NTNU
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet

Fakultet for naturvitenskap og teknologi
Institutt for kjemisk prosessteknologi

# HOVEDOPPGAVE 2003

| **Tittel:**<br>Modellbasert stabiliserende regulering av gravitasjonsindusert slugging i pipeline-riser systemer. | **Emneord:**<br>Riser indusert slugging,<br>LQG regulering |
|---|---|
| **Forfatter(e):**<br>Christian F. Trudvang | **Utført i tiden:**<br>14.01.2003-10.06.2003 |
| **Faglærer:**<br>Professor Sigurd Skogestad<br>**Veileder:**<br>Dr.ing stip. Espen Storkaas | **Antall sider**<br>**Hovedrapport:**36<br>**Bilag:**21 + CD |

**EKSTRAKT AV ARBEIDET**

**Forutsetninger og arbeidsmål:**
Diplomoppgaven er en fortsettelse på arbeidet i semester oppgaven om riser indusert slugging. Målet var å se på LQG regulering for eliminering av slugging, og teste reguleringsstrukturens evne til å undertrykke forstyrrelser. For å simulere riser indusert slugging ble det brukt to modeller; en OLGA-2000 modell og en forenklet modell utviklet av Storkaas og Skogestad.

**Konklusjoner og anbefalinger:**
For å unngå stasjonæravvik og å ha god kontroll på settpunkt ble LQG regulering med integral virkning funnet best egnet. Som tilstandsestimator er det brukt et ulineært Kalman filter med Storkaas og Skogestads ulineære modell med tre tilstander. Denne reguleringsstrukturen stabiliserte begge modellene. Målepunkts kombinasjonen oppstrøms- og nedstrøms- trykk gir best resultater. Om oppstrøms- trykkmåling ligger i riserens bunnpunkt eller 4500m ut i føderøret har liten betydning for reguleringsstrukturens ytelse. Hvis trykket oppstrøms ikke er tilgjengelig, kan en bruke målepunktet total massestrøm gjennon chokeventilen og nedstrøms trykkmåling til stabilisering av slugg-strømningen. Denne reguleringsstrukturen gir vesentlig tregere regulering. LQG regulering med integral virkning undertrykte forstyrrelser godt i begge modellene med målepunkts kombinasjonene: oppstrøms- og nedstrøms- trykkmålinger. Med Storkaas og Skogestads modell minkes sensitiviten for forstyrrelser betraktelig ved å bruke Kalman filter som estimerer forstyrrelser og tilstander. I OLGA-2000 modellen klarte ikke Kalman filteret å estimere endringer i forstyrrelse fort nok for å minke sensitivitet for raske forstyrrelser.

**Jeg erklærer at arbeidet er utført selvstendig og i samsvar med NTNUs eksamensreglement.**

**Dato og underskrift:** ......................................................

# Sammendrag

I flerfaserørledninger kan det oppstå et uønsket strømningsmønster som kalles slugg-strømning. Hvis dette strømningsmønstret oppstår ved et vertikalt løft kalles det riser indusert slugging. I denne oppgaven er det sett på hvordan LQG regulering kan eliminere slugging. Det er også sett på hvordan reguleringsstrukturen virker på settpunktsendringer og undertrykking av forstyrrelser.

Storkaas og Skogestad har utviklet en modell med tre tilstander som beskriver riser indusert slugging. Denne modellen blir videre i rapporten omtalt som Storkaas modell. De tre tilstandene i modellen er mengde gass i føderøret oppstrøms ($m_{G1}$ [kg]), mengde væske i riseren ($m_L$ [kg]) og mengde gass nedstrøms ($m_{G2}$ [kg]). Disse tre tilstandene ble brukt som input til regulatoren. Et linert Kalman filter ble funnet uegnet som tilstandsestimator for regulatoren. For å estimere de tre tilstandene ble Storkaas modell brukt i et kontinuerlig ulineært Kalman filter. Filterets forsterkning ble beregnet som et lineært Kalman filter uten oppdatering.

For å simulere riser indusert slugging ble det brukt to modeller; en OLGA-2000 modell og Storkaas modell. Det ble sett på følgende målepunkt: oppstrøms-trykk 4500m foran riserens bunnpunkt ($P_1$ [bar]), oppstrøms-trykk i riserens bunnpunkt ($P_{br}$ [bar]), nedstrøms-trykk foran chokeventilen ($P_2$ [bar]), nedstrøms- trykk etter chokeventilen ($P_0$ [bar]), trykk over chokeventilen (*DP* [bar]) og total massestrøm gjennon chokeventilen ($Q$ [$m^3$/s]). For LQG regulering i OLGA-2000 modellen ble det sett på tre målepunkts kombinasjoner: $P_1$ & *DP*, $P_{br}$ & *DP* og *Q* & *DP*. For regulering av Storkaas modell ble det sett på to målepunkts kombinasjoner: $P_{br}$ & *DP* og *Q* & *DP*. $P_0$ ble sett på som en målbar forstyrrelse for begge modellene. I OLGA-2000 er massestrøm inn gitt av en flash. Step i den totale massestrømmen inn i føret ($mTot_{inn}$ [kg/s]) ble sett på som en ikke-målbar forstyrrelse. I Storkaas modell ble det sett på step i både massestrøm gass inn i føderøret ($mG_{inn}$ [kg/s]) og massestrøm væske inn i føderøret ($mL_{inn}$[kg/s]) som ikke-målbare forstyrrelser.

For å unngå stasjonæravvik og å ha god kontroll på settpunkt ble LQG regulering med integral virkning funnet best egnet. Denne reguleringsstrukturen stabiliserte begge modellene med alle målepunktene. I tillegg klarte den også settpunksendringer. Målepunktene $P_1$ & *DP* og $P_{br}$ & *DP* gir raskere regulering enn *Q* & *DP* for OLGA-2000 modellen. Om $P_1$ eller $P_{br}$ ble brukt som oppstrøms-trykkmåling har liten innvirking på stabilisering og settpunksendringer. Reguleringsstrukturen med oppstrøms- og nedstrøms- trykkmålinger undertrykker også forstyrrelser bra. $P_1$ vil detektere endringer i $mTot_{inn}$ før $P_{br}$, slik at med å bruke målepunktet $P_1$ vil reguleringsstrukturen være mer robust mot endringer $mTot_{inn}$. Ved forstyrrelser i $P_0$ er det vice versa for trykkmålingene. Ved settpunkt 1 bar *DP* er *Q* & *DP* meget sensitivt for forstyrrelser som skaper trykkfall i *DP*. Dersom settpunktet økes til 2 bar blir systemet mer robust for forstørrelser. I Storkaas modell ble sensitiviteten for forstyrrelser vesentlig redusert ved å estimere $mG_{inn}$ og $mL_{inn}$ i Kalman filteret. I OLGA-2000 er forstyrrelsen vanskeligere å estimere, sannsynligvis på grunn av liten observerbarhet eller for få målepunkter.

# *Innholdsfortegnelse*

# 1 Innledning

Det vertikale løftet fra havbunnen til plattformen (riseren) kan skape slugg-strømning (riser indusert slugging). Dette ustabile strømningsmønsteret har blitt rapportert som et problem for produksjonsplattformer. I de senere årene har det blitt jobbet med stabilisering av riser indusert slugg-strømning. Mer om dette kan finnes i artiklene Hende og Linga (2000), Henriot *et.al.* (1999), Skofteland og Godhavn (2003), Storkaas, Alstad og Skogestad (2001) og Havre og Dalsmo (2002). En enkel og effektiv måte å eliminere denne sluggingen på har vist seg å være en PI- regulator med oppstrøms-trykk som målepunkt. Hvis dette målepunktet ikke er tilgjengelig kan ulike kaskadestrukturer, med nedstrøms-trykk som målepunkt også brukes til stabilisering. Disse kaskadestrukturene har vist seg å være trege både til å stabilisere slugg-strømningen og endringer i settpunkt, fordi målepunktet nedstrøms-trykk gir i en slik struktur inversrespons.

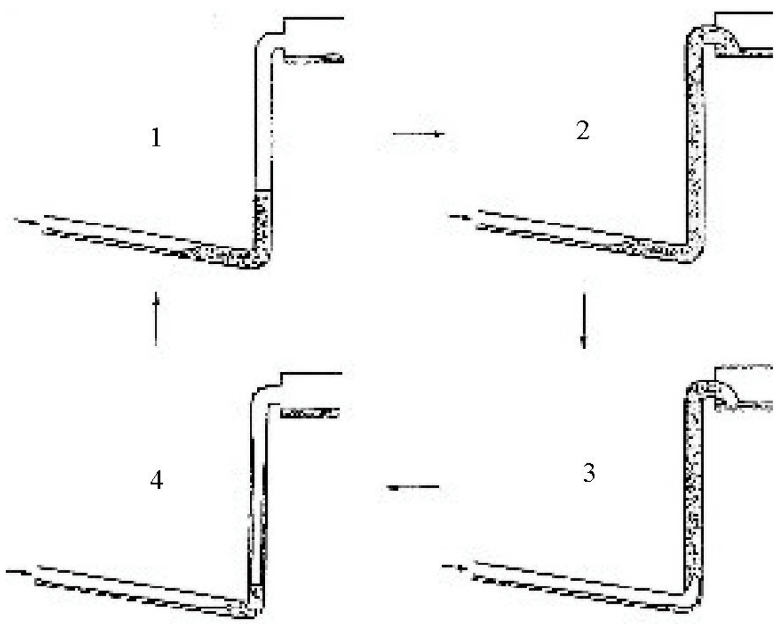
I denne oppgaven er det sett på hvordan LQG regulering med og uten integral virkning stabiliserer riser indusert slugging. Det er også sett på hvordan LQG med integral virkning gjør settpunksendringer og undertrykker forstyrrelser. Som tilstandsestimator er det brukt et kontinuerlig ulinert Kalman filter. Modellen i det ulinære Kalman filteret er en forenklet modell som beskriver riser indusert slugging. Denne modellen er utviklet av Storkaas og Skogestad og blir i oppgaven omtalt som Storkaas modell. For å simulere riser indusert slugging er det brukt en OLGA-2000 modell og Storkaas modell. Det er også forsøkt å estimere massestrømmer inn i føderøret for å minke systemets sensitivitet mot ikke-målbare forstyrrelser.

# 2 Teori

## 2.1 Slugg-strømning

Slugg-strømning er et ustabilt strømningsmønster som kan oppstå i flerfase rørledninger. Problemet oppstår når man får væske ansamlinger som opptar hele tverrsnittet av røret. Dette vil blokkere for gasstrømmen. Blokkeringen fører til at man får en søyle av ren væske som skyves fremover av en gasslomme. Slugg-strømning kan oppstå på grunn av forskjell i strømningshastingen mellom væske og gass. Dette kalles hydrodynamisk slugging. Rørledningens geometri kan også skape gravitasjons indusert slugg-strømning. Dette kan oppstå som følge av terrenget rørledningen følger (terreng indusert slugging), eller ved et vertikalt løft (riser indusert slugging). I denne oppgaven er det jobbet med riser indusert slugg-strømning.

### 2.1.1 Syklisk oppførsel av riser indusert slugging




**Figur 1**: Strømningsmønster i en riser med flerfase

Gravitasjons indusert slugg-strømning er et fenomen som kan oppstå i flerfaserørledninger med høydeforskjell. Først samles væsken opp i bunnpunktet i det vertikale løftet. En forutsetning for slugging er at gass- og væske- hastigheten er lav nok til å tillate en væskeansamling. Når væskeansamlingen har blitt stor nok, vil den blokkere for gasstrømmen i bunnpunktet av riseren, og en kontinuerlig væskeslugg dannes som illustrert ved trinn 1 i figur 1. Væskesluggen vil vokse så lenge trykkøkningen oppstrøms for sluggen er lavere enn økningen av tyngden til væskesøylen i riseren. Dette er trinn 2 i den periodiske oppførselen. Trinn 3 skjer når trykket oppstrøms av sluggen blir større enn tyngden av væskesøylen og gassen vil begynne å penetrere væsken i riseren og presse den ut. Dette fører til et trykkfall, gassen vil ekspandere og tettheten i riseren reduseres. Etter at mesteparten av væsken og gassen har forlatt riseren, er ikke gasshastigheten høy nok til å dra med seg væske oppover. Væsken vil derfor renne ned i bunnen av riseren (trinn 4), og en ny væskeansamling begynner å vokse.

### 2.1.2 *Problemer med riser indusert slugging*

Denne formen for slugg-strømning skaper problemer for produksjonsplattformer. I riseren fra havbunnen til plattformen kan disse sluggene vokse seg meget store, og skape problemer når de ankommer produksjonsenheten. Det første problemet kan oppstå i mottaks-separatoren. Store variasjoner i væskenivået fører til ikke-optimal separering, og i verste fall flooding. Flooding er at væsken stuves opp og i realiteten begynner å gå over topp i tårnet. Neste problem kan oppstå i kompressorene. Problemet er at for store trykksvingninger i inngangen kan føre til uønsket flaring. Slugg-strømning fører til store variasjoner i mengde av gass og olje som må håndteres. Disse svingningene i inngangen til produksjonen fører til vanskeligheter med å holde en jevn og kontinuerlig drift, som igjen gir utslag i redusert ytelse for produksjonen. Slugg-strømning skaper også unødvendig slitasje på utstyret.

En løsning for å unngå det uønskede strømningsmønsteret er å strupe chokeventilen tilstrekkelig. Dette fører til en trykk økning over ventilen, som videre fører til en trykk økning i hele rørsystemet. Trykkøkningen gir en lavere olje utvinning. Det har også blitt installert injeksjon av løftegass i bunn av riseren for å unngå slugg-strømning. En annen løsninger på problemet er å installere store mottakstanker (slug-catchers). Dette er uøkonomisk da store enheter offshore er kostbart. Ved bruk av aktiv regulering for å hindre slugg-strømning, kan man stabilisere strømningen ved lavere trykk, noe som gir en høyere olje utvinning. Ved å løse slugg-strømnings problemet med aktiv regulering, vil man kunne spare mye økonomisk.

## 2.2 *LQG regulering*

### 2.2.1 *Tilstandsrom-modell*

LQG (linear quadratic gaussian) er en multivariabel reguleringsstruktur. I multivariabel regulering bruker en som regel tilstandsrom-modell for å beskrive systemet.

$$\dot{x} = Ax + Bu + w_d \tag{1}$$

$$y = Cx + Du + w_n \tag{2}$$

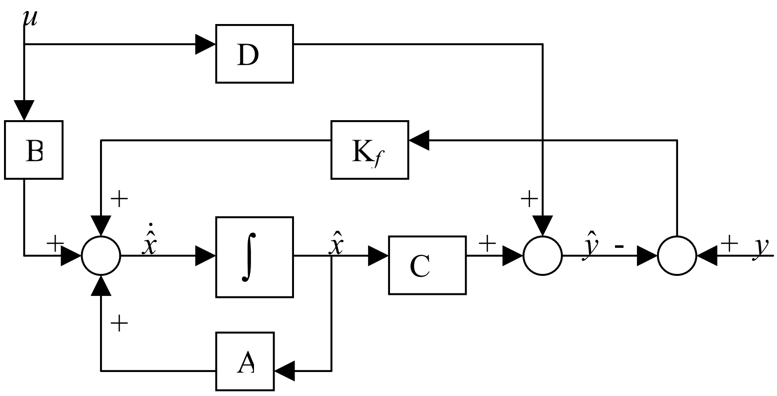
$x \in R^n, u \in R^m, y \in R^p, A \in R^{n \times n}, B \in R^{n \times m}, C \in R^{p \times n}, D \in R^{p \times m}$

*x* er tilstandene, *y* er målepunktene, *u* er pådraget, $w_d$ er forstyrrelser (prosess støy) og $w_n$ er måle støy. $w_d$ og $w_n$ er hvit støy. *A*, *B, C, D*, $w_n$ og $w_d$ er lineariserte ligningene på matriseform med avviksvariable: tilstander, pådrag og forstyrrelser.

### 2.2.2 *Kalman filter*

***Lineært Kalman filter***

Kalman filter er en estimator som bruker målepunktene (y) og pådragene (u) til å estimere tilstandene. Den mest vanlige formen er lineært Kalman filter.

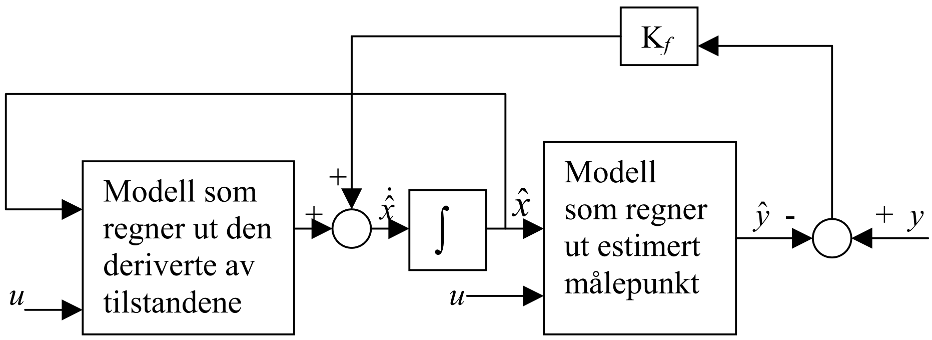



**Figur 2:** Lineært Kalman filter

A, B,C og D blokkene er matrisene fra tilstandsrom-modellen. $K_f$ bruker differansen mellom reell og estimert verdi av målepunktet til å beregne hvor mye som skal trekkes fra eller legges til de deriverte estimerte tilstandene. På denne måten rettes estimeringsfeil i Kalman filteret opp.

***Ulineært Kalman filter***

Hvis systemet som skal estimeres er ulineært, eller grense syklusen det estimeres rundt er for langt unna lineariseringspunktet, vil et lineært Kalman filter estimere feil. Et ulineært Kalman filter vil da gi mindre estimeringsfeil i tilstandene. I et ulineært Kalman filter benyttes en ulineær modell som beskriver systemet.




**Figur 3:** Ulineært Kalman filter

I denne oppgaven er det brukt $K_f$ som i et lineært Kalman filter. Verdien for $K_f$ er konstant selv om *u* endrer seg. Modellen som er brukt er Storkaas kontinuerlige ulineære modell for slugging

***Beregning av Kalman filterets forsterkning $K_f$***

Kalman filterets forsterkning ble beregnet med Matlab funksjonen *kalman*. Denne funksjon bruker en tilstandsrom-modell med målestøy ($v$) og prosesstøy ($w$)

$$\dot{x} = Ax + Bu + Gw \tag{3}$$
$$y = Cx + Du + Hw + v \tag{4}$$

For å estimere både tilstander og forstyrrelser med Kalman filteret ble *x-vektoren* satt til:

$$x = \begin{bmatrix} tilstander \\ forstyrrelser \end{bmatrix} \tag{5}$$

### 2.2.3 LQG regulator

En LQG regulator bruker estimerte tilstander til input, og kan skrives på formen (Skogestad og Postlethwaite2001):

$$u(t) = -K_r \hat{x}(t) \tag{6}$$

$\hat{x}(t) \in R^n, \quad u(t) \in R^m \quad og \quad K_r \in R^{m \times n}$

$K_r$ blir beregnet slik at den gir den optimale u(t) som minimerer kostfunksjonen:

$$J = E\left\{ \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \left[ x^T Q x + u^T R u \right] dt \right\} \tag{7}$$

Q og R er vektingsmatriser

Hvis LQG regulatorene kun bruker estimatene fra Kalman filteret til input vil regulatoren bare ha forsterkning (ren P-regulator). Integral virkning er ofte ønskelig for å fjerne stasjonæravvik. Dette kan gjøres ved å gi et eller flere målepunkt med integral virkning, i tillegg til estimatene fra Kalman filteret som input til regulatoren. $\hat{x}(t)$ vil da bli:

$$\hat{x} = \begin{bmatrix} tilstander \\ forstyrrelser \\ målepunkt \end{bmatrix} \tag{8}$$

### *Beregning av parametere for LQG regulator, $K_r$*

Til å beregne den optimale forsterkningen $K_r$, for LQG regulatoren ble Matlab kommandoen *lqr* brukt. Denne kommandoen bruker A og B matrisa i tilstandsrom-modellen og vektings matrisene Q og R til å beregner den optimale forsterkningsmatrisen som minimerer kostfunksjonen (ligning 7). Regulatoren bir tunet med vektingsforholdet mellom enhetsmatrisene Q og R.

### *Beregning av parametere for LQG regulator med integral virkning*

Ved LQG regulering med integral virkning må $\hat{x}$-vektoren i tillegg til estimatene fra Kalman filteret inneholde et målepunkt med integral virkning, som vist i ligning (8).

