>
<b><u>BILAG 5 SAMMENLIGNING AV VEKTFUNKSJONER</u></b>	<b><u>44</u></b>
<b>B5.1 STASJONÆRPUNKT 12</b>	<b>44</b>
<b>B5.2 STASJONÆRPUNKT 13</b>	<b>46</b>
<b><u>BILAG 6 MODIFISERT SPRANGFUNKSJON</u></b>	<b><u>48</u></b>
<b><u>BILAG 7 INNFØRING AV DØDTID</u></b>	<b><u>50</u></b>
<b><u>BILAG 8 BESKRIVELSE AV MATLABFILER</u></b>	<b><u>51</u></b>
<b><u>BILAG 10 BLOKKDIAGRAM</u></b>	<b><u>54</u></b>

## Bilag 1 Data

Data til kompressorsystemet er hentet fra diplomoppgaven ”Modellering og regulering av kompressor i ’surge’”, utført av Margrethe Stenrød. Dataene er gitt i tabell B1.1

Tabell B1.1 Data til kompressorsystemet

Symbol	Verdi	Forklaring
a	340 m/s	sonisk hastighet
$A_c$	0.01 m <sup>2</sup>	tverrsnittareal i kompressor og i rør etter kompressor
$c_n$	$5 \cdot 10^5$	proporsjonalitetskonstant
$C_p$	1005 J/(kg·K)	spesifikk varmekapasitet ved konstant trykk
D	0.02 m	hydraulisk diameter
$D_2$	0.128 m	diameter ved impeller tip
$D_{h1}$	0.032 m	diameter ved impeller hub casing
$D_{t1}$	0.074 m	diameter ved induser tip
J	0.001	rotasjonsmoment
$L_c$	1.253 m	avstand fra kompressorinnløp til plenum
$P_{01}$	$1 \cdot 10^5$ Pa	innløpstrykk
$T_{01}$	303 K	temperatur i plenum
$V_p$	0.21 m <sup>3</sup>	volumii plenum
$\beta_{1b}$	0.61 rad	"blade" vinkel
$\kappa$	1.4	forhold mellom speifikke varmekapasiteter: $C_p/C_v$
$\rho$	1.15 kg/m <sup>3</sup>	tettheten til fluidet
$\sigma$	0.9	slipp faktor

## Bilag 2 Stasjonærverdier

Stasjonærverdien til kompressoren er funnet ved hjelp av ligning B2.1.

$$P_2 = \begin{cases} c_n m_c + P_{02}(U_1) & m_c \leq 0 \\ \left(1 + \frac{\eta_i(m_c, U_1) \cdot \Delta h_{0c, ideell}}{T_{01} C_p}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \cdot P_{01} & m_c \geq 0 \end{cases} \quad \text{B2.1}$$

hvor

$$P_{02}(U_1) = \left(1 + \frac{\eta_i(m_c, U_1) \cdot \Delta h_{0c, ideell}}{T_{01} C_p}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \cdot P_{01} \Bigg|_{m_c = 0} \quad \text{B2.2}$$

Her er:

$P_2$	:	trykk ved kompressorens utløp
$c_n$	:	proporsjonalitetskonstant
$m_c$	:	massestrøm gjennom kompressoren
$P_{02}$	:	trykk ved kompressorens utløp ved massestrøm null
$P_{01}$	:	innløpstrykk
$U_1$ :		kompressorens tangentialhastighet ved inngang til impreller
$\eta_i$	:	isentropisk virkningsgrad
$\Delta h_{0c, ideell}$	:	ideell spesifikk entalpi overført til fluidet
$T_{01}$	:	temperatur i plenum
$C_p$	:	spesifikk varmekapasitet ved konstant trykk
$\kappa$	:	forhold mellom spesifikke varmekapasiteter: $C_p/C_v$

Ved å velge innløpstrykket til  $1 \cdot 10^5$  Pa og tangentialhastigheten til kompressoren til 119.3989 m/s, vil trykket ut av kompressoren være en funksjon av massestrømmen. Pådragene til kompressoren kan finnes ved å sette differensial ligningene B2.3, B2.4 og B2.5 lik null.

$$\frac{dP_p}{dt} = \frac{a^2}{V_p} (m_c - k \cdot \sqrt{P_p - P_{01}}) \quad \text{B2.3}$$

$$\frac{dm_c}{dt} = \frac{A_c}{L_c} \left( \left(1 + \frac{\eta_i(m_c, U_1) \cdot \Delta h_{0c, ideell}}{T_{01} \cdot C_p}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \cdot P_{01} - P_p \right) \quad \text{B2.4}$$

$$\frac{dU_1}{dt} = \frac{D_1}{2J} (\tau_i - \tau_c) \quad \text{B2.5}$$

Her er:

$P_p$	:	trykk i plenum
$a$	:	sonisk hastighet
$V_p$	:	volum i plenum
$k$	:	ventilkonstant
$A_c$	:	tværsnittareal i kompressor og i rør etter kompressor
$L_c$	:	avstand fra kompressor innløp til plenum



$D_1$	:	gjennomsnittlig diameter i induser
$J$	:	rotasjonsmoment
$\tau_c$	:	kompressorens dreiemoment
$\tau_t$	:	kompressorakselens dreiemoment

Ligningene løses med hensyn på  $\tau_t$ ,  $k$  og  $P_p$ . Data til ligningene er gitt i bilag 1 og mer detaljerte ligninger er gitt i matlabskriptet i bilag 9. I tabell B2.1 er stasjonærverdiene gitt i forskjellige driftspunkter.