Matlab kommandoen *lqr* ble også brukt til å beregne parameterene til LQG regulatoren med integral virkning. $C_I$ og $D_I$ er verdiene fra C- og D- matrisen i tilstandsrom-modellen for målepunktet med integral virkning. A'- og B'- matrisen som blir brukt til å beregne de optimale parameterene til LQG regulatoren med integral virkning blir da:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ -y_I \end{bmatrix} = A' \begin{bmatrix} tilstander \\ forstyrrelser \\ 0 \end{bmatrix} + B'u \qquad (9)$$

$$A' = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C_I & 0 \end{bmatrix} \qquad (10)$$

$$B' = \begin{bmatrix} B \\ -D_I \end{bmatrix} \qquad (11)$$

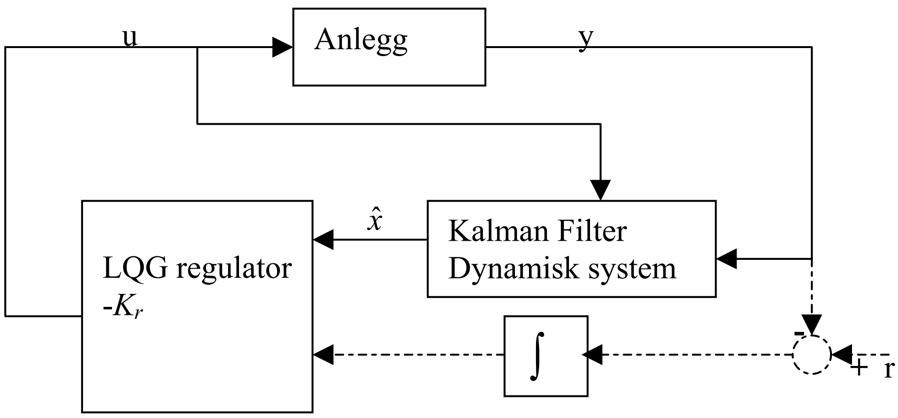
$$\dot{x} \in R^n, \quad u \in R^m, \quad y_I \in R^{p_I}, \quad A \in R^{n \times n}, \quad B \in R^{n \times m}, \quad C_I \in R^{p_I \times n},$$
$$D_I \in R^{p_I \times m}, \quad A' \in R^{(n+p_I) \times (n+p_I)} \quad og \quad B' \in R^{(n+p_I) \times m}$$

Vektings forholdet mellom Q' og R' gir nå forholdet mellom forsterkning og integral virkning. De to matrisene vil ha formen:

$$Q' = \begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} n & p_I \end{array} \\ & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{array}{c} n \\ p_I \end{array} \end{array} \qquad (12)$$

$$R' = k \cdot I(p \times p) \qquad (13)$$

### 2.2.4 LQG reguleringsstruktur



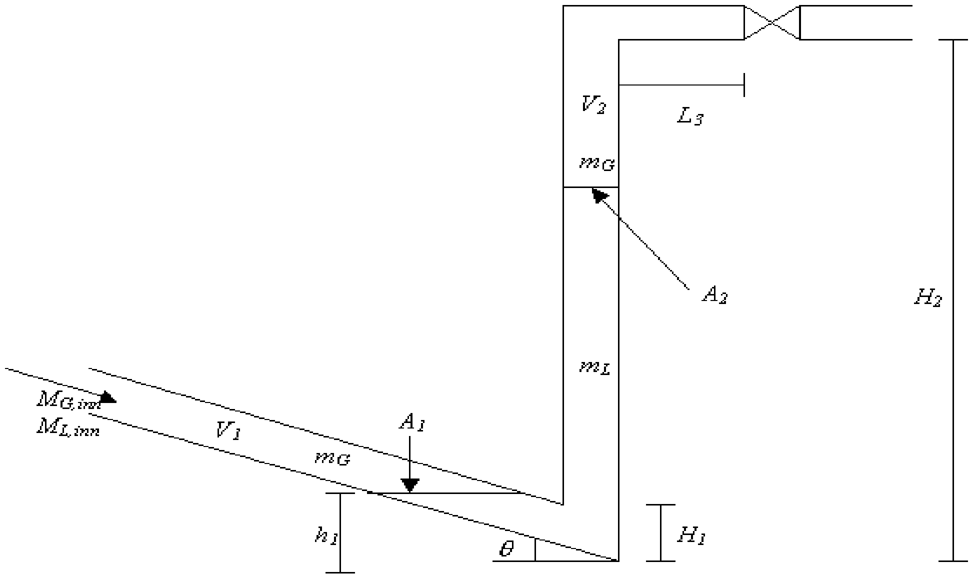

**Figur 4:** LQG reguleringstruktur med og uten integral virkning.

Figur 4 viser LQG reguleringsstruktur med og uten integral virkning. De stiplede linjene angir integral delen. LQG regulatorens input kommer fra et Kalman filter som estimerer tilstandene og eventuelt målepunkt med integral virkning.

# 3 Modeller

## 3.1 Storkaas modell

Tradisjonelle modeller for flerfase strømning er ofte bygget opp av partielle-differensial ligninger. Diskretisering av slike modeller gir et stort sett av ODE-ligninger. Reguleringsanalyser og reguleringsdesign blir unødvendig kompliserte på grunn av den store tilstandsdimensjonen. Av denne grunn er det ønskelig å jobbe med en modell som beskriver systemet godt med så få tilstander som mulig.




**Figur 5**: Illustrerer føderør, bunnpunkt av riseren, riser og chokeventil

Modellen som er brukt i oppgaven er utviklet av Storkaas og Skogestad. Geometrien til modellen er vist i figur 2. Vedlegg 1 inneholder notasjon, ligninger, antagelser og kommentarer til ligningene til modellen. Det er en forenklet ulineær modell med tre tilstander, som beskriver gravitasjons indusert slugging. De tre tilstandene i modellen er masse av gass i volum 1 og 2 og mengde av væske i riser ($m_{G1}, m_{G2}$ og $m_L$). Storkaas modell er kontinuerlig, og beskriver både slugg- og stasjonær strømning. Disse egenskapene er ønskelig ved testing av reguleringsdesign, og i reguleringsstrukturer som bruker en modell til å estimere eller prediktere. En mer detaljert beskrivelse kan leses i artikkelen til Storkaas og Skogestad (2002).

## 3.2 OLGA-2000

OLGA-2000 er basert på et software utviklet i 1983 av IFE for Statoil. Siden den tid har programmet kontinuerlig blitt forbedret med eksperimentelle data fra stor skala to-fasestrømnings laboratorium til SINTEF. Numeriske forbedringer er utført av IFE i samarbeid med olje selskaper.

Programmet er beregnet for simulering av flerfasestrømning. Programmets styrke ligger i de dynamiske simulerings mulighetene. Flerfase strømning er et dynamisk fenomen og bør av denne grunn også bli modellert dynamisk. I OLGA-2000 kan en gjøre dynamiske simuleringer av rørlednings nettverk med prossesenheter som kompressorer, pumper, varme vekslere, seperatorer, chokeventiler og regulatorer. Det er to grunnleggende strømnings regimer: boble- og slugg-strømning. OLGA-2000 kan simulere hydrodynamisk slugging og gravitasjons indusert slugging. Hovedanvendelses områder er studier av rørlednings design, drift og sikkerhets analyser.

## *3.3 OLGA-2000 – Simulink link*

OLGA-2000 blir nå levert med en OLGA-Matlab ”toolbox” som gjør de mulig å bruke de to programmene sammen. I denne oppgaven er reguleringsstrukturene laget i Simulink og testet mot en OLGA-2000 modell. For å få linket de to programmene sammen må OLGA Matlab ”toolbox” være installert og ”toolbox” mappen inkludert i Matlab ”path”. OLGA-toolbox blokksett er da tilgjengelig i Simulinks arkiv. OLGA-toolbox blokksett inneholder to blokker:

OLGA blokk
OLGA ”profile viewer block”

OLGA blokken inkluderer OLGA serveren i Simulink strukturen. Dette gjør det mulig å gjøre OLGA-2000 simuleringer i Simulink modellen. Simulink modellen kontrollerer OLGA–2000 simuleringen. Alle de mulige utgangs variable i OLGA-2000 bli sendt ut i Simulink. OLGA-2000s input kan kontrolleres i Simulink og sendes til OLGA-2000 modellen. Det er ingen begrensning i antall data som kan bli utvekslet mellom OLGA-2000 og Simulink.

Strukturen til input parameterne må inneholde følgende punkter:

| | |
|---|---|
| **InputFile** | ***Matlab stringen identifiserer OLGA-2000 input fil*** |
| *OLGAConnect* | stringen identifiserer computeren hvor OLGA-2000 kjøres fra. |

I reguleringsstrukturen brukes følgende valgfrie input parametere:

| | |
|---|---|
| *OLGACommand* | DOS kommando som starter OLGA fra Matlab |
| *TrendVariables* | Stringen identifiserer variablene som ønskes ut fra OLGA-2000 simuleringen |
| *InputVariables.* | |
| *Definition* | Stringen identifiserer variabler som skal bli sendt fra Matlab til OLGA-2000 |
| *Dimensions* | Vektor som angir størrelsen for hver variabel gruppe |
| *StartValues* | 1-D vektor som inneholder start verdiene for inputvariablene. |
| *SampleTimes* | En matrise med to kolonner som angir samplingstiden/raten, og døtiden mellom de OLGA-2000 og Simulink |

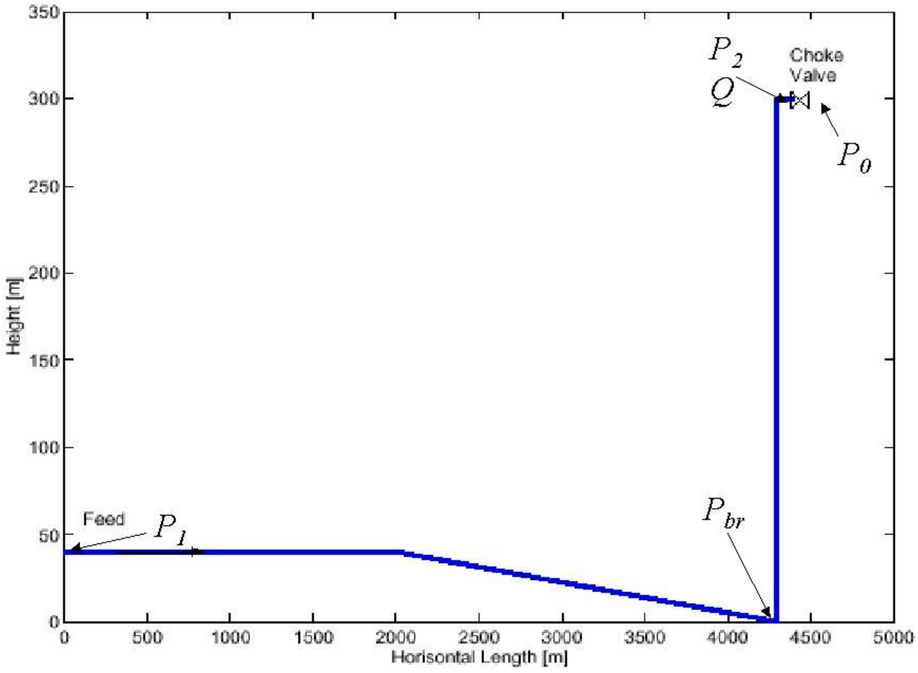
# *3.4 Oppgave case*

I oppgaven er det sett på de tre tilstandene i Storkaas modell: $m_L$, $m_{G1}$og $m_{G2}$. Når det refereres til alle tre tilstandene bukes ofte: x for tilstandene i Storkaas modell og $x_{est}$ for Kalman filterets estimerte tilstander.

**Tabell 1:** Målepunkter og forstyrrelser for de to modellene

| **Symbol og benevning** | **Forstyrrelse/ Målepunkt** | **Forklaring** |
|---|---|---|
| $P_1$ [bar] | målepunkt | Oppstrømstrykk 4500m foran bunnpunkt til riseren |
| $P_{br}$ [bar] | målepunkt | Oppstrømstryk i bunnpunktet til riseren |
| $P_2$ [bar] | målepunkt | Nedstrømstrykk foran chokeventil |
| $Q$ [m$^3$/s] | målepunkt | Total volum strøm gjenom chokeventil. |
| $P_0$ [bar] | Forstyrrelse | Trykk nedstrøms etter chokeventil. Målbar forstyrrelse |
| $mL_{inn}$ [kg/s] | Forstyrrelse | Massestrøm av gass inn i føderøret. Ikke målbar kun brukt i Storkaas modell |
| $mG_{inn}$ [kg/s] | Forstyrrelse | Massestrøm av væske inn i føderøret. Ikke målbar kun brukt i Stokaas modell |
| $mTot_{inn}$ [kg/s] | Forstyrrelse | Total massestrøm inn i føderøret. Ikke målbar kun brukt i OLGA-2000 modellen |

Da trykket etter chokeventilen også kan variere ble det sett på målepunktet $P_2 – P_0$ (*DP*). Så lenge det ikke er sett på forstyrrelser i $P_0$ er dette målepunktet i realiteten $P_2$. Målepunktet $P_1$ er det kun sett på i OLGA-2000 modellen, da Storkaas modell i denne oppgaven er tunet oppstrømstrykk til bunnpunktet i riseren. De tre målepunkts kombinasjonene det er sett på for LQG regulering er: $P_1$ & *DP* (kun OLGA-2000 modell), $P_{br}$ & *DP* og *Q* & *DP*. I grafer er regulering med målepunktene $P_1$ & *DP* gitt med grønne grafer, $P_{br}$ & *DP* gitt med blå grafer og *Q* & *DP* gitt med røde grafer. I Storkaas modell er det også sett på to ikke-målbare forstyrrelser: $mG_{inn}$ og $mL_{inn}$. I OLGA-2000 er massestrømmen inn gitt av en flash. Av denne grunn kan man kun se på $mTot_{inn}$ som ikke-målbar forstyrrelse for denne modellen.




**Figur 6:** geometri til riser systemet og målepunkter
figuren er hentet fra Storkaas og Skogestad (2002)

Figuren viser geometrien og målepunkter i de to modellene.

## LQG reguleringsstruktur Matlab og OLGA-2000

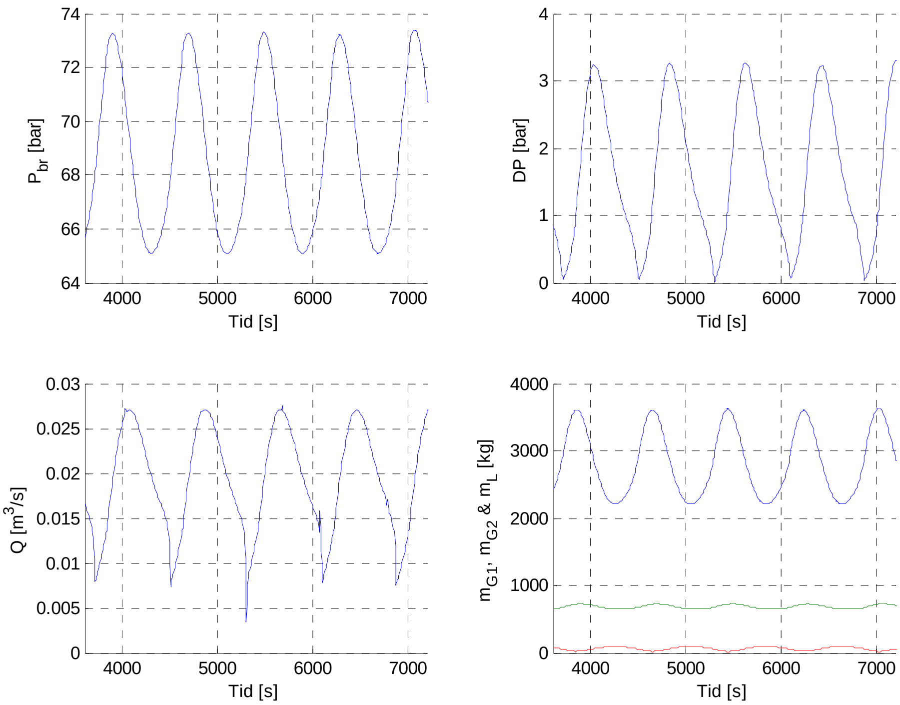
Reguleringsstrukturene ble laget i Matlabs Simulink. Det er sett på LQG regulering med og uten integral virkning. For å estimere tilstandene er det sett på lineært og ulineært Kalman filter. Det er også sett på hvordan forstyrrelser virker på LQG regulering med integral virkning med og uten forstyrrelse estimering. Chokeventilen i Simulink modellen har en åpnings- og lukningstid på 60s.

Forsterkningen til Kalman filteret $K_f$ og regulator parameterene til LQG regulatoren $K_r$ ble beregnet i Matlab. Matlab script er gitt i Vedlegg 2. Simulering av både Storkaas modell og OLGA-2000 modell ble gjort i Simulink. Storkaas modell ble linket til Simulinnk med en S-funksjon og OLGA-2000 modellen ble linket til Simulink med en OLGA blokk

For regulering ble A, B ,C og D matrisene til tilstandsrom-modellen funnet ved å linearisere modellen ved ventil åpning 0.3. Det operasjonspunktet ble valgt fordi dette gjorde det mulig å få en relativt rask stabilisering ved settpunkt 1 bar *DP*. Ved linearisering rundt lavere operasjonspunkt må regulatoren designes tregere for at den ikke skal bli ustabil ved settpunkt 1 bar *DP*. Dette var spesielt et problem for OLGA-2000 modellen.

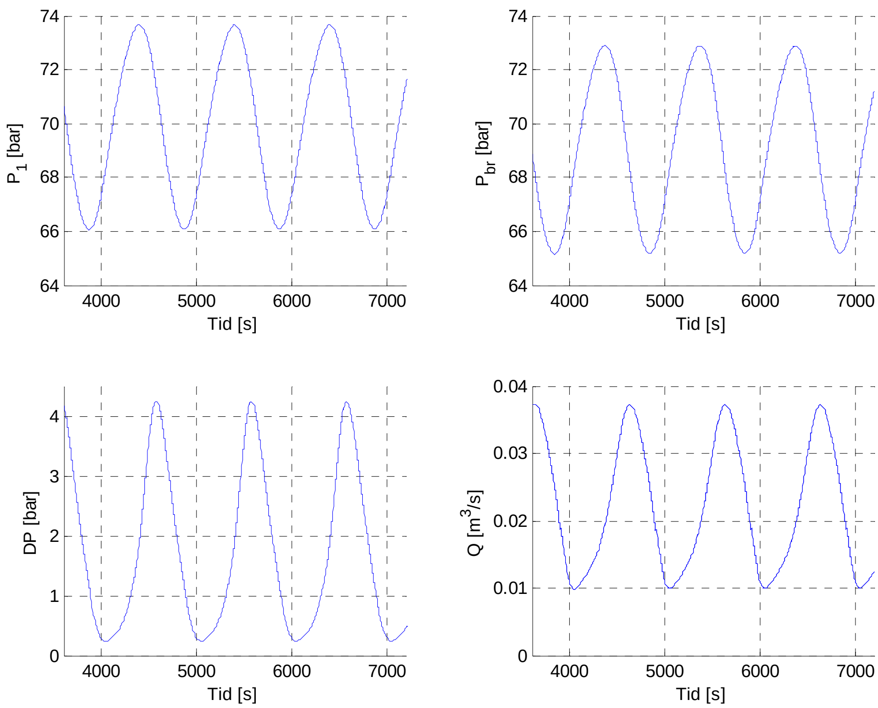
## *3.5 Åpen sløyfe simulering av de to modellene*

Storkaas modell simulerer slugg-strømning i steady state tilstand. OLGA-2000 modellen starter ikke i steady state, så det tar litt tid før simuleringen med denne modellen når steady state. For å sammenligne åpen sløyfe simuleringene av de to modellene er grafene vist fra 1 til 2 timer.




**Figur 7:** Simulering av åpen sløyfe fra 3600 til 7200 sekunder av Storkaas modell med ventil åpning 0.2.

Figur 7 viser hvordan de tre målepunktene $P_{br}$, $DP$ og $Q$ svinger med tiden. Det er også vist hvordan de tre tilstandene i modellen varierer med tiden. $m_{G1}$ er vist med grønn graf, $m_{G2}$ er vist med rød graf og $m_L$ er vist med blå graf.




**Figur 8:** Simulering av åpen sløyfe fra 3600 til 7200 sekunder av OLGA-2000 modell med ventil åpning 0.2

Figur 8 viser de fire målepunktene som ble sett på i OLGA-2000 modellen. $P_1$ og $P_{br}$ har forholdsvis lik bølgelengde og amplitude, men trykket er litt høyere lenger ut i rørledningen.

De to modellene gir en rimelig lik simulering av riser systemet i åpen sløyfe. Storkaas modell har litt kortere bølgelengde enn hva OLGA-2000 gir. Amplituden på svingningene til $DP$ og $Q$ i Storkaas modell er mindre enn hva OLGA-2000 gir, mens amplituden til $P_{br}$ er meget lik for de to modellene. Begge modellene viser at en har slugg-strømning i riser systemet med ventil åpning 0.2.

# 4 Resultater og Diskusjon

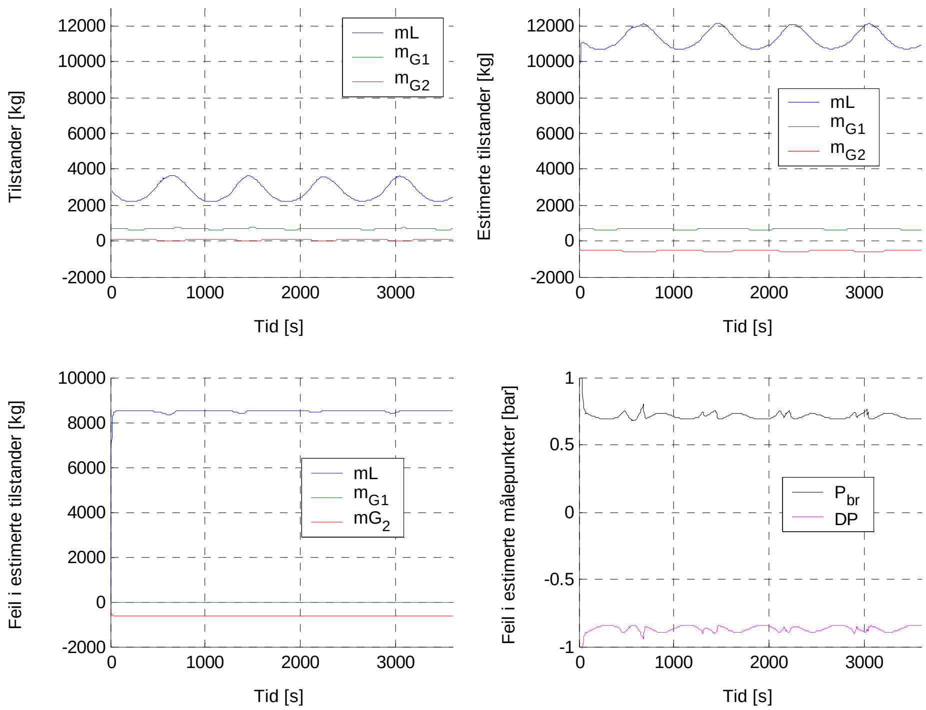
## 4.1 Kalman filter

Variansen i prosesstøy for tilstandene ble satt til 2% av tilstandene for begge modellene. Hvis forstyrrelsene ikke skal estimeres, settes variansen for de lik 0. Ved forstyrrelse estimering ble variansen av forstyrrelsene satt til 2% av forstyrrelsen i Storkaas modell. I OLGA-2000 modellen ble variansen av forstyrrelsen satt til 0.002 av forstyrrelsen ved forstyrrelse estimering.

Variansen i målestøy ble for trykkmålinger satt til 0.1 bar og for måling av total volumstrøm gjennom ventilen ble variansen satt til 0.001 $m^3/s$.

### 4.1.1 Lineært Kalman filter

I det lineære Kalman filteret ble det brukt to målepunkter og ventil åpningen til å estimere tilstandene. De to målepunktene det ble sett på var $P_{br}$ & *DP* (Oppstrømstryk i bunnpunktet til riseren & trykk over chokeventilen) og *Q* & *DP* (Total volum strøm gjenom chokeventil & trykk over chokeventilen), mens ventil åpningen var konstant 0.20. Modellen til Storkaas ble lineariset om operasjonspunktet for å gi A, B, C og D matrisene til tilstandsrom-modellen. Samme modellen ble brukt for å simulere riser systemet.



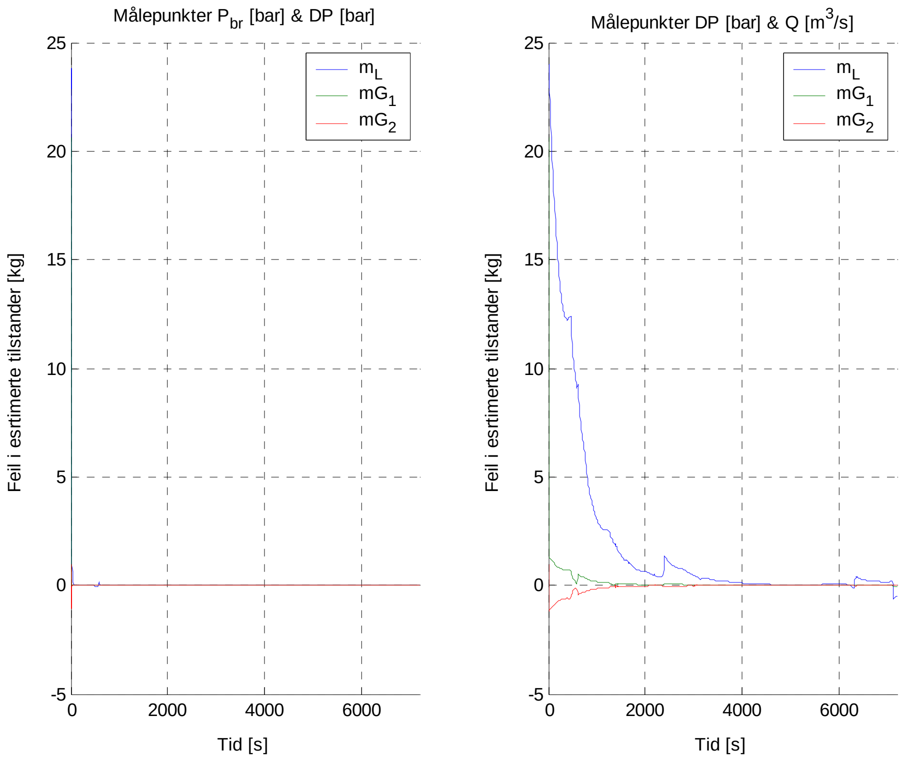

**Figur 9:** Reelle tilstander, estimerte tilstander, feil i estimerte tilstander og feil i estimerte målepunkter i lineært Kalman filter med målepunktene $P_{br}$ & *DP*. Ventil åpningen er konstant 0.2.

Figur 9 viser at det lineære Kalman filteret estimerer $m_L$ meget dårlig. Feilen er over 8000 kg, og den estimerte av $m_{G2}$ ligger under den reelle verdien. Det er kun $m_{G1}$ av tilstandene Kalman filteret klarer å estimere godt. I figur 9 er det også tatt med estimerings feilen av målepunktene ($y - y_{est}$). Ved å bruke målepunktene $Q$ og $DP$ blir feilen på de estimerte tilstandene like stor.

Lineært Kalman filter estimerer målepunktene relativt godt, men gir en meget stor feilestimering av tilstandene. I LQG regulering blir Kalman filter benyttet som en tilstandsestimator, og av denne grunn er lineært Kalman filter uegnet i denne sammenheng. En grunn for at lineært Kalman filter egner deg seg dårlig til å estimere systemets tilstander er at det blir estimert rundt en grensesyklus som er for langt unna selve lineariserings punktet. Dette vil si at en lineær modell ikke er representativ, og det er derfor forsøkt med et ulineært Kalman filter.

### 4.1.2 *Ulineært Kalman filter*

Et ulineært Kalman filter bruker en ulineær modell til å estimere de deriverte tilstandene og målepunktene. Storkaas sin modell ble brukt i det ulineære Kalman filteret. Samme modellen ble benyttet til å simulere riser systemet. Strukturen til et ulineært Kalman filter er gitt i teoridelen fig.3.




**Figur 10:** Feil i estimerte tilstander med ulineært Kalman filter med målepunktene $P_{br}$ & $DP$ til venstre og målepunktene $DP$ & $Q$ til høyre. Ventil åpningen er konstant 0.2

Ved t = 0 er feilen i estimert tilstand lik for de to Kalman filterene. Feilen går meget raskt mot null med målepunktene $P_{br}$ & $DP$ og etter 2000s er feilen til de estimerte tilstandene under 1e-4. Ved bruk av målepunktene $DP$ & $Q$ bruker filteret vesentlig lengere tid å konvergere start feilen, $m_L$ er den tilstanden filteret har størst problem med å konvergere og feilen til denne tilstanden konvergerer jevnt de første 2000s.

Her er estimeringsfeilen 0.5. Fra 2000s og ut er estimeringsfeilen til de tre tilstandene lavere enn 1. Ved 4000s har feilen til $m_L$ konvergert og etter dette er feilen til tilstandene 0.5 eller lavere. Ved estimering av målepunkter gir begge filterne kun avvik av liten grad. Filteret som bruker $P_{br}$ & $DP$ som målepunkter estimerer også målpunktene mer korrekt.

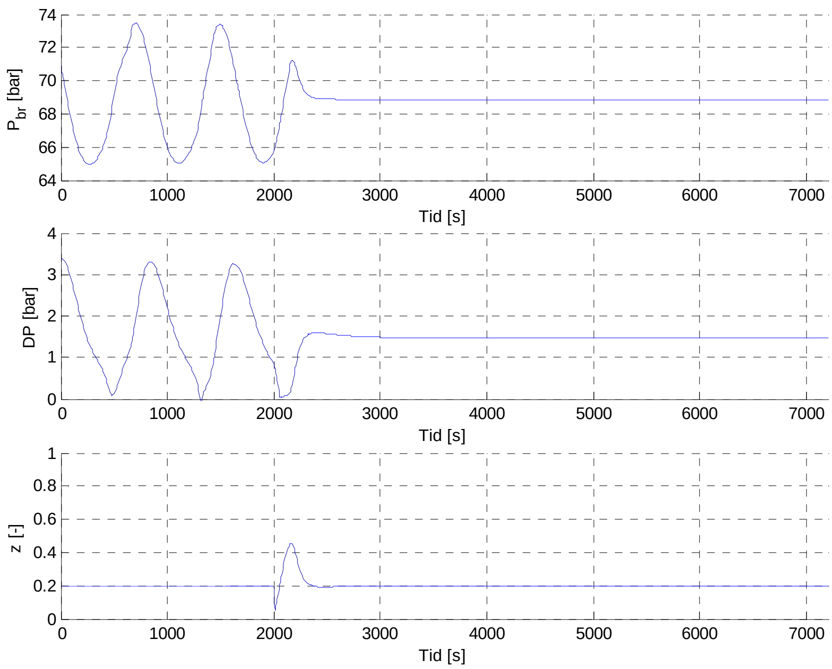
Et lineært Kalman filter er uegnet som estimator for LQG regulering av systemet. Det estimerer målepunktene relativt godt, men gir meget store feil på estimering av tilstandene. Ulineært Kalman filter med $P_{br}$ og $DP$ som målepunkter gir raskt en meget god estimering av tilstandene og målepunktene. Ved bruk av målepunktene $DP$ & $Q$ vil en også oppnå en relativt god estimering, men det tar tid før filteret oppnår lav estimeringsfeil. Av denne grunn bør filteret skrus på en stund før reguleringen begynner. Det ble videre i oppgaven kun jobbet med ulineært Kalman filter for LQG reguleringen.

## 4.2 LQG regulering

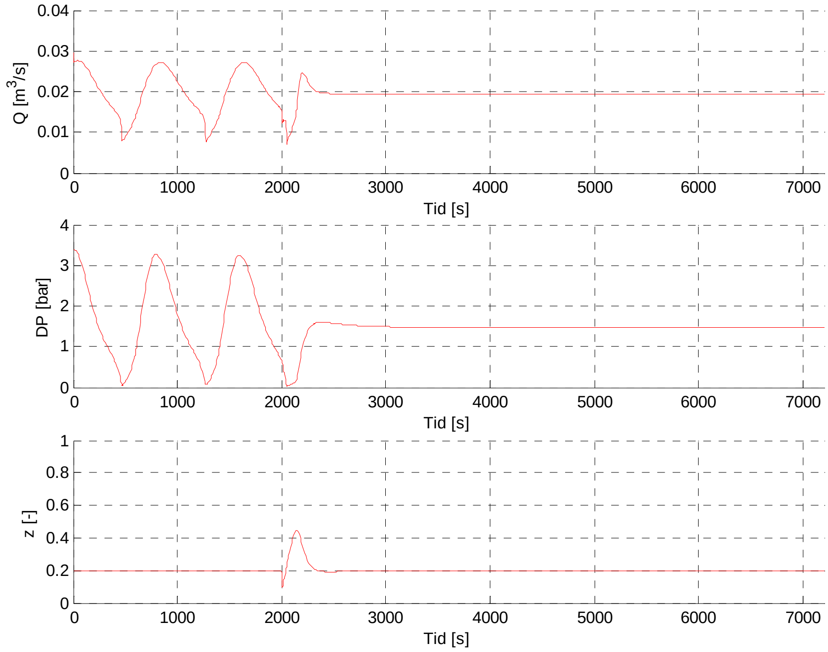
Med ulineært Kalman filter som estimator ble det implementert en LQG reguleringsstruktur. Uavhengig av hvilken modell eller målepunkt som er brukt er vektingsforholdet R/Q=80e8 for LQG regulatorene i denne oppgaven.

### 4.2.1 LQG på Storkaas modell

Storkaas modell ble brukt til å simulere riser systemet, med målepunktene $P_{br}$ & $DP$ og $Q$ & $DP$ for Kalman filteret.




**Figur 11:** LQG regulering av Storkaas modell med målepunkter $P_{br}$ & $DP$

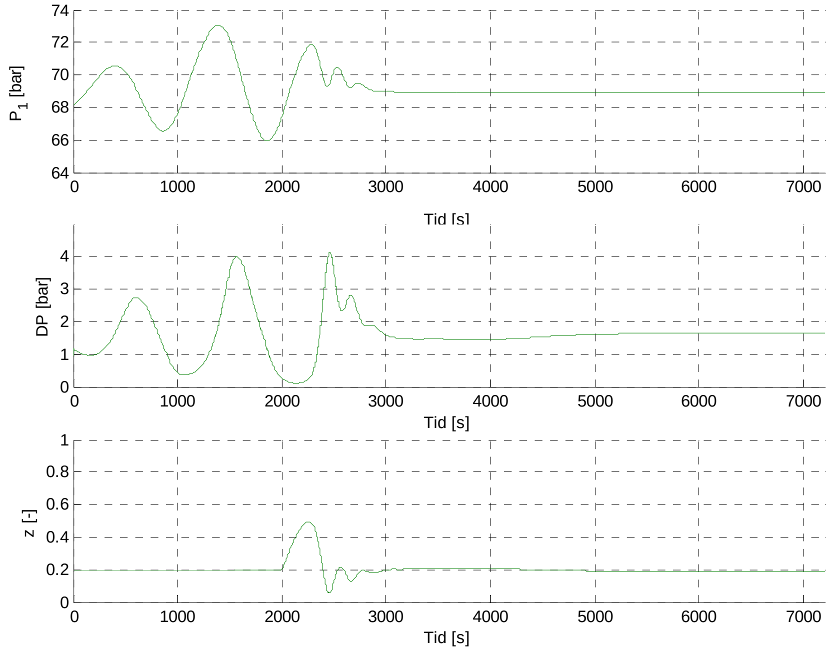



**Figur 12:** LQG regulering av Storkaas modell med målepunkter *Q* & *DP*

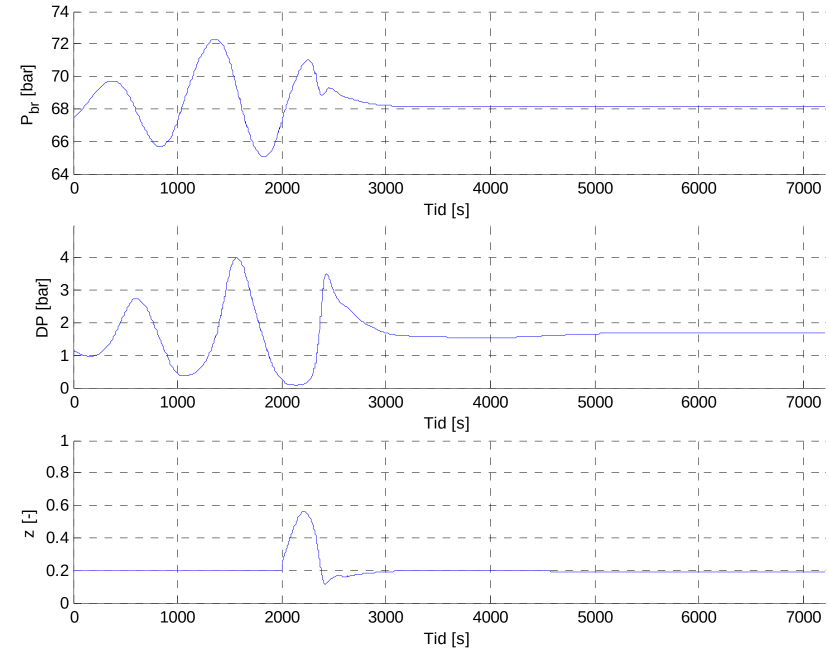
Figurene 11 og 12 viser LQG regulering av Storkaas modell. Regulatoren skrus på ved tiden 2000s. Systemet stabiliseres raskt med denne reguleringsstrukturen, både med målepunktene $P_{br}$ & *DP* og *Q* & *DP*. $P_{br}$ og *Q* gir begge litt overskyt, men stabiliserer seg raskt. *DP* er tilnærmet identisk i de to tilfellene; den gir minimal overskyt og oppnår stabilitet nesten likt med *Q* og $P_{br}$. Ventil bruken er også meget lik for de to tilfellene. Grafene viser en moderat ventil bruk. LQG stabiliserer Storkaas modell godt både med $P_{br}$ & *DP* og *Q* & *DP* som målepunkter for de ulineære Kalman filterene.

### *4.2.2 LQG på OLGA-2000 modell*

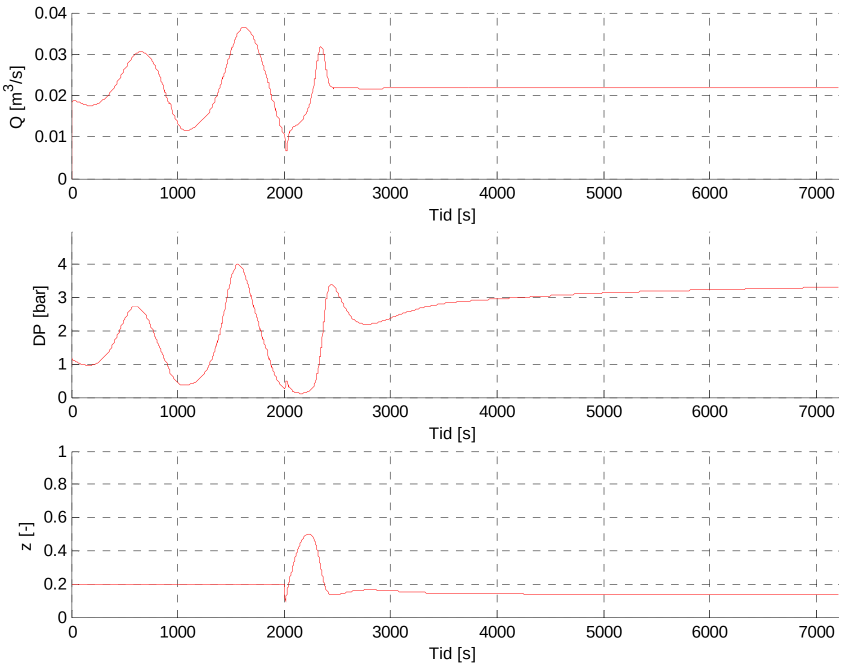
LQG reguleringsstrukturen ble også testet på OLGA-2000 modellen. Her ble også målepunktet $P_1$ & $DP$ (Oppstrømstrykk 4500m foran bunnpunkt til riseren & Trykk over chokeventilen) tatt med i tillegg til $P_{br}$ & $DP$ og $Q$ & $DP$.