Tabell B2.1. Stasjonærverdier

Stasjonærpunkt	$P_{p0}$ [Pa]*1e5	$m_{c0}$ [kg/s]	$U_{10}$ [m/s]	$P_{10}$ [Pa]*1e5	$\tau_{t0}$ [kgm <sup>2</sup> /s]	$k_0$ [(kgm) <sup>2</sup> ]	$U_{set0}$ [m/s]
1	1.3608	0.80	119.3989	1.0	12.3532	4.2117e-3	119.3989
2	1.4095	0.75	119.3989	1.0	11.58112	3.7063e-3	119.3989
3	1.4654	0.70	119.3989	1.0	10.8090	3.2448e-3	119.3989
4	1.5288	0.65	119.3989	1.0	10.03697	2.8266e-3	119.3989
5	1.5988	0.60	119.3989	1.0	9.264897	2.1193e-3	119.3989
6	1.67350	0.55	119.3989	1.0	8.4928	2.1193e-3	119.3989
7	1.7489	0.50	119.3989	1.0	7.7275	1.8271e-3	119.3989
8	1.8188	0.45	119.3989	1.0	6.94867	1.5726e-3	119.3989
9	1.8314	0.44	119.3989	1.0	6.79426	1.5260e-3	119.3989
10	1.8547	0.42	119.3989	1.0	6.48543	1.4366e-3	119.3989
11	1.8751	0.40	119.3989	1.0	6.1766	1.3522e-3	119.3989
12	1.8920	0.38	119.3989	1.0	5.86777	1.2723e-3	119.3989
13	1.9049	0.36	119.3989	1.0	5.5589	1.1968e-3	119.3989
14	1.9098	0.35	119.3989	1.0	5.4045	1.1604e-3	119.3989
15	1.9136	0.34	119.3989	1.0	5.2501	1.1249e-3	119.3989
16	1.9162	0.33	119.3989	1.0	5.09569	1.0902e-3	119.3989
17	1.9177	0.32	119.3989	1.0	4.94128	1.0563e-3	119.3989
18	1.9179	0.31	119.3989	1.0	4.78686	1.0232e-3	119.3989
19	1.9171	0.30	119.3989	1.0	4.63245	9.9063e-4	119.3989
20	1.8957	0.25	119.3989	1.0	3.86037	8.3533e-4	119.3989

## Bilag 3 Poler

Differensialligningene, gitt i bilag 2, til kompressorsystemet er linearisert slik at de får formen:

$$\dot{x} = Ax + Bu + Ed \quad 3.1$$

$$y = Cx + Du + Ed \quad 3.2$$

Her er  $x$  tilstandene til systemet,  $\dot{x}$  den deriverte av tilstandene med hensyn på tiden,  $u$  pådraget,  $d$  forstyrrelsene og  $y$  utgangene. Polene vil da være gitt av egenverdiene til  $A$ -matrisen. Tabell B3.1 viser polene til kompressorsystemet som en funksjon av stasjonærverdien til massestrømmen

Tabell B3.1 Poler

Massestrøm [kg/s]	Pol 1	Pol 2	Pol 3
0.42	-6.4043	-871.1146	-4999
0.4	-7.1979	-740.9848	-4999
0.38	-8.6235	-590.8715	-4999
0.36	-11.5113	-422.9147	-4999
0.35	-14.3090	-332.6604	-4999
0.34	-19.6135	-237.3851	-4999
0.33	-35.0141	-130.1324	-4999
0.327	-54.9935	-82.3296	-4999
0.3267	-66.7976	-67.7379	-4999
0.3265	-66.3383 -11.0480i	-66.3383 +11.0480i	-4999
0.326	-64.0137 -20.5013i	-64.0137 +20.5013i	-4999
0.325	-59.3612 -31.3820i	-59.3612 +31.3820i	-4999
0.32	-36.0400 -56.2414i	-36.0400 +56.2414i	-4999
0.31	10.7561 -65.2469i	10.7561 +65.2469i	-4999
0.3	57.4659 -31.4178i	57.4659 +31.4178i	-4999
0.299	62.1186 -20.5585i	62.1186 +20.5585i	-4999
0.2985	64.4434 -11.1561i	64.4434 +11.1561i	-4999
0.2983	65.3728 -1.4803i	65.3728 +1.4803i	-4999
0.2982	58.1193	73.5558	-4999
0.298	53.1882	80.3453	-4999
0.297	42.5335	100.2861	-4999
0.295	33.1476	128.2113	-4999
0.29	22.8071	184.6760	-4999
0.28	14.5843	283.9022	-4999
0.25	7.2283	548.6754	-4999

## Bilag 4 Sammenligning av lineær modell med modell fra Simulink

Ligning B2.3, B2.4 og B2.5 kan lineariseres og deretter skrives på formen:

$$y = G u + G_d d \quad \text{B4.1}$$

Ligning B4.1 er skalert slik at største tillatte utgang og pådrag er 1, og største forventede forstyrrelse er 1. Utgangene er skalert slik at hvis de blir større enn 1 vil kompressoren gå inn i 'surge'. Ved å analysere  $|G_d|$  er det mulig å finne ut hvilke frekvens en forstyrrelse vil føre til at utgangene krysser 1. Denne frekvensen har betegnelsen  $\omega_d$ . Maksimalt tillatt dødtid vil være gitt av ligning B4.2.

$$\theta_d = \frac{1}{\omega_d} \quad \text{B4.2}$$

Kompressorsystemet er også simulert i Simulink. Regulatoren kan slås av og innløpstrykket kan simuleres som en sinusforstyrrelse. På den måten er det mulig å undersøke ved hvilke frekvenser kompressoren blir ustabil.

I tabell B2.1 er resultatene fra lineæranalysen sammenlignet med resultatene fra Simulink i forskjellige driftspunkt. Stasjonærverdien til driftspunktene er gitt i bilag 2.