**Figur 13:** LQG regulering av OLGA-2000 modell med målepunkter $P_1$ & $P_2$




**Figur 14:** LQG regulering av OLGA-2000 modell med målepunkter $P_{br}$ & $P_2$




**Figur 15:** LQG regulering av OLGA-2000 modell med målepunkter *Q* & $P_2$

Ved bruk av trykkene som målepunkter stabiliserer systemet seg relativt raskt. Med målepunktene $P_{br}$ & *DP* blir det en mindre overskyt og stabilt trykk nås med en mer jevn kurve enn hva som er tilfelle med $P_1$ & *DP*. Tiden det tar å nå stabilitet er nesten identisk for de to målepunktene. Ventil bruken er moderat i begge tilfellene. Ved å bruke målepunktene *Q* & *DP* stabiliseres *Q* raskt med litt overskyt, men *DP* gir et stasjonæravvik. Stasjonæravviket skyldes at LQG regulatoren kun har forsterkning og ingen integral virkning.

*DP* & *Q* er ikke egnet til å stabilisere riser systemet med OLGA-2000 modell på grunn av stasjonæravvik. Trykket i bunnpunktet av risern gir litt mindre svingninger ved stabilisering enn hva en trykk måling 4500m unna riseren gir. Begge trykk målingene er velegnet for bruk av LQG regulering av systemet.

OLGA-2000 modellen gir mer overskyt og svinger mer ved stabilisering enn Storkaas modell. At OLGA-2000 svinger mer ved stabilisering er naturlig da den inneholder mer høyordens dynamikk enn Storkaas modell. Av denne grunn tar det lengere tid å oppnå stabilitet med denne modellen. Målepunktene *Q* & *DP* i Storkaas modell gir mindre stasjonæravvik enn OLGA-2000 modellen. Når målepunktet *Q* benyttes blir systemet mer sensitivt for modell feil.

Det er ikke lagt ned mye arbeid å fintune LQG regulatoren, da regulering uten integral virkning gir stasjonæravvik. I tillegg er det mer komplisert å gjøre settpunkts endringer ved å bruke tilstander enn å bruke målepunkter.

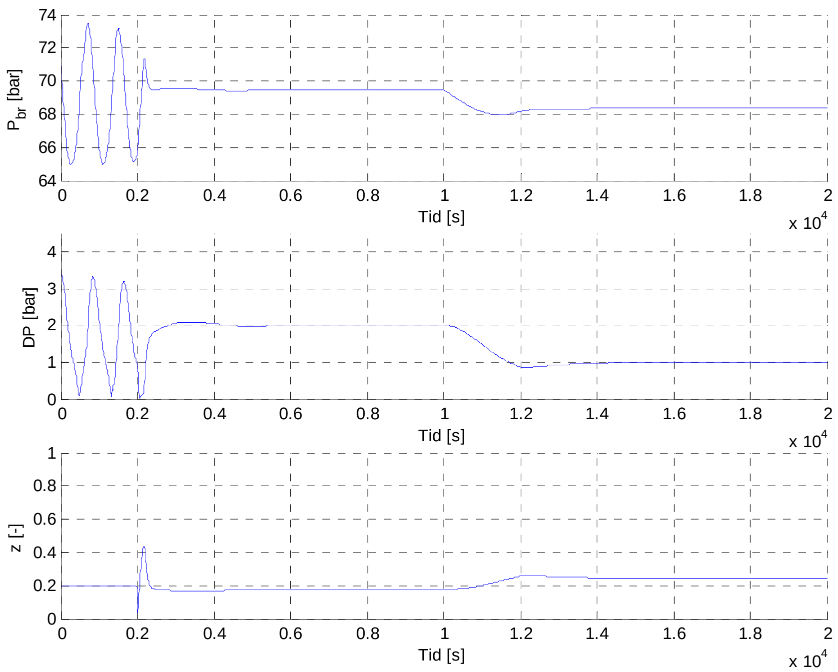
## 4.3 LQG regulering med integral virkning

Integral virkningen ble satt på målepunktet *DP*, fordi når DP blir lav, minker forsterkningen og det blir vanskelig å holde stabilitet. Ved forstyrrelser må parameterene som ikke er gitt et spesielt settpunkt forandre seg for å opprettholde stabil drift på det gitte settpunktet. Ved drift på lave trykk er det derfor ønskelig at forandringen ikke skjer med *DP*. Dette unngås ved å bruke *DP* som settpunkt.

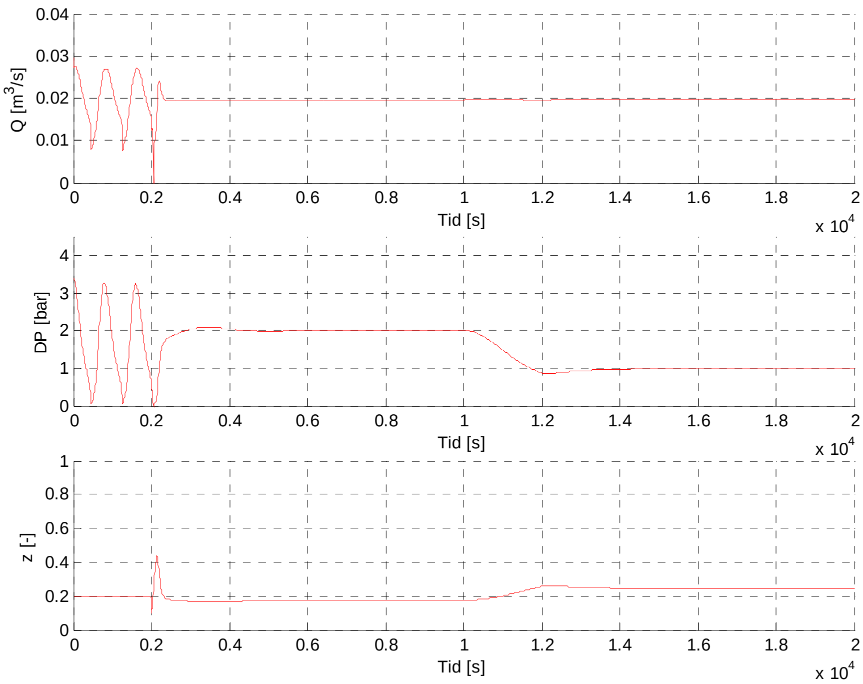
LQG regulatoren med integral virkning ble vektet R'/Q' = 80e6 uavhengig av hvilke målepunkt som er brukt i begge modellene.

### 4.3.1 LQG med integral virkning på Storkaas modell

LQG regulering med integral virkning på *DP* ga en god stabilisering og muligheter for settpunkts endringer på Storkaas modell.




**Figur 16:** LQG regulering med integral virkning av Storkaas modell med målepunkter $P_{br}$ & *DP*




**Figur 17:** LQG regulering med integral virkning av Storkaas modell med målepunkter *Q* & *DP*

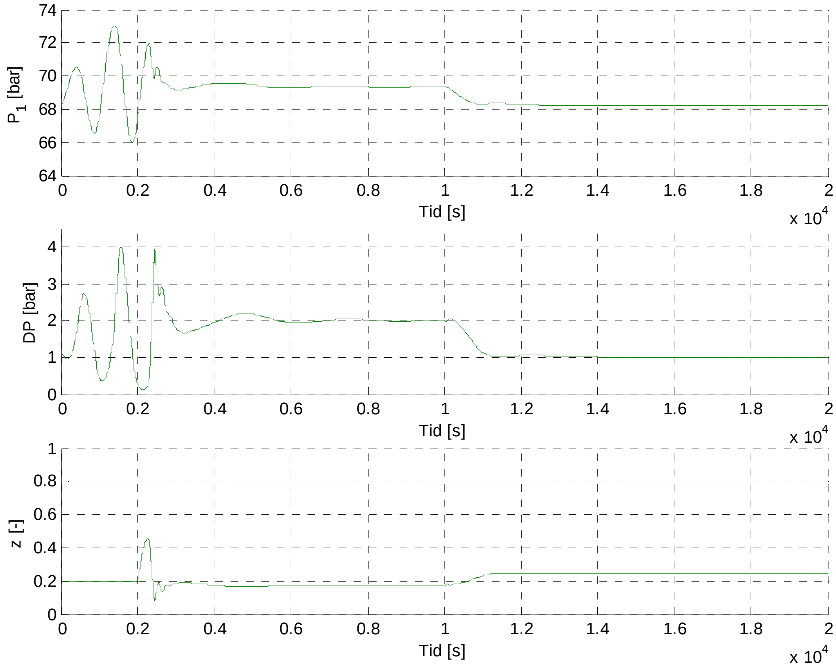
Figurene 16 og 17 viser LQG regulering med integral virkning av Storkaas modell med målepunktene $P_{br}$ & *DP* og *Q* & *DP*. Regulatoren blir satt på ved tiden 2000s med settpunkt 2 bar for *DP*. Ved tiden 10 000s er det en settpunkts endring til 1 bar. Grafene for *DP* er nesten helt identiske for de to målepunktene $P_{br}$ & *DP* og *Q* & *DP*. Reguleringsstrukturen stabiliserer slugg-strømningen raskt, uten svingninger og overskyt i *DP*. Settpunkts endringen tar ca 2000s. Målepunktene uten integral virkning, $P_{br}$ og *Q*, gir litt overskyt men stabiliserer seg også raskt. Begge reguleringsstrukturene gir en moderat ventil bruk.

Integral virkningen må tunes litt tregt for å unngå ustabilitet på grunn av systemets trege dynamikk. Ved settpunks endringen er det nesten ingen synlig endring i *Q*. At *Q* har tilnærmet lik verdi for de to settpunktene gjør dette målepunktet uegnet for integral virkning.

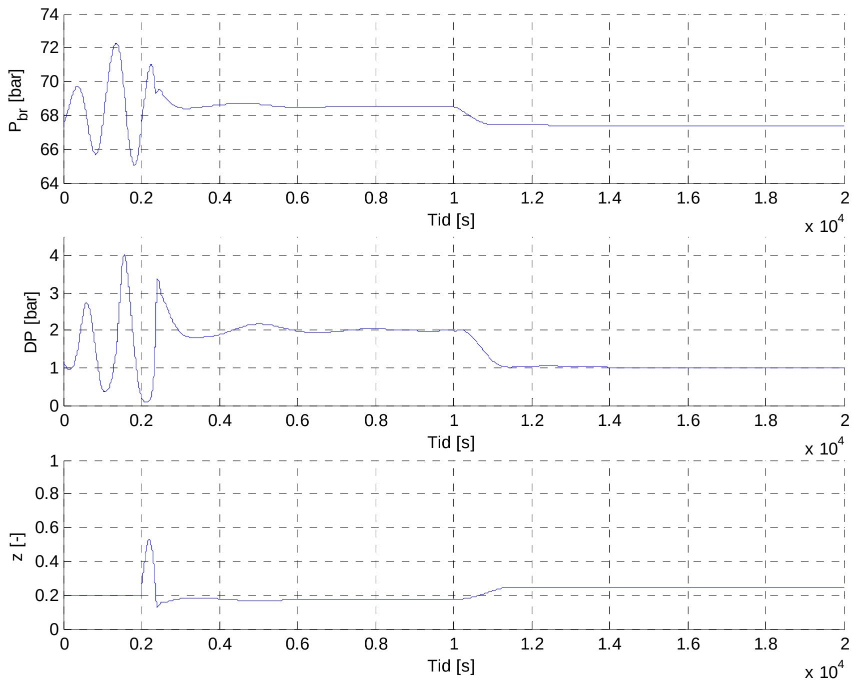
Systemet stabiliseres også bra til settpunkt 1 *DP*, *DP* gir her litt overskyt. I vedlegg 3 er det vist stabilisering ved 1 bar *DP* og en forstyrrelse uten forstyrrelse estimering ved 10 000s.

### 4.3.2 *LQG med integral virkning på OLGA-2000 modell*

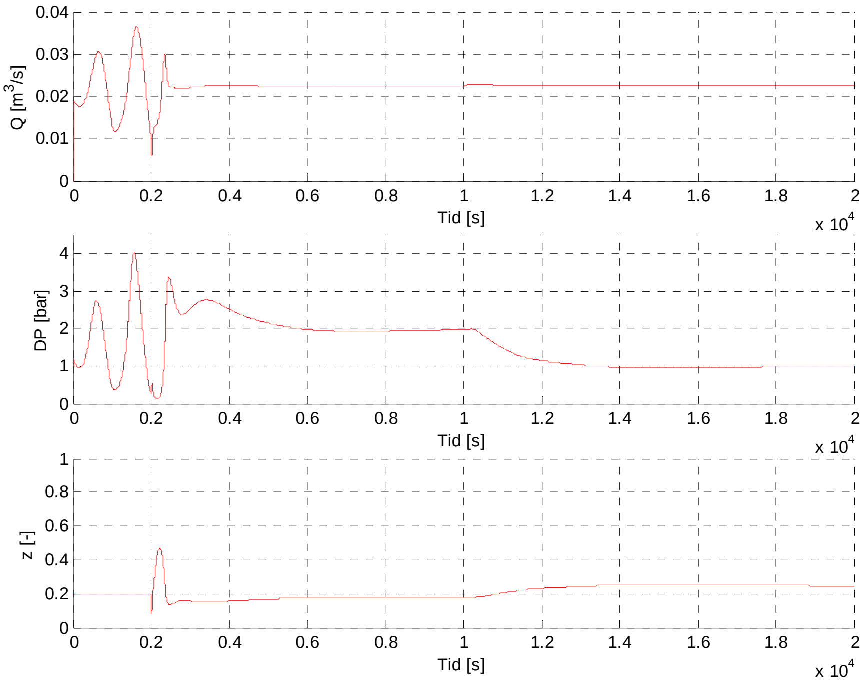
LQG reguleringsstrukturen med integral virkning ble også testet på OLGA-2000 modellen.




**Figur 18:** LQG regulering med integral virkning av OLGA-2000 modell med målepunkter $P_1$ & *DP*




**Figur 19:** LQG regulering med integral virkning av OLGA-2000 modell med målepunkter $P_{br}$ & *DP*




**Figur 20:** LQG regulering med integral virkning av OLGA-2000 modell med målepunkter *Q* & *DP*

Figurene 18, 19 og 20 viser LQG regulering med integral virkning av OLGA-2000 modellen, med de tre målepunkts kombinasjonene. Regulatoren blir skrud på ved tiden 2000s med settpunkt 2 bar *DP*. Ved tiden 10 000s er det en settpunksendring til 1 bar. Målepunktene $P_{br}$ & *DP* og $P_1$ & *DP* er vesentlig raskere både til å stabilisere systemet og settpunksendring enn hva som oppnås med *Q* & *DP*. Om oppstrømstrykk måles i riserens bunnpunkt eller 4500m ut i føderøret gir meget lik ytelse for reguleringsstrukturen. $P_{br}$ kan se ut til å gi litt mindre overskyt og svingninger med lavere amplitude ved stabilisering enn $P_1$.

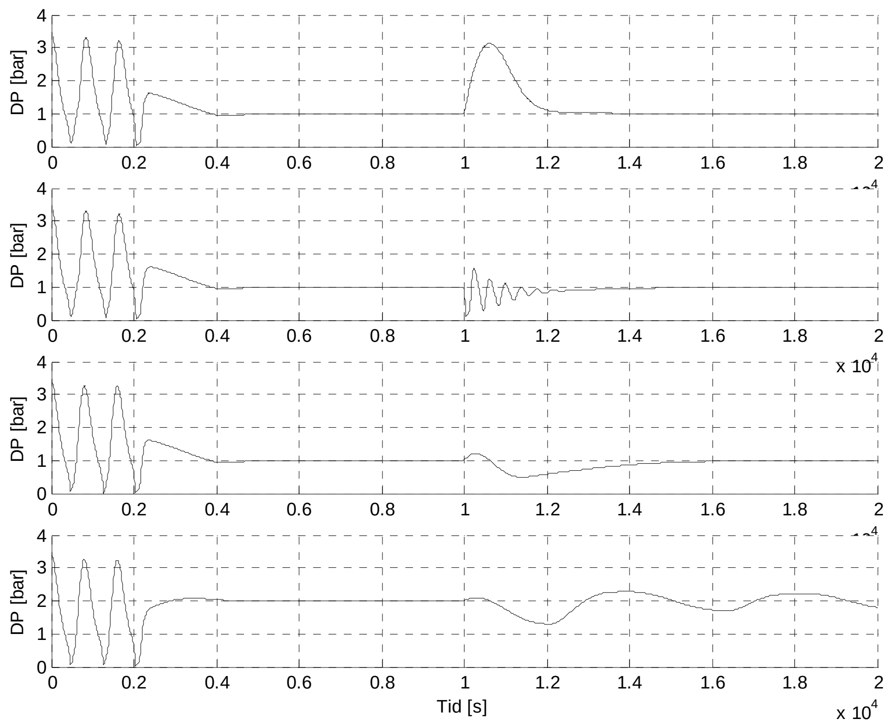
Reguleringsstrukturen stabiliserer slugg-strømningen også bra til 1 bar *DP*. Vedlegg 4 viser hvordan LQG regulering med integral virkning stabiliseres til settpunkt 1 bar *DP* med OLGA-2000 modellen. Ved 10 000s kommer det en forstyrrelse.

LQG regulering med integral virkning stabiliserer både Storkaas og OLGA-2000 modellene med de tre målepunkts kombinasjonene. Integral virkning fjerner stasjonæravviket og settpunktet kan også forandres om ønskelig. Trykk målinger av oppstrøms- og nedstrømstrykk er de best egnede målepunktene. Det er best med målepunkt i bunnpunktet på riseren, men det gir nesten like god regulering med måling av oppstrømstrykk 4500 meter unna bunnpunktet. Hvis ikke oppstrøms trykk er tilgjengelig kan målepunktene *Q* og *DP* brukes, men både stabilisering og settpunksendringer tar lengere tid med denne løsningen. LQG strukturen med integral virkning og målepunktene *Q* & *DP* gir raskere regulering enn hva som oppnås med en kaskadestruktur med samme målepunkt. Storkaas (2003) sammenlignet resultatet oppnådd i denne oppgaven med en egen kaskadestruktur. I vedlegg 5 er aktuell graf vist. Som forventet gir OLGA-2000 modellen mer overskyt og svingninger enn

Storkaas modell ved stabilisering, men ved settpunksendringer er OLGA-2000 modellen raskere med trykkmålinger.

## *4.4 Forstyrrelser på LQG regulering med integral virkning*

LQG reguleringen med integral virkningen stabiliserer begge modellene godt til settpunktene 1 og 2 bar. Den klarer også settpuksendringer. Det var derfor ønskelig å se på hvordan denne reguleringsstrukturen virker ved step forstyrrelser. Begge modellene og de tre målepunktene ble testet. Storkaas modellen ble testet med tre forstyrrelser, massestrøm av væske og gass inn i føderøret ($mL_{inn}$ [kg/s] og $mG_{inn}$ [kg/s]) og trykket etter chokeventilen ($P_0$ [bar]). Massestrømmene ble sett på som ikke-målbare forstyrrelser, mens trykket etter chokeventilen ble sett på som målbar. I OLGA-2000 modellen er massestrøm inn i føderøret gitt av en flash. Av denne grunn ble det bare sett på en ikke-målbar forstyrrelse; total massestrøm inn i røret ($mTot_{inn}$ [kg/s]). Her ble også trykket etter chokeventilen sett på som målbart. Forstyrrelsene skulle ikke lage større over/underskyt enn 2 bar, eller skape svingninger som varer lengere enn 2000s. Hvis forstyrrelsen ikke ga kraftig utslag, men var treg til å nå settpunktet, måtte den være rimelig nær settpunket etter 4000s. Det ble sett på to settpunkt 1 og 2 bar. Ved settpunkt 2 bar *DP* gir enkelte forstyrrelser svingninger med lav amplitude og lang bølgelengde. Det ble også satt en øvre grense for hvor store disse bølgene kunne bli. De fire grense tilfellene er vist i grafen nedenfor.




**Figur 21:** Toleransegrenser for forstyrrelsens utslag i *DP*

Figur 21 viser de fire toleransegrensene. Ovenfra og nedover vises: Overskyt 2 bar, svingninger i 2000s, treg til å nå settpunktet og svingninger med lav amplitude og lang bølgelengde.

### *4.4.1 Forstyrrelser på LQG med integral virkning uten forstyrrelse estimering på Storkaas modell*

Massestrøm gass inn i føderøret er 0.3620 kg/s, massestrøm væske inn i føderøret er 8.6400 kg/s og trykket bak chokeventilen er 50 bar. Nedenfor er det vist tabeller på hvordan step forstyrrelser virker inn på LQG med integral virkning på Storkaas modell med målepunktene $P_{br}$ & *DP* og *Q* & *DP*. Det ble sett på settpunkt 1 og 2 bar for *DP*. Resultater for 1 bar er vist i tabeller nedenfor. Dersom resultatene for 2 bar avviker blir dette bare kommentert. I vedlegg 3 er det vist utvalgte grafer fra resultatene omtalt i dette kapittelet.

**Tabell 2:** Step forstyrrelser med målepunkter $P_{br}$ & *DP* med settpunkt 1 bar *DP*

| **Forstyrrelse** | **økning (+) reduksjon (-) [%]** | **Kommentar** |
|---|---|---|
| $mG_{inn}$ | +18% (0.362 0.427[kg/s] ) | Overskyt 2 bar |
| $mG_{inn}$ | -18% (0.362 0.297[kg/s] ) | Svinger i 2000s |
| $mL_{inn}$ | +60% (8.64 13.8[kg/s] ) | Svinger i 2000s |
| $mL_{inn}$ | -24% (8.64 6.57[kg/s] ) | Overskyt nær 2 bar, ytterligere reduksjon gir feil i Storkaas modell |
| $P_0$ | +4% (50 52[bar] ) | Underskyt 2 bar |
| $P_0$ | -0.5% (5 49.75[bar] ) | Lite utslag, ytterligere reduksjon av $P_0$ gir feil Storkaas modell |

Med målepunktene $P_{br}$ & *DP* er systemet mest sensitivt for forandringer i $mG_{inn}$ av de to massestrømmene. Forstyrrelsene skaper lite estimeringsfeil i tilstandene. Feil i Storkaas modell kommer av at man får komplekse tall i utregningene og simuleringen brytes. Dette bør rettes opp i senere arbeider. Grenseverdier som skyldes ytterligere reduksjon eller økning gir feil i Storkaas modell er derfor ikke representative. Grenseverdien for reduksjon i $P_0$ er nok i realiteten vesentlig lavere.

Svingninger i 2000s observeres kun ved settpunkt 1 bar *DP*, og dette skjer hvis responsen av forstyrrelsen gir trykkfall i *DP*. Ved settpunkt 2 bar *DP* gir disse forstyrrelsene under- eller overskyt på 2 bar. Med toleransegrensene som er satt opp tåler systemet mer forstyrrelser ved 2 bar *DP*.

**Tabell 3:** Step forstyrrelser med målepunkter *Q* & *DP* med settpunkt 1 bar *DP*

| **Forstyrrelse** | **økning (+) reduksjon (-) [%]** | **Kommentar** |
|---|---|---|
| $mG_{inn}$ | +17% (0.362 0.424[kg/s] ) | Overskyt 2 bar |
| $mG_{inn}$ | -18% (0.362 0.297[kg/s] ) | Svinger i 2000s |
| $mL_{inn}$ | +10% (8.64 9.50[kg/s] ) | Overskyt 2 bar |
| $mL_{inn}$ | -5% (8.64 8.21[kg/s] ) | Lite utslag men bruker lang tid på å nå settpunktet |
| $P_0$ | +4% (50 52[bar] ) | Underskyt 2 bar |
| $P_0$ | -0.5% (5 49.75[bar] ) | Lite utslag, ytterligere reduksjon av $P_0$ gir feil Storkaas modell |

Ved å bruke målepunktene *Q* & *DP* er systemet mest sensitivt for forstyrrelser i $mL_{inn}$, av de to massestrømmene. Forstyrrelser i $mL_{inn}$ på 10% og lavere skaper store estimerings feil av tilstandene. Det er i tilstanden $m_L$ den største estimeringsfeilen oppstår. Ved 3% forstyrrelse blir feilen til $mL_{est}$ i størrelsesorden 200 –250 kg og ved 10% blir feilen ca. 800 kg. Forstyrrelser i $mG_{inn}$ gir liten estimeringsfeil av tilstandene og gir derfor meget like resultater som $P_{br}$ & *DP*. Forstyrrelser i $P_0$ skaper ingen estimeringsfeil.

Med målepunktene $P_{br}$ & *DP* skaper forstyrrelser i massestrømmene inn i føderøret liten estimeringsfeil. Forstyrrelsen i $mG_{inn}$ skaper kraftigst respons i *DP* med målepunktene $P_{br}$ & *DP*. Med målepunktene *Q* & *DP* skaper endringer i $mL_{inn}$ store estimeringsfeil i tilstandene. Av denne grunn bir systemet veldig sensitivt for forstyrrelser i $mL_{inn}$. Kalman filteret gir større estimerings feil ved forstyrrelser med målepunktene *Q* & *DP* enn med målepunktene $P_{br}$ & *DP*. Dette gjør at systemet blir mer sensitivt og lettere ustabilt ved forstyrrelser hvis målepunktene *Q* & *DP* benyttes. Ved step i den målbare forstyrrelsen $P_0$ blir responsen den samme med de to målepunktene. Reduksjon i $P_0$ skaper lett komplekse tall i Storkaas modell. Av denne grunn kan det ikke trekkes noen konklusjon om hvor toleransegrensen for denne forstyrrelsen går.

### *4.4.2 Forstyrrelser på LQG med integral virkning med forstyrrelse estimering på Storkaas modell*

Forstyrrelser i massestrømmene skapte estimeringsfeil i Kalman filteret, og særlig for målepunktene *Q* & *DP*. Det ble derfor forsøkt å estimere massestrømmene sammen med tilstandene i Kalman filteret. Dette var for å se om man kunne oppnå en bedre tilstandsestimering, og minke sensitiviteten for forstyrrelser. Estimering av forstyrrelse ble satt på etter at systemet var stabilt på gitt settpunkt. Det ble her også sett på settpunkt 1 og 2 bar for *DP*. Resultatene fra settpunkt 1 bar er vist i tabellene nedenfor. Dersom resultatene for 2 bar avviker blir det bare kommentert. Vedlegg 6 viser utvalgte grafer av resultatene omtalt i dette kapittelet.

**Tabell 4:** Step forstyrrelser med målepunkter $P_{br}$ & *DP* med settpunkt 1 bar *DP*

| Forstyrrelse | økning (+) reduksjon (-) [%] | Kommentar |
|---|---|---|
| $mG_{inn}$ | +60%<br>(0.362   0.579[kg/s] ) | Lite forstyrrelse, går tregt til settpunktet. Etter 4000s nær settpunktet. |
| $mG_{inn}$ | -51%<br>(0.362   0.177[kg/s] ) | Overskyt 2 bar. |
| $mL_{inn}$ | +100%<br>(8.64   17.28[kg/s] ) | Overskyt 1.25 bar, går tregt til settpunkt. Etter 4000s nær settpunkt. |
| $mL_{inn}$ | -24%<br>(8.64   6.57[kg/s] ) | Overskyt 1.5 bar, ytterligere reduksjon gir feil i Sorkaas modell |

Ved å estimere massestrømmene og tilstandene i Kalman filteret, blir systemet mye mindre sensitivt for forstyrrelser. Kalman filteret estimerer endringen i massestrømmen fort og veldig nøyaktig. Settpunkts endring i en massestrøm gir først utslag i begge estimerte massestrømmene, men begge massestrømmene stabiliserer seg meget raskt på riktig verdi.

**Tabell 5:** Forstyrrelser med målepunkter *Q* & *DP* med settpunkt 1 bar *DP*

| Forstyrrelse | økning (+) reduksjon (-) [%] | Kommentar |
|---|---|---|
| $mG_{inn}$ | +60%<br>(0.362   0.579[kg/s] ) | Lite forstyrrelse, går tregt til settpunktet. Etter 4000s nær settpunktet. |
| $mG_{inn}$ | -55%<br>(0.362   0.163[kg/s] ) | Overskyt 2 bar. |
| $mL_{inn}$ | +60%<br>(8.64   13.82[kg/s] ) | Svingninger med kort bølgelengde og stor amplitude i 2000s. |
| $mL_{inn}$ | -5%<br>(8.64   8.21[kg/s] ) | Svingninger med lang bølgelengde og lav amplitude. |

Ved å bruke Kalman filter som estimerer massestrømmer og tilstander med målepunktene *Q* & *DP,* blir systemet vesentlig mer robust mot forstyrrelser. Estimering av endringer i $mG_{inn}$ stabiliserer seg rask på ny korrekt verdi. Ved endringer i $mL_{inn}$ estimerer filteret forstyrrelsen tregere. Når $mL_{inn}$ øker, tar det litt tid før filteret observerer økningen. Ved reduksjon av $mL_{inn}$ gir estimeringen først en liten invers, respons så et underskyt, før den stabiliseres på korrekt verdi. At Kalman filteret bruker 5000s på å estimere korrekt verdi for reduksjon i $mL_{inn}$ fører til at en ikke ser en forbedring med de toleransegrensene som er satt. Step i $mL_{inn}$ tar markant lengere tid å estimere enn endringer i $mG_{inn}$. Når en massestrøm forandrer seg blir det også umiddelbart en liten feilestimering i den uforandrete strømmen, men estimeringsfeilen i begge strømmene blir til slutt null. Ved å bruke Kalman filter som også estimerer massestrømmene blir problemet med estimeringsfeil i tilstandene løst.

Kalman filter med forstyrrelse estimering gjør Storkaas modell mindre sensitiv mot forstyrrelser både med målepunktene $P_{br}$ & *DP* og *Q* & *DP*. Ved å bruke $P_{br}$ & *DP* blir forstyrrelsene raskere estimert enn hva som er tilfelle med *Q* & *DP*. Selv om *Q* & *DP* estimerer forstyrrelser i $mL_{inn}$ sakte, blir estimeringen korrekt. Dette løser problemet med estimeringsfeil i tilstandene, og systemet blir mer robust mot forstyrrelser.

### *4.4.3 Forstyrrelser på LQG med integral virkning uten forstyrrelse estimering på OLGA-2000 modell*

Den totale massestrømmen i OLGA-2000 modellen er 9.00 kg/s. Endringer i massestrømmen skjer lineært over 60s og denne forstyrrelsen er ikke-målbar. Forstyrrelser i $P_0$ bruker 1s til å nå ny verdi, og endringen er målbar. Det er her også sett på to operasjonspunkt 1 og 2 bar. Som tidligere er kun resultatene fra 1 bar vist i tabeller, og avvik ved 2 bar bare blir kommentert. Vedlegg 4 viser utvalgte grafer av resultatene omtalt i dette kapittelet.

**Tabell 6:** Forstyrrelser med målepunkter $P_1$ & *DP* med settpunkt 1 bar *DP* på OLGA-2000 modell

| **Forstyrrelse** | **økning (+) reduksjon (-) [%]** | **Kommentar** |
|---|---|---|
| $mTot_{inn}$ | +31% (9 11.8[kg/s] ) | Overskyt 2 bar går fort ned til ca. 0.8 bar, bruker lang tid derfra til settpunktet |
| $mTot_{inn}$ | -13.3% (9 7.8[kg/s] ) | Svinger i 2000s og gir overskyt 2 bar ved toppunkt på en svingning. |
| $P_0$ | +2% (50 51[bar] ) | Svinger i 2000s og gir overskyt ca. 1.7 bar ved toppunkt på en svingning. |
| $P_0$ | -3% (50 48.5[kg/s] ) | Overskyt 2 bar svinger i 2000s. |

Målepunktet $P_1$ & *DP* på OLGA-2000 tåler forstyrrelser ved settpunkt 1 bar *DP* godt. Ved settpunkt 2 bar *DP* blir systemet mer sensitivt for forstyrrelser i massestrømmen, men systemet bli mer robust mot forstyrrelser i $P_0$. De tre tilstandene som estimeres av Kalman filteret er forskjellige fra OLGA-2000 modellens tilstander. Det er derfor ikke mulig å beregne feilen i estimerte tilstander.

**Tabell 7:** Forstyrrelser med målepunkter $P_{br}$ & *DP* med settpunkt 1 bar *DP* på OLGA-2000 modell

| **Forstyrrelse** | **økning (+) reduksjon (-) [%]** | **Kommentar** |
|---|---|---|
| $mTot_{inn}$ | +20% (9 10.8[kg/s] ) | Overskyt 2 bar går fort ned til ca. 0.8 bar, bruker lang tid derfra til settpunktet |
| $mTot_{inn}$ | -13.3% (9 7.8[kg/s] ) | Svinger i 2000s og gir overskyt 2 bar ved toppunkt på en svingning. |
| $P_0$ | +4% (50 52[bar] ) | Først spontant ned til –1 bar DP deretter overskyt 2 bar og svinger i 2000s |
| $P_0$ | -3.5% (50 48.25[kg/s] ) | Overskyt 2 bar svinger i 2000s. |

Målepunktet $P_{br}$ & *DP* på OLGA-2000 tåler forstyrrelser ved settpunkt 1 bar *DP* godt. Ved settpunkt 2 bar blir systemet mer sensitivt for forstyrrelser i total massestrøm, mens forstyrrelser i P0 er sensitiviten uforandret.

**Tabell 8:** Forstyrrelser med målepunkter *Q* & *DP* med settpunkt 1 bar *DP* på OLGA-2000 modell

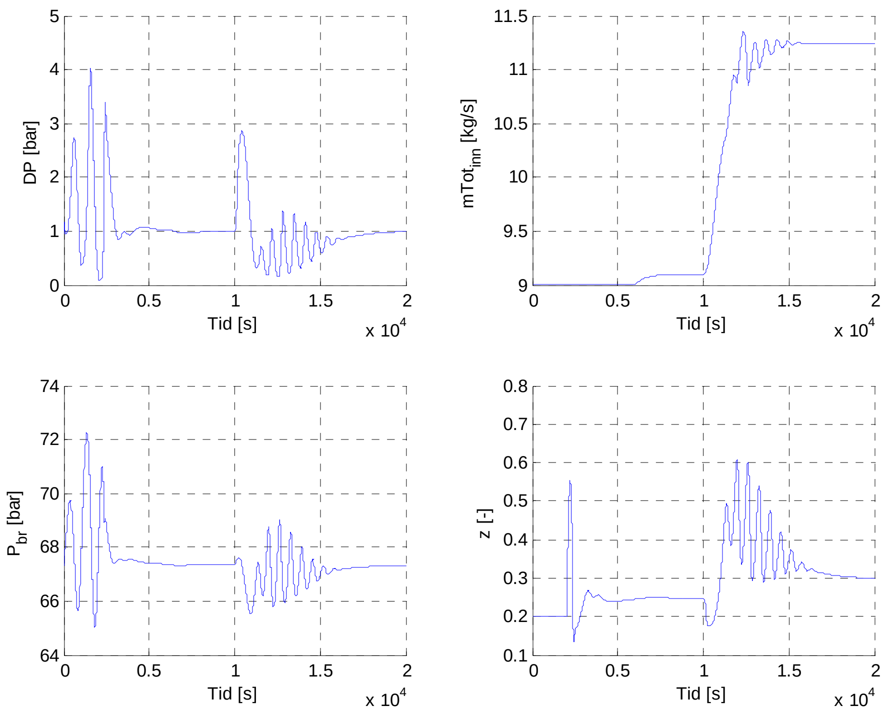
| **Forstyrrelse** | **økning (+) reduksjon (-) [%]** | **Kommentar** |
| --- | --- | --- |
| $mTot_{inn}$ | +16.7%<br>(9    10.5[kg/s] ) | Overskyt 2 bar går tregt ned, ved 2000s 1 bar over settpunkt og ved 4000s nær settpunkt |
| $mTot_{inn}$ | Reduksjon går ikke | Bruker 6000s til å nå settpunket, blir lett svingninger. Vedlegg 4 viser –2% |
| $P_0$ | +0.6%<br>(50    50.3[bar] ) | Små svingninger i 2000s, ved å øke forstyrrelsen tar det lang tid å nå settpunktet igjen |
| $P_0$ | -3.5%<br>(50    48.25[kg/s] ) | Overskyt 2 bar. |

Med målepunktene *Q* & *DP* er systemet meget sensitivt for forstyrrelser som skaper en reduksjon i *DP* ved settpunkt 1 bar *DP*. Forstyrrelsene gir ikke store svingninger men bruker lang tid til på å nå settpunktet. For forstyrrelser som gir trykk økning i *DP* er systemet rimelig godt. Ved å øke settpunktet til 2 bar *DP* blir systemet mer robust for forstyrrelser som gir trykkfall i *DP*.

Målingene $P_1$ & *DP* og $P_{br}$ & *DP* er bedre for undertrykking av forstyrrelser enn målepunktet *Q* & *DP*. Målepunktet $P_1$ er mindre sensitivt for økning i total massestrøm enn $P_{br}$. Dette skyldes at $P_1$ er 4500m oppstrøms i fødeføret, og vil derfor detektere endringer i total massestrøm før $P_{br}$. Ved endringer i den målbare forstyrrelsen $P_0$ er målepunktene $P_{br}$ & *DP* best, fordi denne målepunkts kombinasjonen gir den raskeste reguleringsstrukturen. Når LQG regulering med integral virkning tåler forstyrrelser så godt, og stabiliserer systemet så raskt, tyder det på at Kalman filtert estimerer tilstandene godt. Med målepunktene *Q* & *DP* blir systemet meget sensitivt for trykk reduksjoner i *DP* ved 1bar *DP*. Dette kan tyde på at systemet ikke kan senke settpunktet mer enn 1 bar *DP* før systemet blir ustabilt. Ved å øke settpunktet blir systemet mer robust mot forstyrrelser.

### *4.4.4 Forstyrrelser på LQG med integral virkning med forstyrrelse estimering på OLGA-2000 modell*

Det ble forsøkt å redusere feilestimering ved forstyrrelser i total massestrøm, ved å estimere tilstander og massestrøm med et Kalman filter. Når *DP* hadde nådd settpunktet ble massestrøm estimeringen skrudd på. Vedlegg 7 viser utvalgte grafer av resultatene omtalt i dette kapittelet.




**Figur 22:** Regulatoren skrus på ved tiden 2000s med målepunktene $P_{br}$ & $DP$, estimering av $mTot_{inn}$ begynner ved tiden 6000s og ved tiden 10 000s økes $mTot_{inn}$ med 20% (9 til 10.8 [kg/s]).

Variansen til estimeringen av massestrømmen er satt lavt for alle tre målepunktene. Hvis variansen til forstyrrelsen settes ti ganger høyere vil estimeringen får kraftigere svingninger. Dette før til at den bruker lengere tid på å stabilisere seg på samme verdi.

Figur 22 viser at Kalman filteret estimerer litt for høy verdi for $mTot_{inn}$ ved settpunkt. Denne feilestimeringen gir ikke utslag i *DP*. Ved å øke $mTot_{inn}$ med 20% (9 til 10.8 [kg/s]) over 60s, bruker Kalman filtert 5000s til å estimere endringen. Grafen viser at den estimerte sluttverdien av $mTot_{inn}$ ligger ca. 0.4 kg/s høyere enn riktig verdi. $P_1$ & *DP* gir den samme estimeringsfeilen ved settpunkt. En økning på 31% (9 til 11.8 [kg/s]) i $mTot_{inn}$ gir en estimeringsverdi ca 1 kg/s høyere enn korrekt verdi. Det tar ca. 6000s for den estimerte å nå slutt verdien. Estimeringen gjør at overskyten blir lavere, men bruker mye lengere tid  til å nå settpunktet med estimering av $mTot_{inn}$ enn uten. Systemet bruker lang tid på å nå settpunktet fordi Kalman filteret bruker lang tid på å estimere endringen.

Med målepunktene *Q* & *DP* estimerer Kalman filteret $mTot_{inn}$ 0.6 kg/s for lavt ved settpunkt. Denne estimerings feilen gir et overskyt på 1bar *DP* før det igjen stabiliserer seg på gitt settpunkt. Ved en økning på 16.7% ( 9 til 10.5 [kg/s]) i $mTot_{inn}$ tar ca 6000s før den estimerte massestrømmen stabiliserer seg ca. 0.7 kg/s under riktig verdi.

Med en forstyrrelse som bruker 60s til å nå nytt settpunkt, estimerer Kalman filteret massestrømmen for sakte til å gi forbedringer ved de toleransegrenser som er satt. Kalman filteret reduserer overskyt, men *DP* vil bruke lang tid på å nå settpunktet fordi estimeringen av forstyrrelsen er treg. Den estimerte verdien til massestrømmen er rimelig god, så ved trege endringer i massestrømmen kan det kanskje gi minket sensitivitet for forstyrrelser. Målepunkts kombinasjonen $P_{br}$ & $DP$ er best egnet til å estimere endringer i $mTot_{inn}$. Forstyrrelsen er sannsynligvis vanskelig å estimere på grunn av liten observerbarhet eller for få målepunkter. Dette gjør at forstyrrelsen må vektes veldig lavt og fører til sen estimering. Når Kalman filteret estimerer forstyrrelsen så sent som den gjør, vil det ikke gi noen bedring mot raske forstyrrelser. Kalman filteret kan detektere drift i operasjonspunktet, og kan gi regulatoren større operasjonsområde. Bruksområdet blir da å detektere og estimere forstyrrelser med lav frekvens.