Tabell B4.1 Sammenligning av lineær modell med modell fra Simulink

Stasjonærpunkt	$m_c$ [kg/s]	Lineærmodell		Simulink	
		$\omega_d$ [s <sup>-1</sup> ]	$\theta_d$ [s]	$\omega_d$ [s <sup>-1</sup> ]	$\theta_d$ [s]
11	0.40	ikke ustabil	-	ikke ustabil	-
12	0.38	15	0.067	8.4	0.119
13	0.36	35	0.029	24.1	0.042
14	0.35	53	0.019	43.0	0.023
15	0.34	85	0.012	88.2	0.011
16	0.33	132	0.008	193.5	0.005

## Bilag 5 Sammenligning av vektfunksjoner

Kompressorsystemet er gitt av ligningene B2.3, B2.4 og B2.5 i bilag 2. Massestrømmen,  $m_c$ , og trykket i plenum,  $P_p$  er regulert av en  $H_\infty$ -regulator. Til design av en slik regulator benyttes det en vektfunksjon på formen:

$$\omega_p(s) = \frac{s/M_s + \omega_b^*}{s + \omega_b^*A} \quad \text{B5.1}$$

Her er  $M_s$  største ønskede verdi til sensitivitetsfunksjonen,  $\omega_b^*$  ønsket båndbredde og  $A$  er største tillatte stasjonæravvik fra settpunktet.  $H_\infty$ -regulator kan beregnes ved hjelp av matlabrutinen *hinfsyn*. I dette bilaget er kompressorsystemets oppførsel testet for forskjellige parametre i vektfunksjonen. Det er valgt å se på stasjonærpunktene 12 og 13 fra bilag B2.

### B5.1 Stasjonærpunkt 12

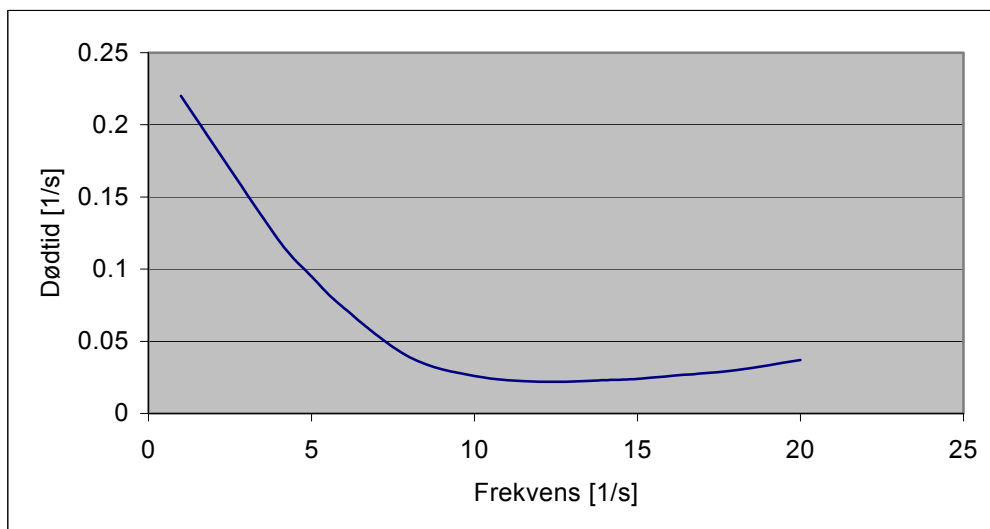
#### Alternativ 1

Tabell B5.1 viser parametrene til vektfunksjonene for massestrøm og trykk for alternativ 1.

Tabell B5.1. Parametre for vektfunksjon til alternativ 1

	Massestrøm	Trykk
$\omega_b^*$	5	1
$A$	$5 \cdot 10^{-2}$	1
$M_s$	1.5	1.5

Figur B5.1 viser største tillatte dødtid i målingen av massestrømmen gitt som en funksjon av frekvensen når parametrene i tabell B5.1 er benyttet.



Figur B5.1 Maksimalt tillatt dødtid for alternativ 1

Figur B5.1 viser at hvis dødtiden i målingen er mindre enn  $0.022s$  vil kompressorsystemet være stabilt for alle frekvenser. Systemet vil være mest følsomt for dødtid ved frekvensen  $12s^{-1}$ .

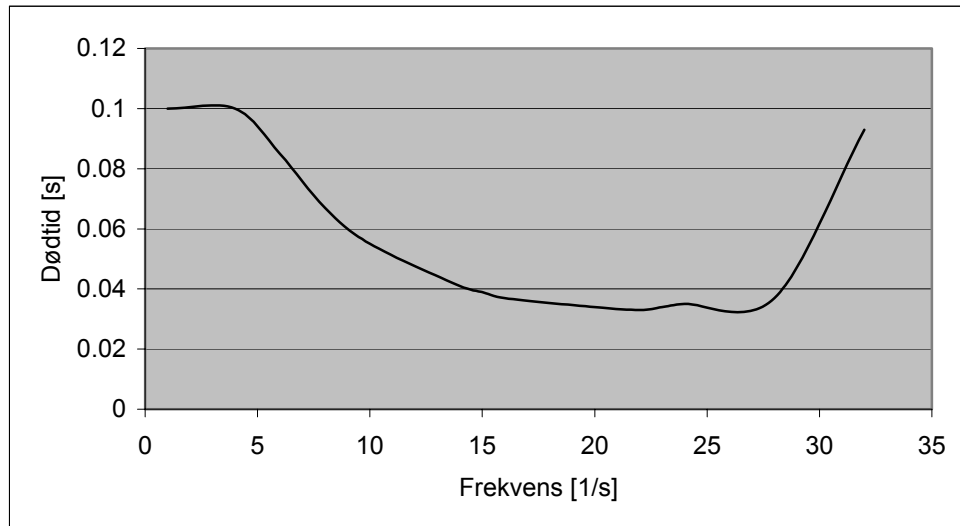
#### Alternativ 2

Tabell B5.2 viser parametrene til vektfunksjonene for massestrøm og trykk for alternativ 2.