## 4.5 Forslag til videre arbeid

Det første som bør gjøres er å rette på Storkaas modell slik at simuleringene ikke blir avbrutt av komplekse tall i ligningssettet. Dette vil gi mer realistiske grenseverdier for forstyrrelsene der dette var et problem. Det bør undersøkes hvor langt ut i føderøret oppstrøms trykkmåling kan ligge før ytelsen til reguleringsstrukturen svekkes. I denne oppgaven ble det funnet at det har liten betydning om oppstrøms trykkmåling ligger 4500m ut i føderøret eller i riserens bunnpunkt. Når LQG regulering gir såpass gode resultater, bør også andre multivariable og modellbaserte reguleringsstrukturer undersøkes.

# 5 Konklusjon

Et lineært Kalman filter gir for stor estimeringsfeil til å brukes som tilstands estimator for de tre tilstandene ($m_L$, $m_{G1}$ og $m_{G2}$) i Storkaas sin forenklede ulineære modell. Storkaas modell er utviklet av Stokaas og Skogestad. Ved å bruke Storkaas modell i et ulineært Kalman filter til å estimere de deriverte tilstandene og målepunktene, blir estimeringen av tilstandene gode. Forsterkningen i Kalman filteret blir beregnet som forsterkningen til et lineært Kalman filter. Det ulineære filteret er kontinuerlig og uten oppdatering.

LQG regulering med et ulineært Kalman filter stabiliserer slugg-strømning i både Storkaas og OLGA-2000 modellene. Denne reguleringsstrukturen gir 1 bar *DP* stasjonæravvik med målepunktene *Q & DP* i OLGA-2000 modellen.

LQG regulering med integral virkning på *DP* fjerner stasjonæravvik. Den stabiliserer slugg-strømningen til settpunkt 1 og 2 bar *DP* og kan gjøre settpunksendringer med alle tre målepunktene i begge modellene. I OLGA-2000 gir målepunktene med oppstrøms- og nedstrøms- trykk bedre ytelse både ved stabilisering, settpunksendringer og undertrykning av forstyrrelser enn *Q & DP*. Om målepunktet av oppstrømstrykk ligger i riserens bunnpunkt eller 4500m ut i føderøret har liten betydning for ytelsen til reguleringsstrukturen. LQG regulering med integral virkning øker ytelsen vesentlig for både stabilisering og settpunksenderinger i forhold til kaskaderegulering med målepunktene *Q & DP*.

Ved estimering av massestrømmene med Kalman filteret ble reguleringsstrukturen vesentlig mindre sensitiv for forstyrrelser i Storkaas modell. I OLGA-2000 modellen klarte ikke Kalman filteret å estimere stabile endringer i massestrømmen fort nok til å minke sensitiviteten for forstyrrelser. Feilen i estimert verdi er ikke stor og dermed kan det være en mulig løsning for trege forstyrrelser.

LQG regulering med Storkaas modell i et ulineært Kalman filter er velegnet for regulering av OLGA-2000 modellen. Simulering av Storkaas modell gir som regel like resultater som OLGA-2000, med unntak av estimering av forstyrrelser.

Trondheim 10.06.20003
Christian F. Trudvang
christiantrudvang@hotmail.com

# 6 Referanser

Havre.K og Dalsmo.M *Active Feedback Control as a Solution to Severe Sluging* SPE Annual Technical Conference and Exhibition in New Orleans 30.09-03.10.2001 SPE79252

Hende.P og Linga.H *Supression of terrain slugging with automatic and manual riser choking,* Advances in Gas-Liquid Flows, 2000. s.453-469

Henriot.V, Courbor.A, Heitze.E og Moyeux.L *Simulation of process to control severe slugging: Application to the Dunbar pipelines,* SPE Annual Conference and Exhibition in Housto, Texas 1999. SPE56461

Matlab *Documentation Control System Toolbox*

Scandpower Petrolium Technology *User's Manual OLGA-2000* Kjeller, Norway

Skofteland.G og Godhavn.J.M *Suppression of slugs in multiphase flow lines by active use of topside choke – Fild experience and experimental results.* Accepted for publication at Multiphase'03, San Remo, Italy 11-13 2003

Skogestad.S og Postlethwaite.I, *MULTIVARIABLE FEEDBACK CONTROL Analysis and design,* Second Edition, John Wiley & sons, 2001

Storkaas.E Foredrag *Forenklet modellering og analyse av gravitasjonsindusert sluggstrømning* Seminaret Optimal utnyttelse av naturgass den 23.04.2003. http://www.nt.ntnu.no/users/engelien/gass03/Espen_Storkaas.pdf

Storkaas.E, Alstad.V og Skogestad.S *Stabilization of desired flow regimes in pipelines.* AIChE Annnual meeting 2001, Reno, Nevada. Papper 287d

Storkaas.E og Skogestad.S, *Stabilization of severe slugging based on a low-dimensional nonlinear model,* AIChE Annual meeting 2002 Reno, Nevada

# *Vedlegg 1*

## *Notasjon, ligninger, antagelser og kommentarer til Storkaas modell*

**Notasjon:**

| Symbol | Forklaring | Benevning |
|---|---|---|
| $m_{Gi}$ | Masse av gass i volum *i* | kg |
| $m_L$ | Masse av væske | kg |
| $V_{Gi}$ | Gass volum i *i* | $m^3$ |
| $V_L$ | Volum tattopp av væske | $m^3$ |
| $V_{LR}$ | Volum av væske i riser | $m^3$ |
| $V_T$ | Totalt volum i riser | $m^3$ |
| $P_i$ | Trykk i volum *i* | $N/m^2$ |
| $\rho_{Gi}$ | Gass tetthet i volum *i* | $kg/m^3$ |
| $\rho_L$ | Væske tetthet | $kg/m^3$ |
| $\overline{\rho}$ | Gjennomsnittlig tetthet i riseren | $kg/m^3$ |
| $\rho_T$ | Tetthet oppstrøms ventil | $kg/m^3$ |
| $\upsilon_{G1}$ | Gass hastighet ved laveste punkt | m/s |
| $\upsilon_{mix,out}$ | Væskehastighet gjennom choke ventil | m/s |
| $\dot{m}_{G1}$ | Massestrøm av gass i $G_1$ | kg/s |
| $\dot{m}_{G,out}$ | Massestrøm av gass gjennom choke ventil | kg/s |
| $\dot{m}_{L,out}$ | Massestrøm av væske gjennom choke ventil | kg/s |
| $\alpha_L$ | Gjennomsnittlig væske fraksjon av væske, volum basis | - |
| $\alpha_{LT}$ | Væske fraksjon oppstrøms ventil, volum basis | - |
| $\alpha_L^m$ | Væske fraksjon oppstrøms ventil, masse basis | - |
| $h_1$ | Væske nivået høyde oppstrøms | m |
| $H_1$ | Kritisk væske nivå | m |
| $H_2$ | Høyde til riser | m |
| $r$ | Radius av rør | m |
| $A_1$ | Areal av væske overflate i $V_1$ | $m^2$ |
| $A_2$ | Areal av tverrsnitt av røret i riser | $m^2$ |
| $\hat{A}$ | Areal tilgjengelig for gass i bunn av riser | $m^2$ |
| $L_3$ | Lengde av horisontalt rør i topp | m |
| $\theta$ | Føderørets vinkel mot horisontalt plan | rad |
| $R$ | Gass konstant (8314) | J/K*kmol |
| $g$ | Tyngdens akselrasjon i gravitasjons feltet (9.81) | $m/s^2$ |
| $T$ | Systemets temperatur | K |
| $M_G$ | Molekyl vekt til gassen | kg/kmol |
| $\dot{m}_{G,inn}$ | Gass masse tilført systemet | kg/s |
| $\dot{m}_{L,inn}$ | Væske masse tilført systemet | kg/s |

| | | |
|---|---|---|
| $P_0$ | Trykk etter chokventil | N/m$^2$ |
| $z$ | Ventilens posisjon | - |
| $K_1$ | Choke ventil konstant | - |
| $K_2$ | Gasstrømning konstant | - |
| $K_3$ | Friksjons parameter | - |
| $n$ | $n$ i friksjons utrykket ( $w^n$ ) | - |

## Ligninger:

Interne ligninger

$$P_1 = \frac{m_{G1}RT}{V_{G1}M_G} \tag{A1}$$

$$\rho_{G1} = \frac{m_{G1}}{V_{G1}} \tag{A2}$$

$$V_L = \frac{m_L}{\rho_L} \tag{A3}$$

$$h_1 A_1 + V_{LR} = V_L \tag{A4}$$

$$V_T = A_2(H_2 + L_3) \tag{A5}$$

$$V_{G2} = V_T - V_{LR} \tag{A6}$$

$$\rho_{G2} = \frac{m_{G2}}{V_{G2}} \tag{A7}$$

$$\alpha_L = \frac{V_{LR}}{V_T} \tag{A8}$$

$$P_2 = \frac{m_{G2}RT}{V_{G2}M_G} \tag{A9}$$

$$\overline{\rho} = \frac{m_{G2} + V_{LR}\rho_L}{V_T} \tag{A10}$$

$$\overline{\rho}g(H_2 + H_3) - \rho_L g h_1 = P_1 - P_2 \tag{A11}$$

$$\alpha_{LT} = (V_{LR} > H_2 A_2)\frac{V_{LR} - A_2 H_2}{A_3 H_3} + \frac{w^n}{1+w^n}\left(\alpha_L - (V_{LR} > H_2 A_2)\frac{V_{LR} - A_2 H_2}{A_3 H_3}\right) \tag{A12}$$

hvor $w = \dfrac{K_3 \rho_{G1} \upsilon_{G1}^2}{\rho_L - \rho_{G1}}$

$$\rho_T = \alpha_{LT}\rho_L + (1 - \alpha_{LT})\rho_{G2} \tag{A13}$$

$$\alpha_L^m = \frac{\alpha_{LT}\rho_L}{\alpha_{LT}\rho + (1-\alpha_{LT})\rho_{G2}} \tag{A14}$$

Transport ligninger:

$$\upsilon_{G1} = (h_1 < H_1) K_2 \frac{H_1 - h_1}{H_1} \sqrt{\frac{P_1 - P_2 - \rho_L g \alpha_L H_2}{\rho_{G1}}} \qquad \text{(A15)}$$

$$\dot{m}_{G1} = \upsilon_{G1} \rho_{G1} \hat{A} \qquad \text{(A16)}$$

$$m_{mix,out} = K_1 z \sqrt{\rho_T (P_2 - P_0)} \qquad \text{(A17)}$$

$$\dot{m}_{G,out} = (1 - \alpha_L^m) m_{mix,out} \qquad \text{(A18)}$$

$$\dot{m}_{L,out} = \alpha_L^m m_{mix,out} \qquad \text{(A19)}$$

Geometriske ligninger

$$H_1 = \frac{2r}{\cos(\theta)} \qquad \text{(A20)}$$

$$A_1 = \frac{A_2}{\sin(\theta)} \qquad \text{(A21)}$$

$$\begin{aligned} \phi = &((H_1 - h_1)\cos(\theta) < r)\left(\pi - a\cos\left(1 - \frac{(H_1 - h_1)\cos(\theta)}{r}\right)\right) + \\ &((H_1 - h_1)\cos(\theta) > r)\left(a\cos\left(\frac{(H_1 - h_1)\cos(\theta)}{r} - 1\right)\right) \end{aligned} \qquad \text{(A22)}$$

$$\hat{A} = r^2 (\pi - \phi - \cos(\pi - \phi)\sin(\pi - \phi)) \qquad \text{(A23)}$$

Massebalanser:

$$\frac{d}{dt} m_L = \dot{m}_{L,inn} - \dot{m}_{L,out} \qquad \text{(A24)}$$

$$\frac{d}{dt} m_{G1} = \dot{m}_{G,inn} - \dot{m}_{G1} \qquad \text{(A25)}$$

$$\frac{d}{dt} m_{G2} = \dot{m}_{G1} - m_{G,out} \qquad \text{(A26)}$$

## Antagelser

For å lage en forenklet modell er følgende antagelser gjort:

3 Konstant væsketetthet i føderøret (neglisjert dynamikk i væske nivået). Dette gir:
    - Konstant gassvolum oppstrøms (volum variasjoner p.g.a. varierende væskenivå i bunnpunktet av riseren er neglisjert)
    - Konstant føde av væske rett i riser

4 Kun et kontrollvolum for væsken (som er en del av føde røret)

5 To kontrollvolum for gass, separert av bunnpunktet i riseren, og henger sammen gjennom trykk- strømning sammenheng.

6 Ideell gasslov

7 Stasjonær trykkbalanse mellom riser og fødepunkt.

8 Forenklet ventil modell for gass og væske som forlater riseren

9 Konstant temperatur

## Kommentarer til ligningene

De fleste ligningene er vanlige massebalanser, ideel gasslov, volumbalanser for væske med konstant tetthet og volum / masse fraksjoner. I den stasjonære trykkbalansen (ligning A11) er de dynamiske effektene akselerasjon og friksjon i rørveggen neglisjert. En forenklet ventil ligning (ligning A17) er brukt for choken, med antagelse om konstant massestrømning gjennom ventilen. Isteden for impuls balanse i røret er det brukt en trykk- strømning sammenheng for gassen (ligning A15) og en medrivingsligning for væsken (ligning A12).

# Vedlegg 2

## Beregninger av parametere for Kalman filter og regulator

Vedlegget viser Matlab scriptet som beregner forsterkningen til Kalman filter med og uten forstyrrelse estimering. Forstyrrelsen er $mTot_{inn}$. Scriptet beregner også parameterene for regulatoren med og uten integral virkning.

```
%   LQGdesign.m
clear all
global data
%   Initializing
mG_in=0.362;
mL_in=8.64;
z=0.13;
P1_stasj=70.13e5;
h1_stasj=0.11;
P2_stasj=53.4e5;
P0=50e5;
mTot_in=mG_in+mL_in;

[x01,y_stasj,data]=initialize(z,mG_in,mL_in,P1_stasj,h1_stasj,P2_stas
j,P0);
data.mF_G=mG_in/mTot_in;
data.mF_L=mL_in/mTot_in;

%   Operating point:
z_op=0.30;
load Stationary;
I=find(abs(z-z_op)==min(abs(z-z_op)));
u=[z(I);P0];
x0=[xs(1,I);xs(2,I);xs(3,I)];
ds=[mTot_in];
[A,B,C,D]=linearize(@slug_3D_lin,[],[x0;ds],[],u);
A(4,4)=-1e-4;


%   Output selection:
y_sel=[1 2];                %valg av målepunkt 1=Pbp/P1 2=DP 5=Q
n=length(A);
B=B(:,1);C=C(y_sel,:);D=D(y_sel,1);
G=eye(n);                       %Process noise on state derivatives
H=zeros(length(y_sel),n);       %Process noise on measurements

%Kalman filter uten forstyrrelses estimering
sys=ss(A,[B G],C,[D H]);
dss=[ds]*0;                   %ingen forstyrrelse estimering
x00=[x0(1);x0(2);x0(3)]*0.02;
w=diag([x00;dss]);              %Process noice variance
v=diag([0.1 0.1]);              %Measurement noise variance
[kest,l,p]=kalman(sys,w,v,0);   %Linear Kalman filter computation
l

%Kalman filter med forstyrrelses estimering
dsss=[ds]*0.0002;
ww=diag([x00;dsss]);
[kest,l_dest,p]=kalman(sys,ww,v,0); %Linear Kalman filter computation
l_dest
```

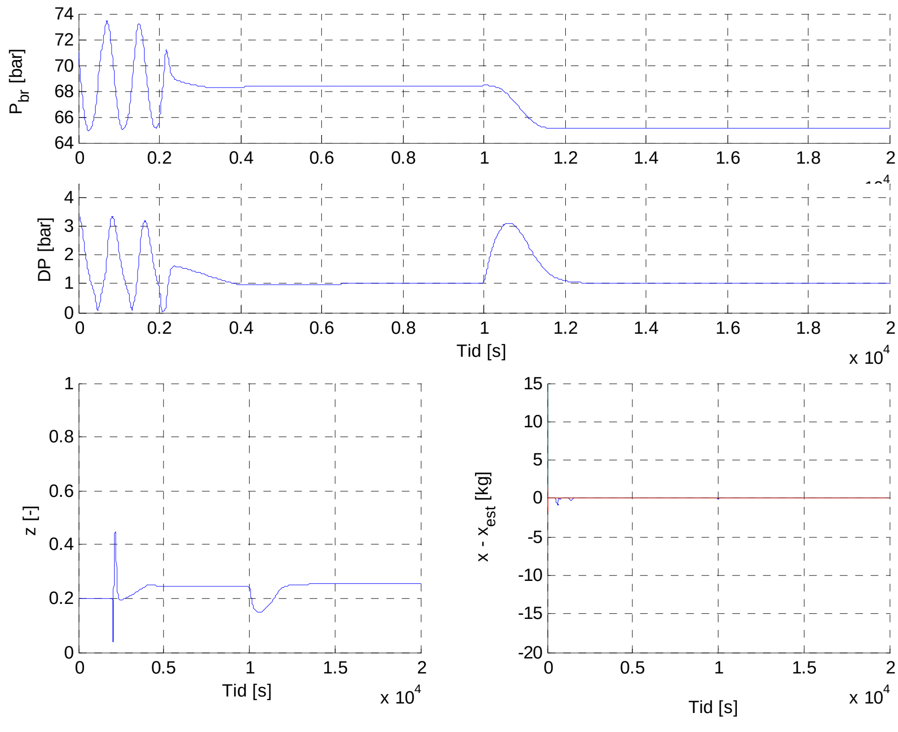
```
%LQG regulator uten I-virkning
Q=1*eye(n);
R=80e8;                 %Weighting on input usage
LQG=lqr(A,B,Q,R)

%Integral action in LQG

yI=2;           %Integral action in measurement point #
CI=C(yI,:);
DI=D(yI,:);


p=size(CI,1);         % # measurements with integral action
[n,m]=size(B);        % m= # inputs (u)

nn=zeros(n,n);
pn=zeros(p,n);
np=zeros(n,p);
pp=zeros(p,p);

A=[A np; -CI pp];
B=[B;-DI];
Q=[nn np;pn eye(p,p)];          %Weighting on states (only weighting
the measurement with integral action)
R=80e6*eye(m);                  %Weighting on input usage
LQGI=lqr(A,B,Q,R)
```

# *Vedlegg 3*

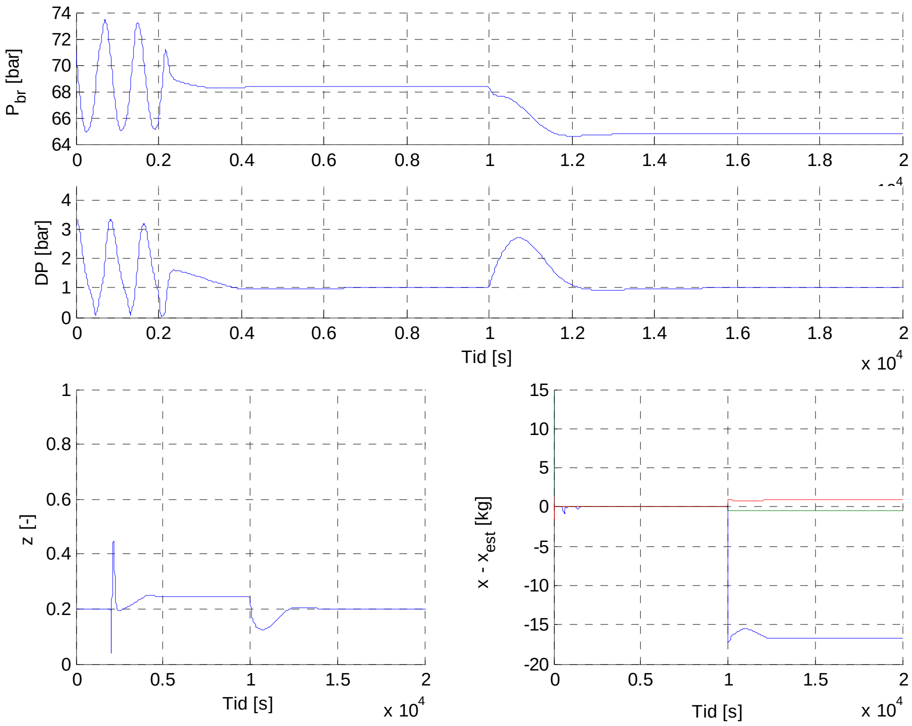
## *Forstyrrelser på LQG med integral virkning uten forstyrrelse estimering på Storkaas modell*