Tabell B5.2 Parametre for vektfunksjon til alternativ 2

	Massestrøm	Trykk
$\omega_b^*$	10	1
A	$5 \cdot 10^{-2}$	1
$M_s$	1.5	1.5

Figur B5.2 viser største tillatte dødtid i målingen av massestrømmen gitt som en funksjon av frekvensen når parametrene i tabell B5.2 er benyttet.



Figur B5.2 Maksimalt tillatt dødtid for alternativ 2

Figur B5.2 viser at hvis dødtiden i målingen er mindre enn 0.033s vil kompressorsystemet være stabilt for alle frekvenser. Systemet vil være mest følsomt for dødtid ved frekvensen  $22s^{-1}$ .

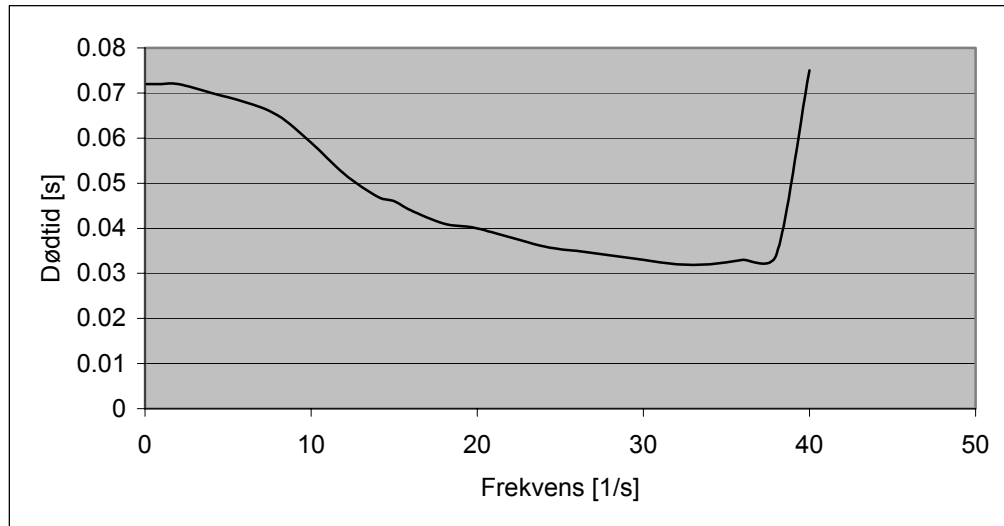
### Alternativ 3

Tabell B5.3 viser parametrene til vektfunksjonene for massestrøm og trykk for alternativ 3.

Tabell B5.3. Parametre for vektfunksjon til alternativ 3

	Massestrøm	Trykk
$\omega_b^*$	15	1
A	$5 \cdot 10^{-2}$	1
$M_s$	1.5	1.5

Figur B5.3 viser største tillatte dødtid i målingen av massestrømmen gitt som en funksjon av frekvensen når parametrene i tabell B5.3 er benyttet.



Figur B5.3 Maksimalt tillatt dødtid for alternativ 3

Figur B5.3 viser at hvis dødtiden i målingen er mindre enn 0.032s vil kompressorsystemet være stabilt for alle frekvenser. Systemet vil være mest følsomt for dødtid ved frekvensen  $32\text{s}^{-1}$ .

## B5.2 Stasjonærpunkt 13

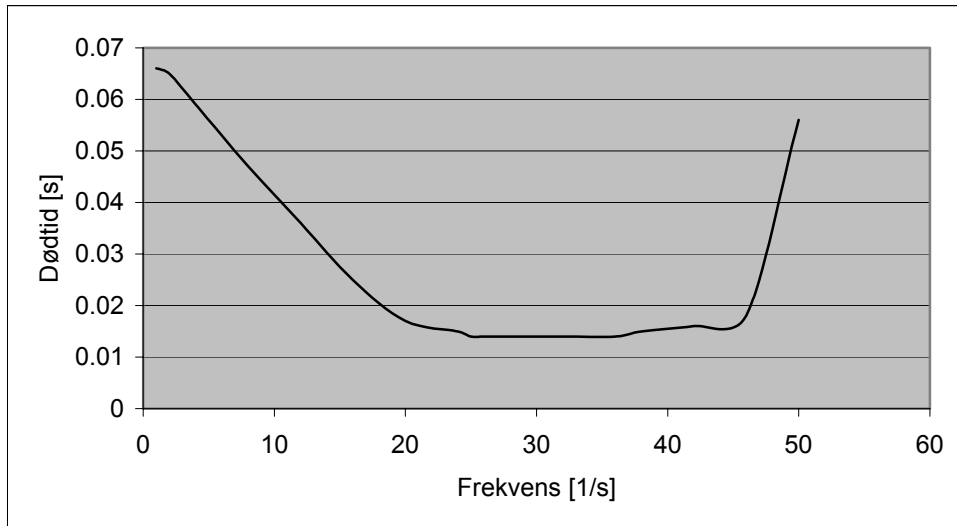
### Alternativ 4

Tabell B5.4 viser parametrene til vektfunksjonene for massestrøm og trykk for alternativ 4.

Tabell B5.4 Parametre for vektfunksjon til alternativ 4

	Massestrøm	Trykk
$\omega_b^*$	25	1
A	$5 \cdot 10^{-2}$	1
$M_s$	1.5	1.5

Figur B5.4 viser største tillatte dødtid i målingen av massestrømmen gitt som en funksjon av frekvensen når parametrene i tabell B5.4 er benyttet.



Figur B5.4 Maksimalt tillatt dødtid for alternativ 4

Figur B5.4 viser at hvis dødtiden i målingen er mindre enn 0.014s vil kompressorsystemet være stabilt for alle frekvenser. Systemet vil være mest følsomt for dødtid ved frekvensen  $30\text{s}^{-1}$ .

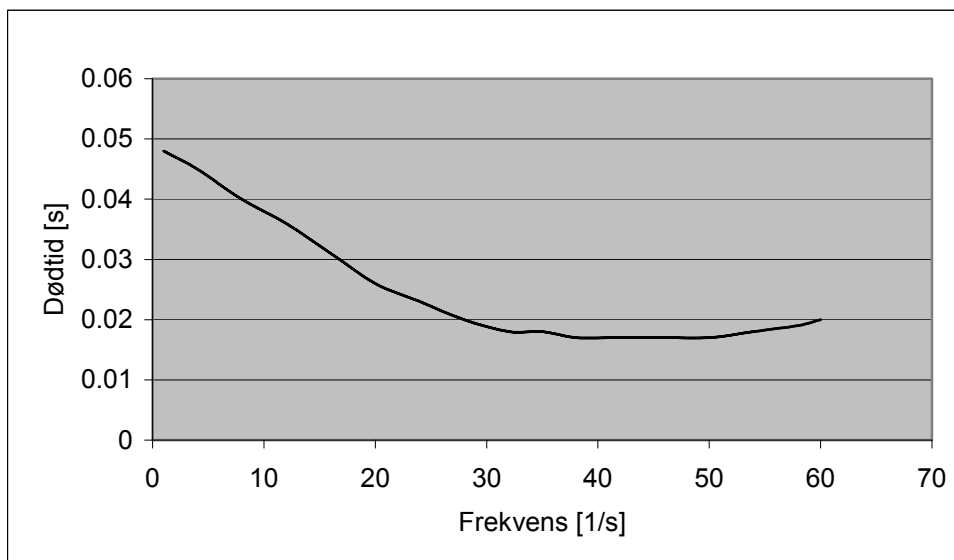
#### Alternativ 5

Tabell B5.5 viser parametrene til vektfunksjonene for massestrøm og trykk for alternativ 5.

Tabell B5.5 Parametre for vektfunksjon til alternativ 5

	Massestrøm	Trykk
$\omega_b^*$	35	1
A	$5 \cdot 10^{-2}$	1
$M_s$	1.5	1.5

Figur B5.5 viser største tillatte dødtid i målingen av massestrømmen gitt som en funksjon av frekvensen når parametrene i tabell B5.5 er benyttet.



Figur B5.5 Maksimalt tillatt dødtid for alternativ 5

Figur B5.5 viser at hvis dødtiden i målingen er mindre enn 0.017s vil kompressorsystemet være stabilt for alle frekvenser. Systemet vil være mest følsomt for dødtid ved frekvensen  $45\text{s}^{-1}$ .

## Bilag 6 Modifisert sprangfunksjon

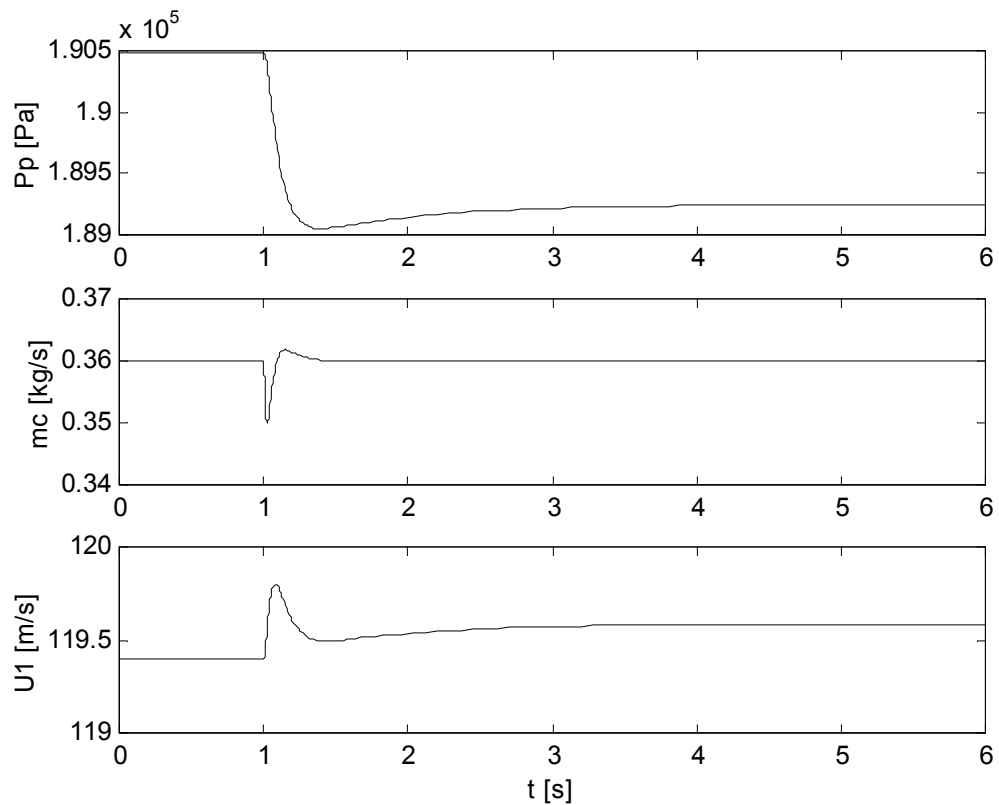
Oppførselen til kompressorsystemet er analysert i stasjonærpunkt 13, gitt i bilag B2. Til design av  $H_\infty$ -regulatoren er det valgt samme vektfunksjoner som i Alternativ 5 i bilag B5.2.