Dette vedlegget viser et utvalg av grafer av resultatene presentert i kapitel 4.4.1 og stabilisering av slugg-strømningen til 1 bar *DP*. Regulatoren skrus på ved tiden 2000s og forstyrrelsen skjer ved tiden 10 000s. Grafene viser variasjoner i de to aktuelle målepunktene, ventil åpning og feil i estimerte tilstander ($x - x_{est}$) $m_L$ er vist med blå graf, $m_{G1}$ er vist med grønn graf og $m_{G2}$ er vist med rød graf

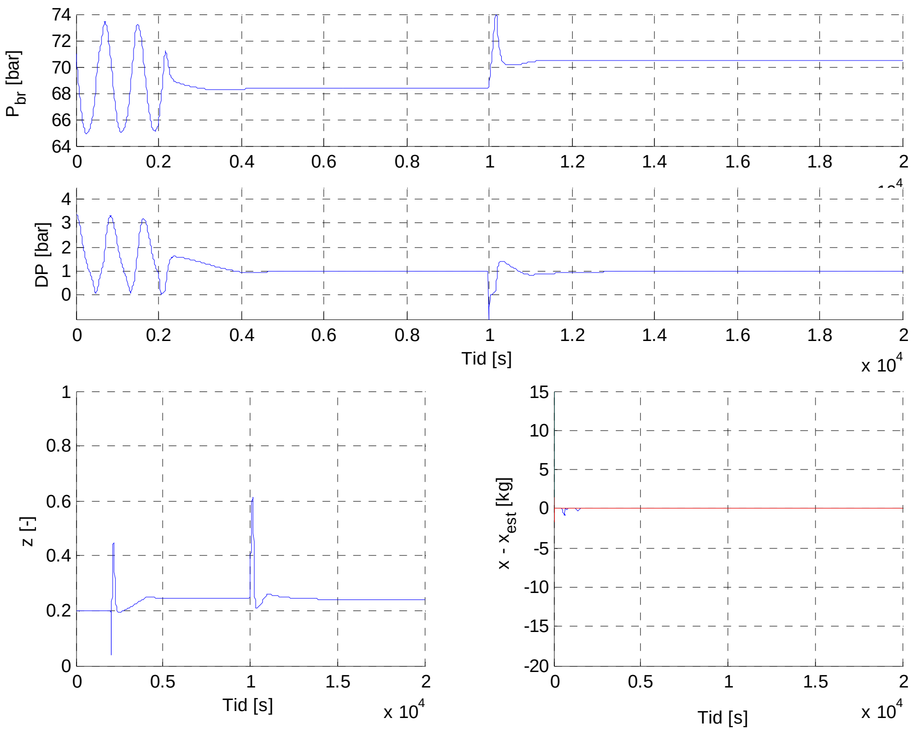
Da forstyrrelsen $mG_{inn}$ gir meget lik respons for begge målepunktene er det vist en økning for målepunktene $P_{br}$ & *DP* og en reduksjon for målepunktene *Q* & *DP*. For forstyrrelser i $mL_{inn}$ er det vist reduksjon for målepunktene $P_{br}$ & *DP* fordi en ytterligere reduksjon gir simulerings av brudd Storkaas modell. For målepunktene *Q* & *DP* er det vist en økning i $mL_{inn}$ fordi dette skaper estimeringsfeil i tilstandene. Forstyrrelser i $P_0$ skaper samme utslag i *DP* så en økning i $P_0$ er vist for målepunktene $P_{br}$ & *DP* og reduksjon er vist for målepunktene *Q* & *DP*. Det er kun tatt med grafer for settpunkt 1 bar *DP*.



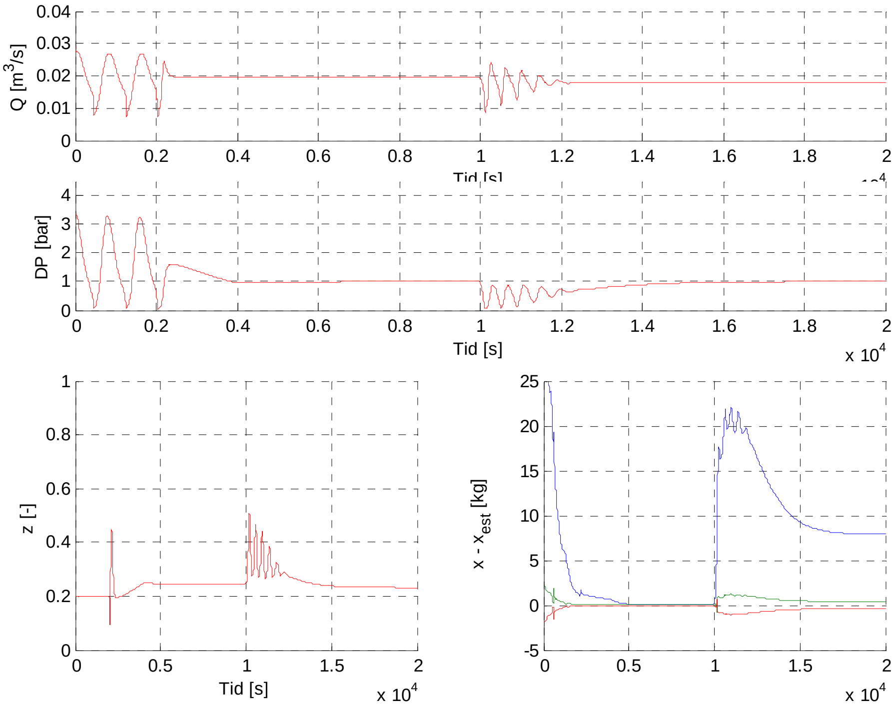

**Figur V3 1:** $mG_{inn}$ øker med 18% (0.362 til 0.427[kg/s]) ved tiden 10 000s, med settpunkt 1 bar *DP* med målepunktene $P_{br}$ & *DP*



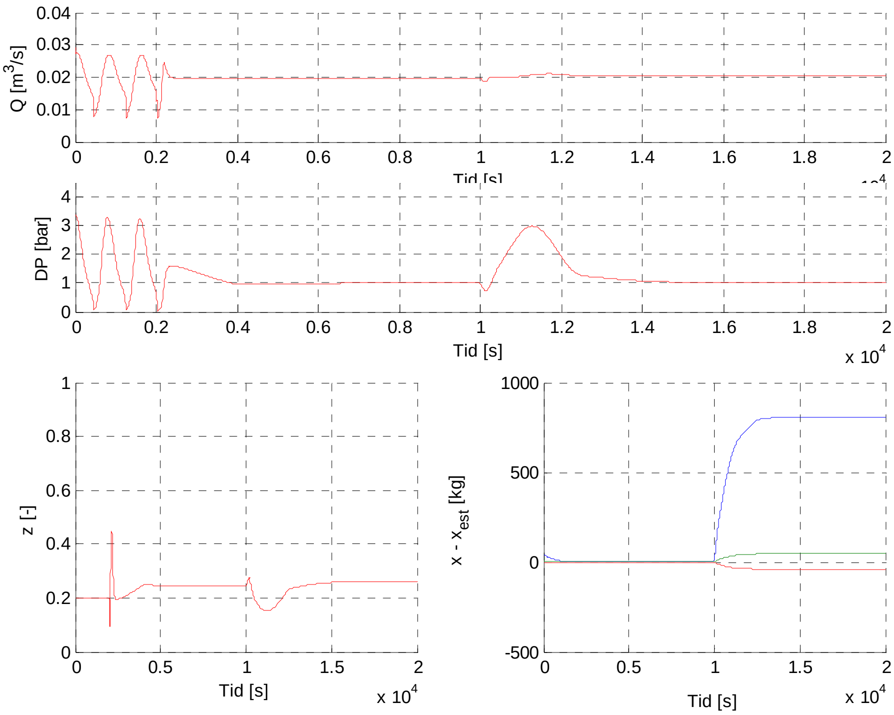

**Figur V3 2:** $mL_{inn}$ reduseres med 24% (8.64 til 6.57[kg/s]) ved tiden 10 000s, med settpunkt 1 bar *DP* med målepunktene $P_{br}$ & *DP*



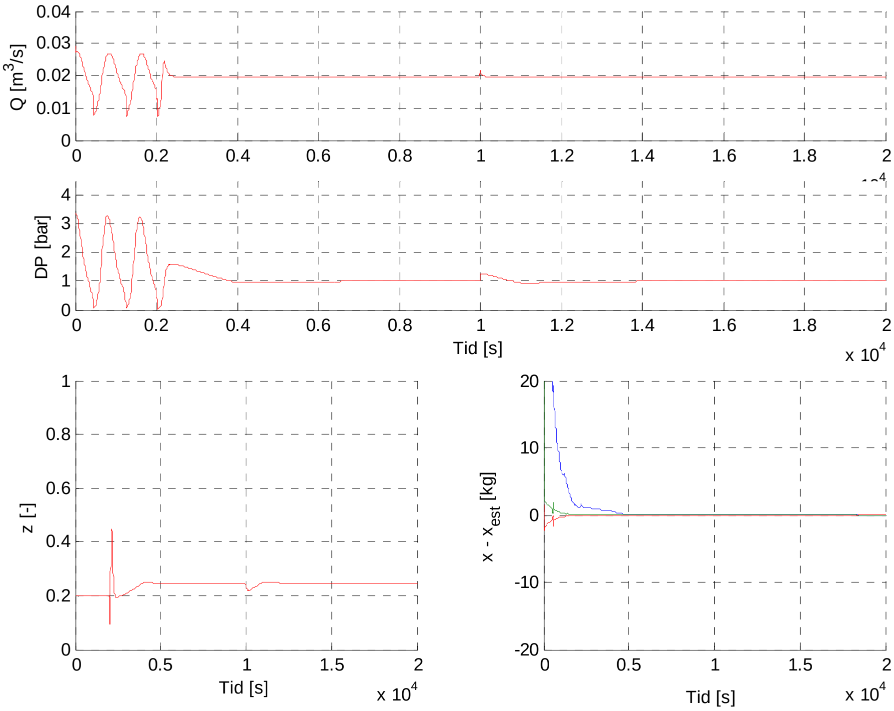

**Figur V3 3:** $P_0$ øker fra 50 til 52 bar ved tiden 10 000s, med settpunkt 1 bar *DP* med målepunktene $P_{br}$ & *DP*




**Figur V3 4:** $mG_{inn}$ reduseres med 18% (0.362 til 0.297 [bar]) ved tiden 10 000s, med settpunkt 1 bar *DP* med målepunktene *Q* & *DP*




**Figur V3 5:** $m_{L1}$ øker med 10% (8.64 til 9.50 [kg/s]) ved tiden 10 000s, med settpunkt 1 bar *DP* med målepunktene *Q* & *DP*



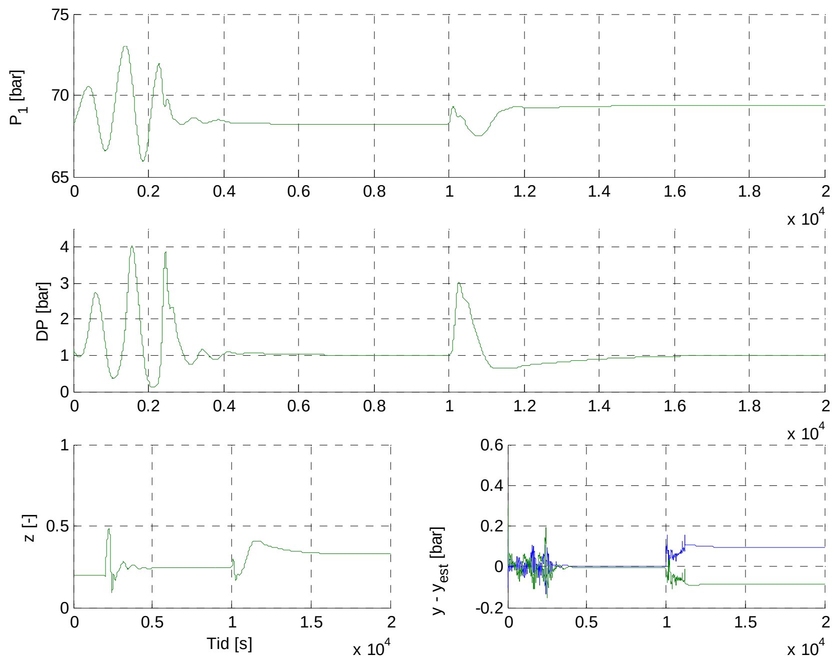

**Figur V3 6:** $P_0$ går fra 50 til 49,75 [bar] ved tiden 10 000s, med settpunkt 1 bar *DP* med målepunktene *Q* & *DP*

# Vedlegg 4

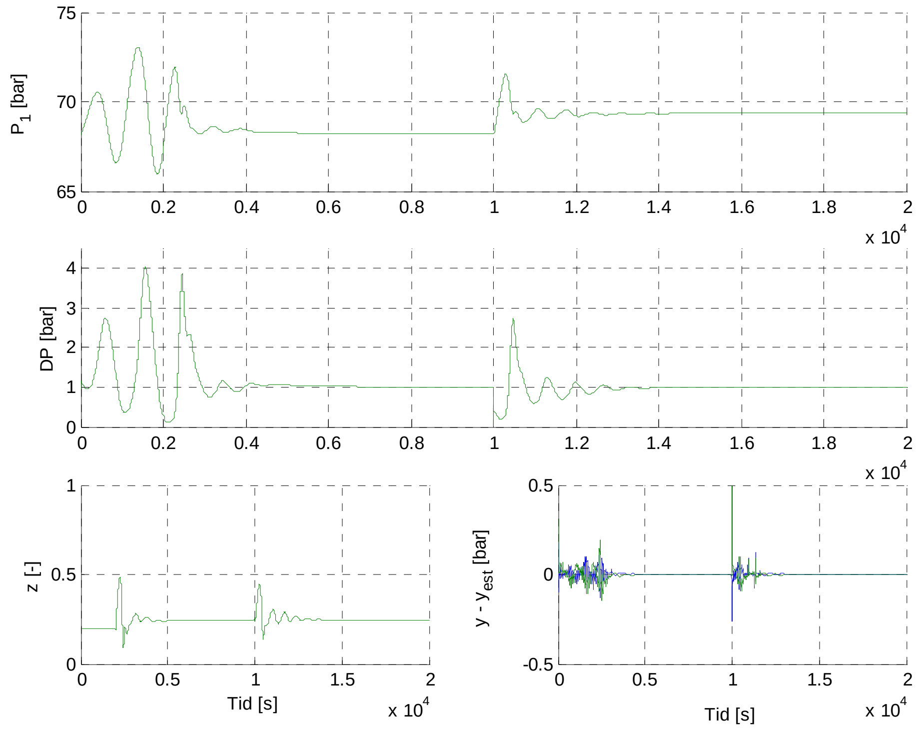
## Forstyrrelser på LQG med integral virkning uten forstyrrelse estimering på OLGA-2000 modell.

Dette vedlegget viser utvalgte grafer av resultatene som er presentert i kapitel 4.4.3. og stabilisering av slugg-strømning til settpunkt 1 bar *DP*. Regulatoren settes på ved tiden 2000s og forstyrrelsen skjer ved 10 000s. Forstyrrelsene i massestrømmene bruker 60s for å nå ny verdi. Forstyrrelse i $P_0$ bruker 1s på nå ny verdi.

Responsene i DP for forstyrrelser er rimelig like for målepunktene $P_1$ & *DP* og $P_{br}$ & *DP*. Det er derfor vist økning i $\mathrm{mTot}_{inn}$ for $P_1$ & *DP* og reduksjon for $P_{br}$ & *DP*. For endringer i trykket er det vist økning for målepunktene $P_{br}$ & *DP* og reduksjon for $P_{br}$ & *DP*. For målepunktene *Q* & *DP* er det vist reduksjon for $\mathrm{mTot}_{inn}$ og økning for $P_0$, fordi disse skiller seg ut.

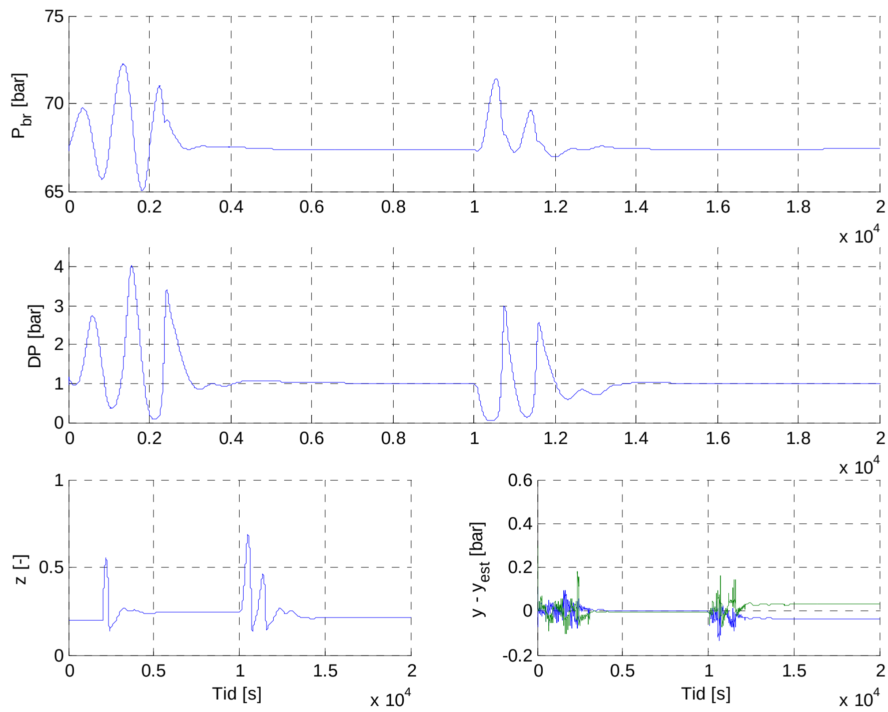



**Figur V4 1:** $\mathrm{mTot}_{inn}$ øker med 31% (9    11.8 [kg/s]) ved tiden 10 000s, med settpunkt 1 [bar] DP med målepunktene $P_1$ & *DP*.

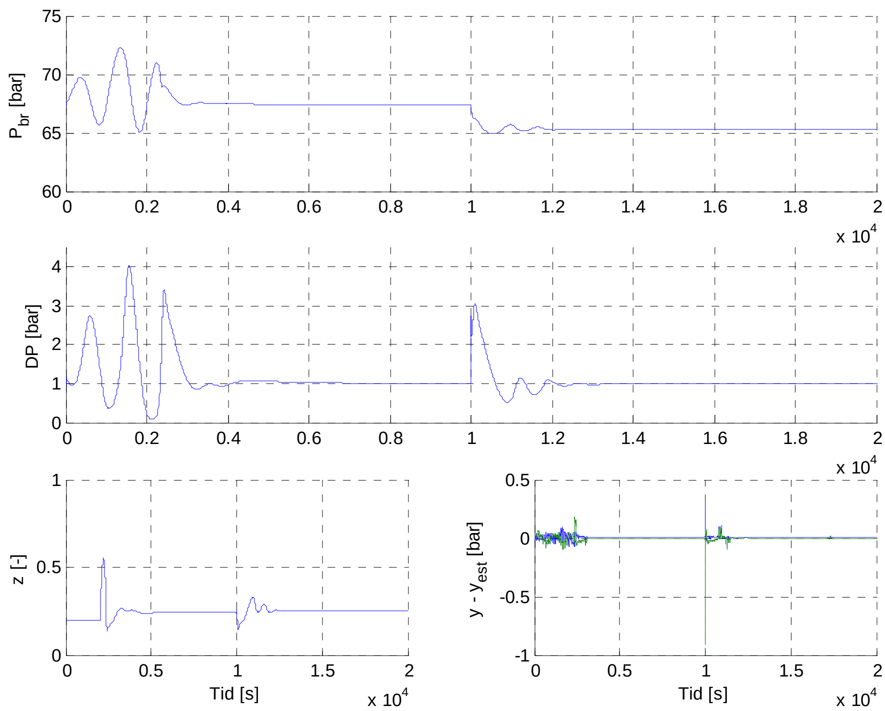



**Figur V4 2:** $P_0$ økes med 2% (50 51 [bar]) ved tiden 10 000s, med settpunkt 1 [bar] DP med målepunktene $P_1$ & $DP$.