Det er utført en modifisert sprangrespons på systemet med formen:

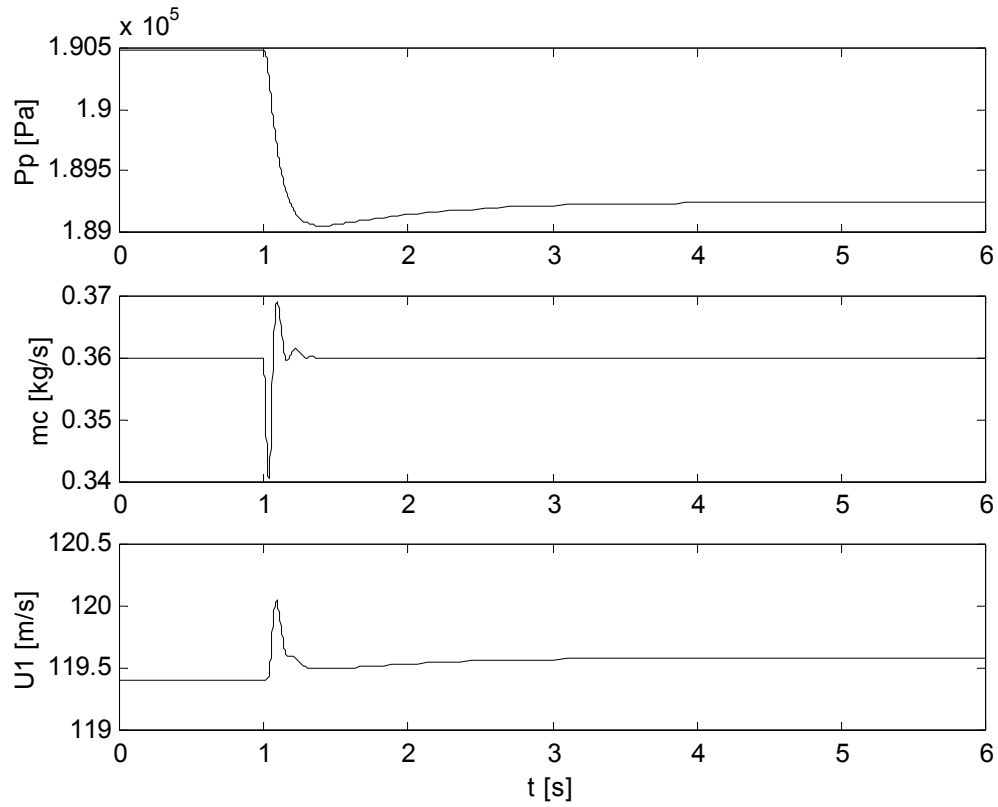
$$\Delta P_{01} = -\frac{1}{(1/35)s + 1} \cdot 854 \text{ Pa} \quad \text{B6.1}$$

Her er  $\Delta P_{01}$  endringen i innløpstrykket til kompressoren. Utgangen til den modifiserte sprangfunksjonen vil da være tilnærmet lik en sinusforstyrrelse med frekvens  $35 \text{ s}^{-1}$  og amplitude 854 Pa.

Responsen til trykket i plenum, massestrømmen og kompressorens tangentialhastighet uten dødtid i målingen av massestrømmen er vist i figur B6.1. I figur B6.2 er de samme responsene vist når dødtiden i målingen er 0.025 s.







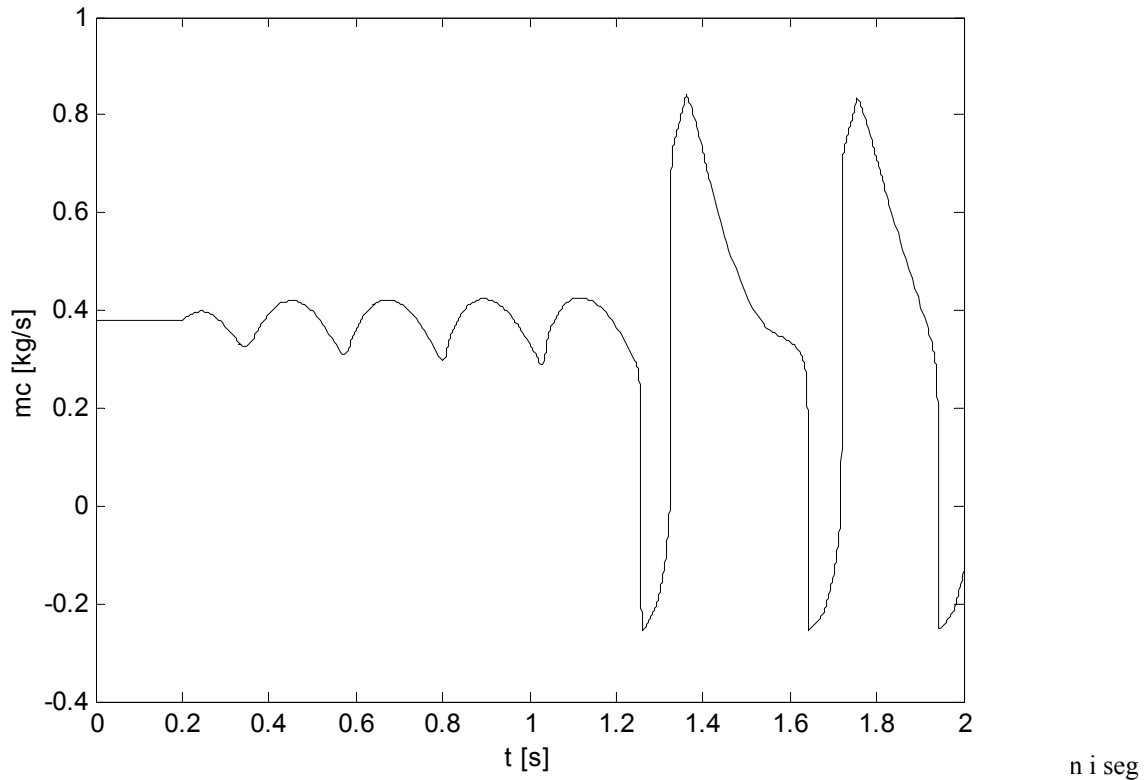
øøøøø vi utgangen svinge seg inn mot stasjonærverdi.

Responsten til trykket er så langsam at den vil være tilnærmet uavhengig av svingningene i massestrømmen. Liten integralvirkning gjør at det også må tolereres et stasjonæravvik fra settpunkt.

## Bilag 7 Innføring av dødtid

Innføring av dødtid i massestrømmen vil føre til en aggressiv tuning. I dette bilaget er det sett nærmere på hvilken effekt dette vil ha for stasjonærpunkt 12, gitt i bilag B2. Det er valgt å bruke samme vektfunksjon som for alternativ 2 i bilag B5.1.

I alternativ 2 vil det kunne tolereres en dødtid på 0.037s når sinusforstyrrelsen har frekvens  $28 \text{ s}^{-1}$ . Figur B7.1 viser konsekvensen av å øke dødtiden til 0.038s.



seiv er for stor, men på grunn av en aggressiv tunet regulator. Dette vil særlig være et problem ved høye frekvenser.

## Bilag 8 Beskrivelse av matlabfiler

I dette bilaget er det gitt en kort beskrivelse av funksjonen til de viktigste matlabfilene brukt i dette prosjektet. Matlabfilene er vedlagt rapporten.

### Karakteristisk ligning

Matlabfil: *dimkarlign.m*

Matlabfilen *dimkarlign.m* beregner stasjonærverdien til utløpstrykket som en funksjon av massestrømmen og kompressorens tangentialhastighet, og plotter kompressorkarakteristikken.

### Poler

Matlabfiler: *pol.m*, *linearize.m*, *dimsmodeell.m*

Matlabfilen *pol.m* finner polene til kompressorsystemet i forskjellige driftspunkter. Funksjonen *linearize.m* lineariserer differensialligningene gitt i *dimsmodeell.m*, og polene finnes ved å beregne egenverdiene.

Polene plottes i et root locus diagram.

### Frekvensanalyse

Matlabfiler: *frekvens.m*, *linearize.m*, *dimsmodeell.m*

*Frekvens.m* virker på tilsvarende måte som *pol.m* ved at differensialligningene lineariseres i forskjellige driftspunkter. Det lages systemmatriser av de lineariserte modellene slik at de får samme form som ligning B4.1. Dette gjøres ved hjelp av matlabrutinen *pck*. Deretter plottes frekvensresponsen til  $|G_d|$  og  $|G_d^{-1}|$ .

### $H_\infty$ -regulator

Matlabfiler: *Hinf2.m*, *dimsmodeellSHinf.m*, *linearize.m*

*Hinf2.m* beregner parametrene til  $H_\infty$ -regulatoren. Skriptet gir muligheter for å velge vektfunksjoner for både massestrømmen og trykket i stasjonærpunktene 12 og 13 fra bilag 2.

Matlabrutinen *sysic* benytter G-matrisen til å lage transferfunksjonen til systemet for åpen sløyfe. På bakgrunn av opplysningene fra åpen sløyfe beregnes parametrene til  $H_\infty$ -regulatoren ved hjelp av matlabrutinen *hinfsyn*.

*DimsmodeellSHinf.m* har tilsvarende funksjon som *dimsmodeell.m* i 'Frekvensanalyse'.

### Simulinkmodell

Matlabfiler: *simH2.m*, *dimsmodeellH2.m*, *sfunksjonH2.m*, *blokkH2.mdl*

Reguleringen av kompressorsystemet er gjort i Simulink. Differensialligningene til kompressoren er gitt i *dimsmodeellH2.m*, og disse kobles til Simulinkfilen *blokkH2.mdl* ved hjelp av *sfunksjonH2.m*. Simulinkmodellen startes fra *simH2.m*. *SimH2.m* gir startverdier til utganger, pådrag og forstyrrelser, og parametre til  $H_\infty$ -regulatoren. I denne filen er det også mulig å endre dødtid i målingene, og bytte mellom drift i stasjonærpunkt 12 og 13 gitt i bilag 2.

I *blokkH2.mdl* er det implementert en manuell bryter. Det er vist i blokkdiagrammet i bilag 10. Ved hjelp av denne bryteren er det mulig å endre forstyrrelsen i innløpstrykket fra en modifisert sprangfunksjon til en sinusbølge.

**Bilag 9 Kompressormodell**

```

%dimsmodell.m
%dynamisk modell av kompressorsystemet
%Brukes av egenverdi.m til å beregne den lineære regultoren

function dx=dimsmodell(t,x,flag,u,d)
global Y taut0
%Definerer konstanter
a=340;           %sonisk lydhastighet
Vp=0.21;        %volum av plenum
Ac=0.01;        %verrsnittsareal
Lc=1.253;       %lengde av rør+kompressor
T01=303;        %innløpstemperatur
cp=1005;        %spesifikk varmekapasitet ved konstant trykk
rho=1.15;       %tettheten til massestrømmen
gamma=1.4;      %forhold mellom spesifikke varmekapasiteter: cp/cv
D=0.02;         %hydraulisk diameter
J=0.001;        %spool and rotor moment of inertia
D2=0.128;       %diameter av impeller tip
sigma=0.9;      %slip faktor
Dt1=0.074;      %diameter ved induser tip
Dh1=0.032;      %diameter ved impeller hub casing
beta_1b=0.61;   %"blade" vinkel
Re=100000;      %Reynolds tall
cn=5*10^5;      %stigningstallet til kompressorkarakteristikken for
negativ massestrøm

%Avhengige konstanter
D1=(1/2*(Dt1^2+Dh1^2))^(1/2);           %Gjennomsnittlig induser
diameter
A1=pi*((Dt1/2)^2-(Dh1/2)^2);           %Areal av induser
r2=D2/2;                                %radius av impeller tip
alfa_2b=atan(D1*tan(beta_1b)/(sigma*D2)); %strømningsvinkel til
fluidet inn i diffuser
f1=0.3164*(Re)^(-0.25);                %friksjonsfaktor

%Avhengige variable
U2=D2/D1*x(3);                          %tangentialhastighet ved
impeller tip
tauc=abs(x(2))*r2*sigma*U2;              %kompressor "torque"

%For negativ massestrøm:
if x(2)<=0

    %regner ut tap på grunn av friksjon:
    delta_hii=1/2*(x(3)-(cot(beta_1b)*0/(rho*A1)))^2;
    delta_hid=1/2*(sigma*D2*x(3)/D1-(0*cot(alfa_2b))/(rho*A1))^2;
    delta_hfi=2*f1*(D2-
D1)/(2*D*(rho^2)*(A1^2)*(sin(beta_1b))^2)*(0^2);
    delta_hfd=delta_hfi;
    delta_htap=delta_hii+delta_hid+delta_hfi+delta_hfd;

    %regner ut produsert entalpi, virkningsgrad og trykk ut av
kompressoren
    delta_h0=sigma*(U2^2);

```

```

ni=delta_h0/(delta_h0+delta_htap);

P2=cn*(x(2)^2)+(1+ni*delta_h0/(T01*cp))^(gamma/(gamma-1))*d;

else %dersom massestrømmen er positiv:

    delta_hii=1/2*(x(3)-(cot(beta_1b)*x(2)/(rho*A1)))^2;
    delta_hid=1/2*(sigma*D2*x(3)/D1-
(x(2)*cot(alfa_2b)/(rho*A1))^2;
    delta_hfi=2*f1*(D2-
D1)*(x(2)^2)/(2*D*(rho^2)*(A1^2)*(sin(beta_1b))^2);
    delta_hfd=delta_hfi;
    delta_htap=delta_hii+delta_hid+delta_hfi+delta_hfd;

    %regner ut produsert entalpi, virkningsgrad og trykk ut av
kompressoren:
    delta_h0=sigma*(U2^2);

    ni=delta_h0/(delta_h0+delta_htap);

    P2=(1+(ni*delta_h0/(T01*cp)))^(gamma/(gamma-1))*d;

end

Y=x;

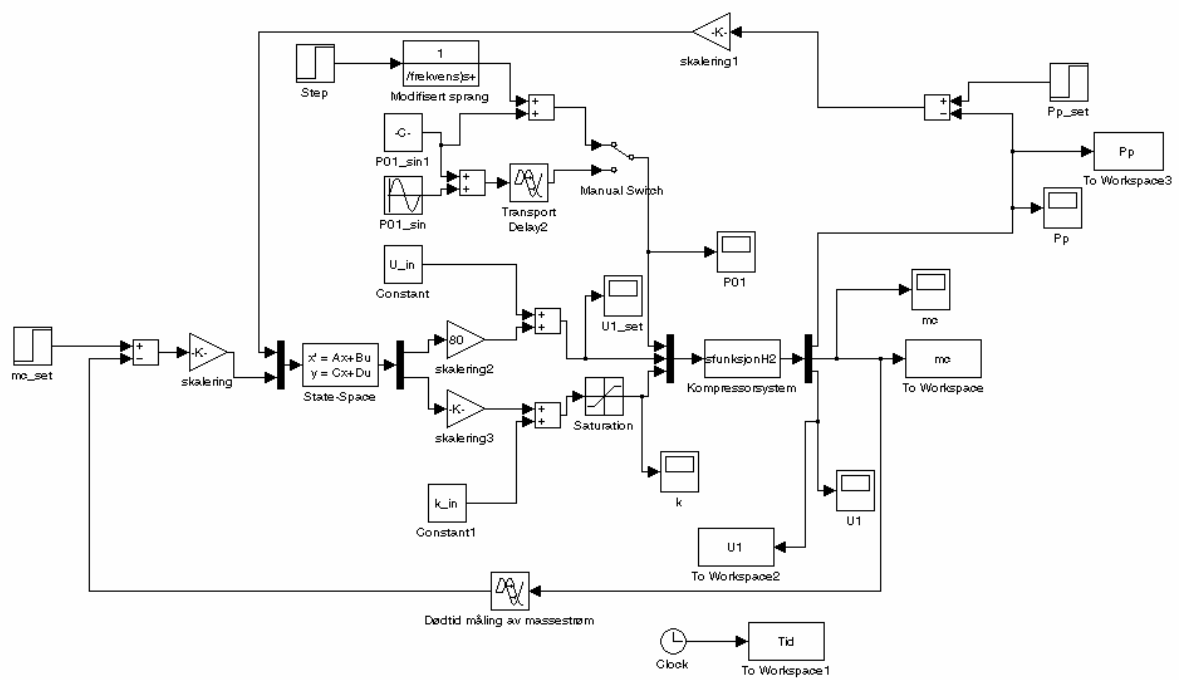
%Turtallsregulering (kompressorens tangentialhastighet)
Ktau=500; %forsterkning
U_set=119.3989; %Setpunkt til kompressorens
tangentialhastighet
taut=taut0+Ktau*(U_set-x(3)); %dreiemoment (pådrag)

%Modell:
dx(1,1)=(a^2)/Vp*(x(2)-u(1)*(x(1)-d)^(1/2)); %dPp/dt
dx(2,1)=Ac/Lc*(P2-x(1)); %dmc/dt
dx(3,1)=D/(2*J)*(taut-tauc); %dU/dt

```

## Bilag 10 Blokkdiagram

Figur B10.1 viser reguleringsstrukturen til kompressorsystemet.



Figur B10.1 Blokkdiagram for kompressorsystem med regulering