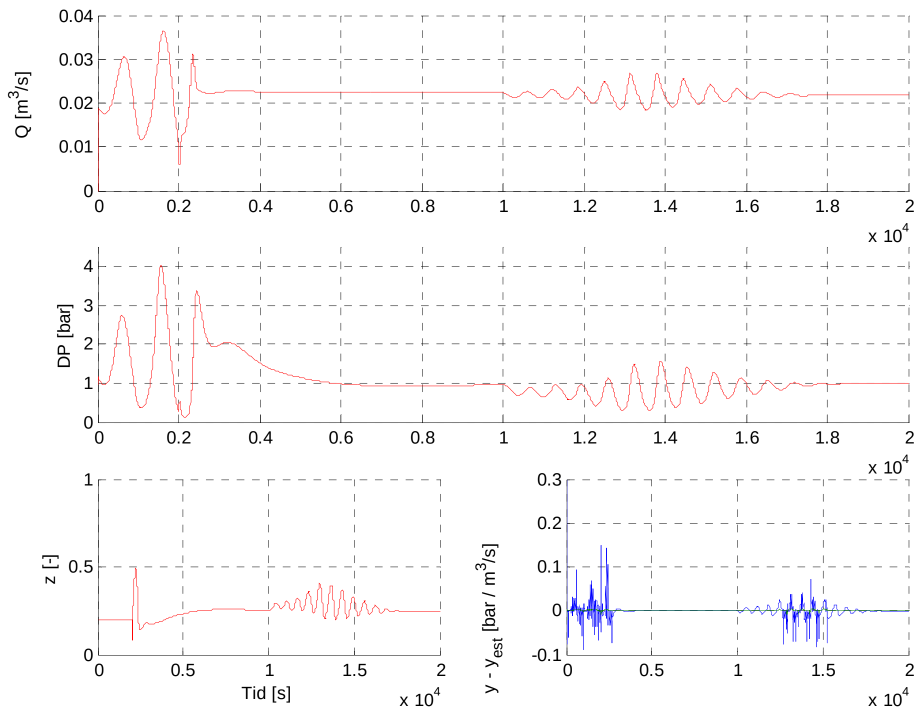
.



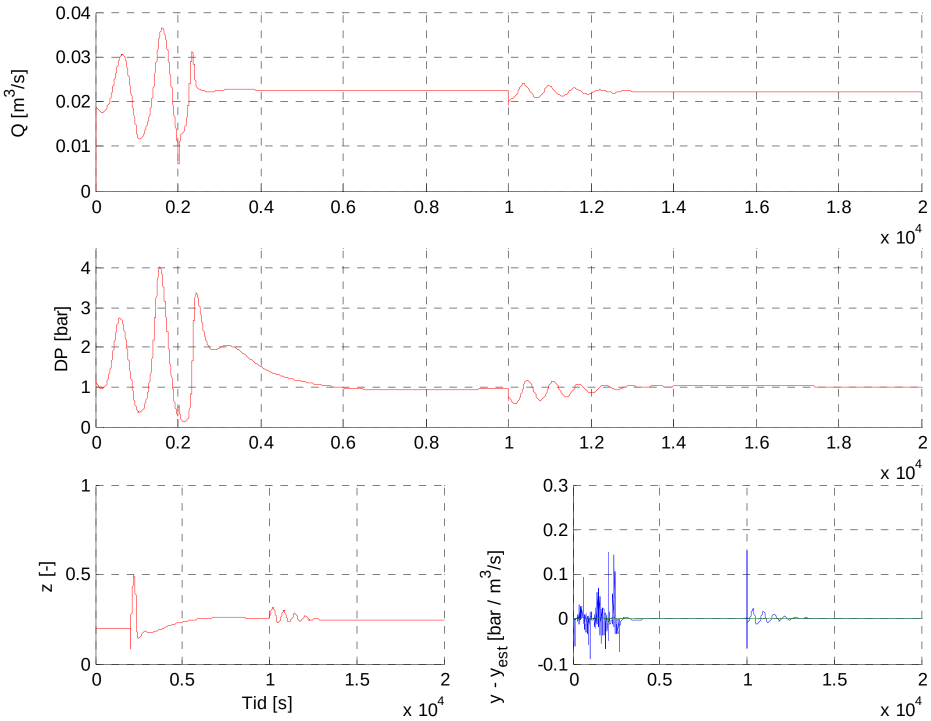

**Figur V4 3:** $mTot_{inn}$ reduseres med 13.3% (9 7.8 [kg/s]) ved tiden 10 000s, med settpunkt 1 [bar] DP med målepunktene $P_{br}$ & $DP$.




**Figur V4 4:** $P_0$ reduseres med 3.5% (50 48.25 [bar]) ved tiden 10 000s, med settpunkt 1 [bar] DP med målepunktene $P_{br}$ & $DP$.




**Figur V4 5:** mTot$_{inn}$ reduseres med 2.2% (9 8.8 [kg/s]) ved tiden 10 000s, med settpunkt 1 [bar] DP med målepunktene $Q$ & $DP$.

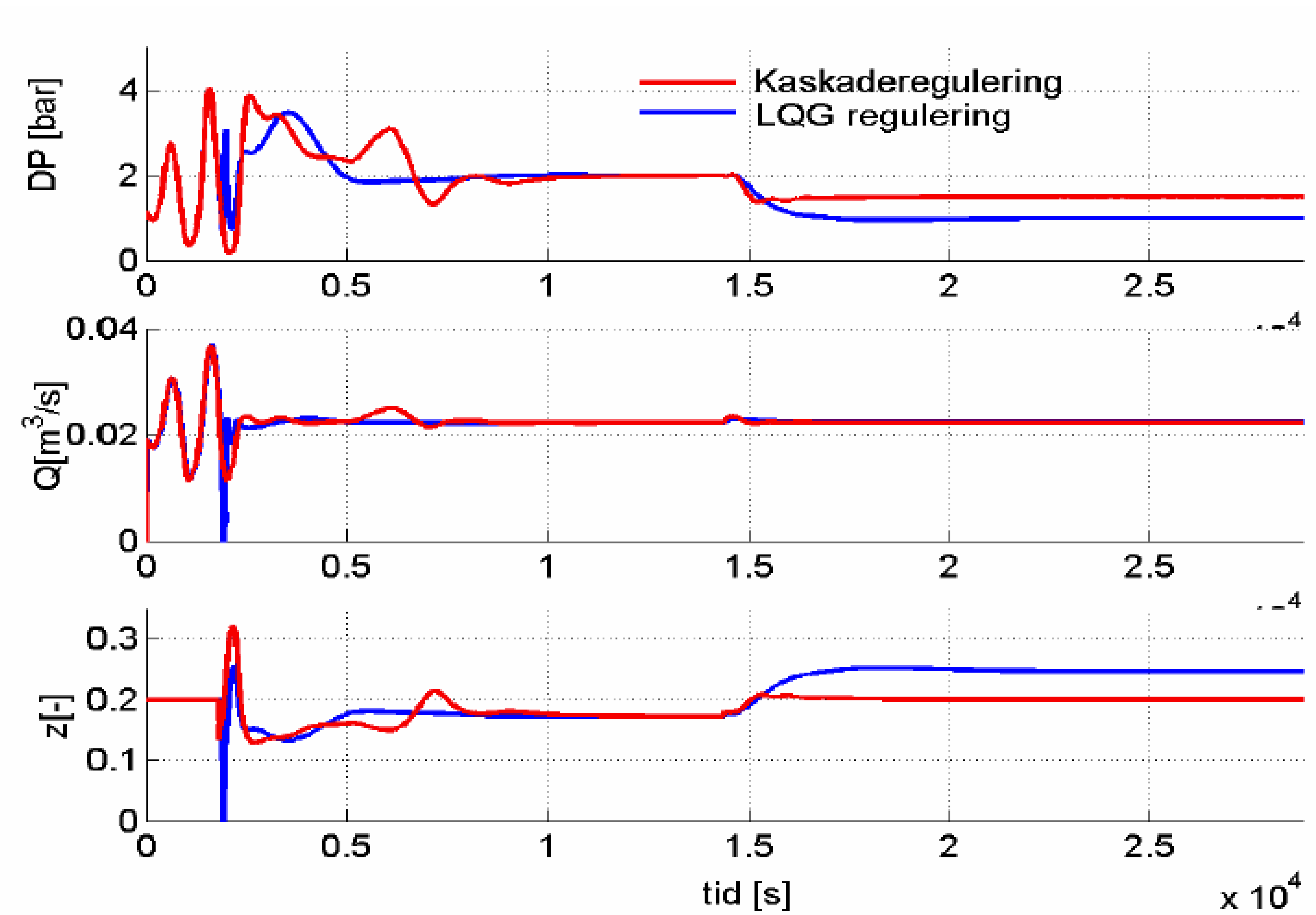



**Figur V4 6:** $P_0$ økes med 0.6% (50    50.3 [bar]) ved tiden 10 000s, med settpunkt 1 [bar] DP med målepunktene *Q* & *DP*.

# *Vedlegg 5*

### *Sammenligning av kaskadestruktur og LQG for målepunktene Q & DP*

Grafene er hentet fra foredraget Storkaas holdt på seminaret Optimal utnyttelse av naturgass den 23.04.2003. Overhead presentasjonen er tilgjengelig på internert adressen: http://www.nt.ntnu.no/users/engelien/gass03/Espen_Storkaas.pdf

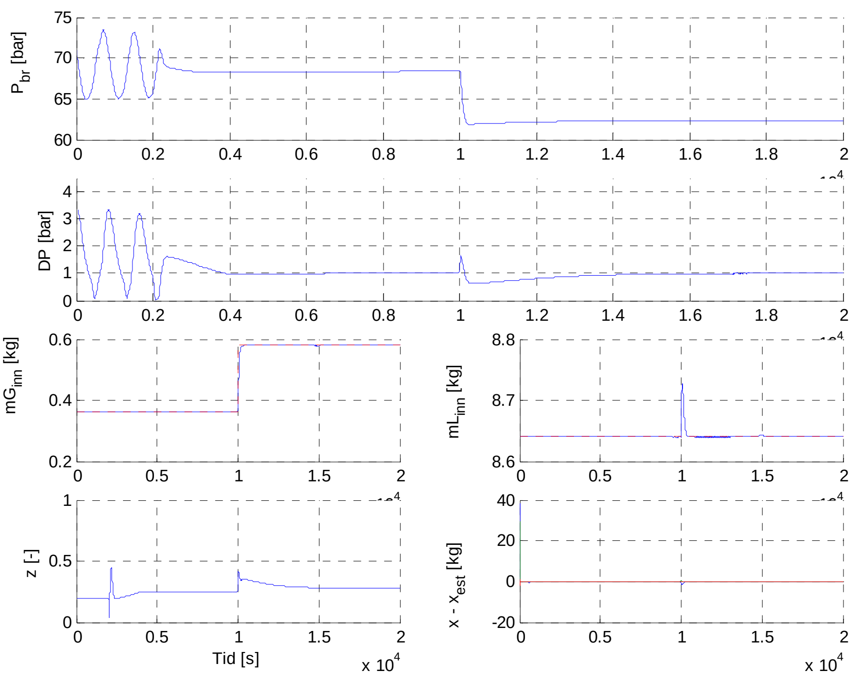


# Vedlegg 6

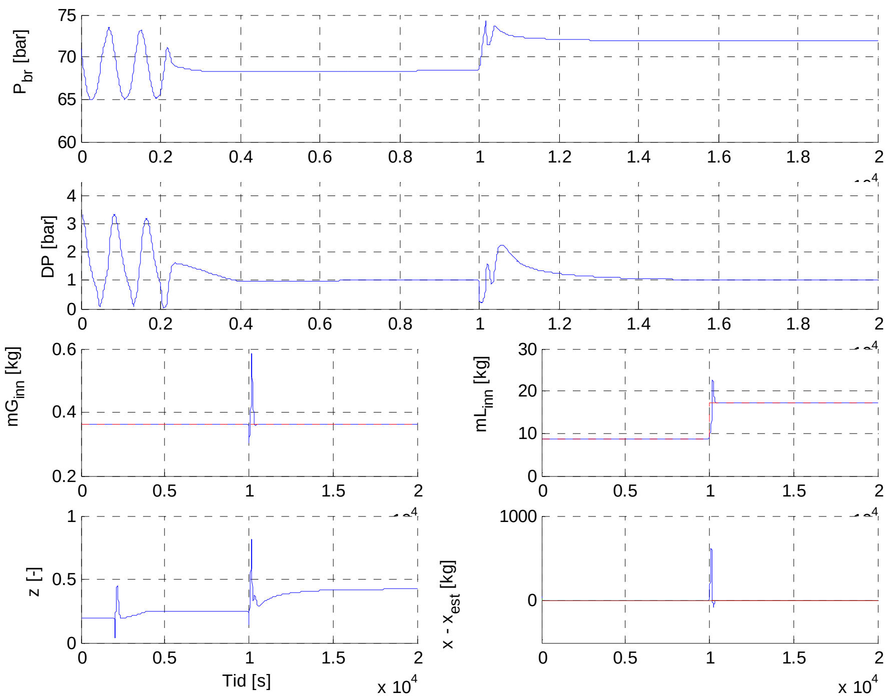
## *Forstyrrelser på LQG regulering med integral virkning og forstyrrelse estimering på Storkaas modell.*

Dette vedlegget viser utvalgte grafer av resultatene som er presentert i 4.4.2. Regulatoren skrus på ved tiden 2000s. Når *DP* har stabilisert seg på settpunkt begynner Kalman filteret å estimere massestrømmene inn i fødeøret. Step forstyrrelsen kommer ved 10 000s. Grafene viser variasjoner i de to aktuelle målepunktene, endring i reell verdi er stiplet linje plottet sammen med estimert verdi av massestrømmene, ventil åpning og feil i estimerte filstander. $m_L$ er gitt med blått, $m_{G1}$ er gitt grønt og $m_{G2}$ er gitt med rød

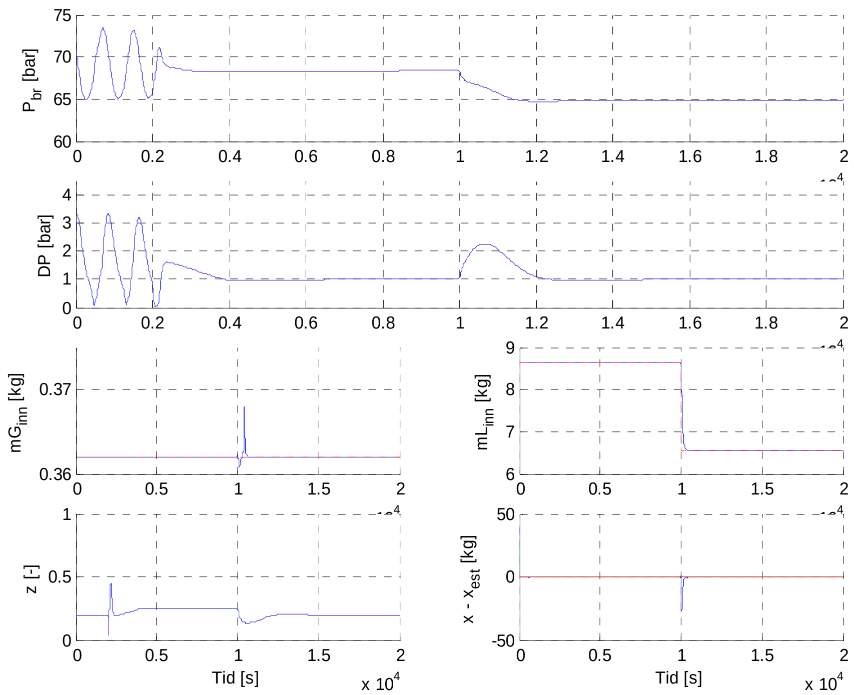
Da forstyrrelsen i $mG_{inn}$ gir rimelig lik respons i *DP* for begge målepunktene er det vist en økning for $P_{br}$ & *DP* og en reduksjon for *Q* & *DP*. For endringer i mLinn er det vist både økning og reduksjon for begge målepunktene. Det er bare vist grafer for settpunkt 1 bar *DP*.



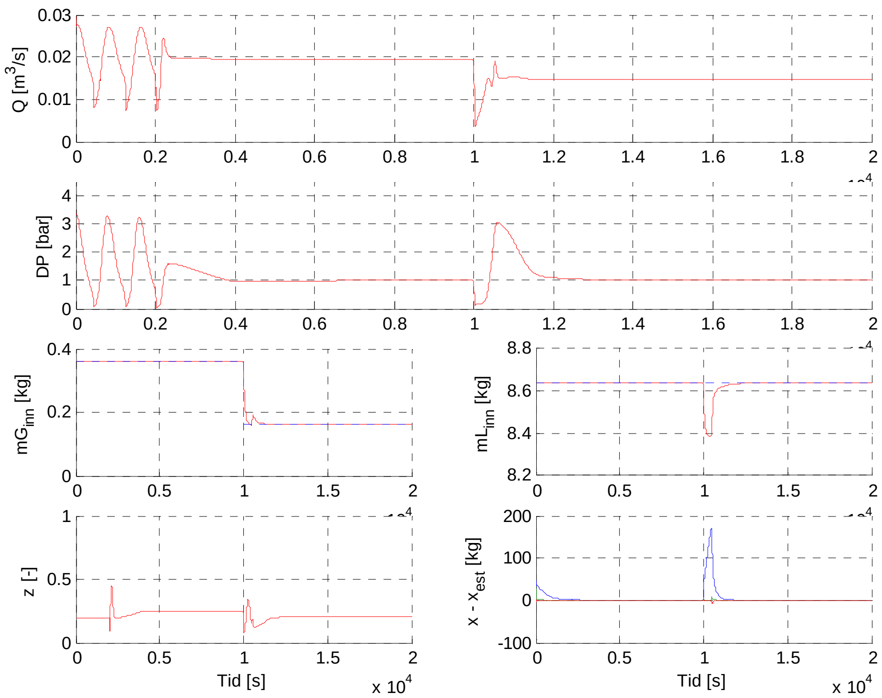

**Figur V6 1:** $mG_{inn}$ økes med 60% (0.362 til 0.579 [kg/s]) ved tiden 10 000s, settpunkt 1 bar *DP* med målepunktene $P_{br}$ & *DP*.



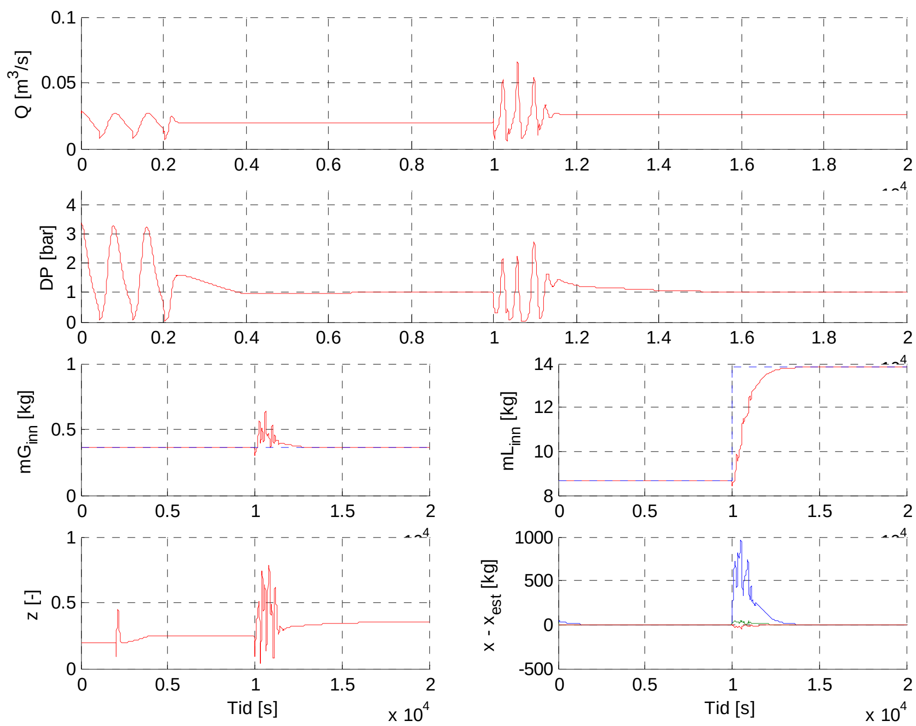

**Figur V6 2:** $mL_{inn}$ reduseres med 100% (8.64 til 17.28 [kg/s]) ved tiden 10 000s, settpunkt 1 bar *DP* med målepunktene $P_{br}$ & *DP*.



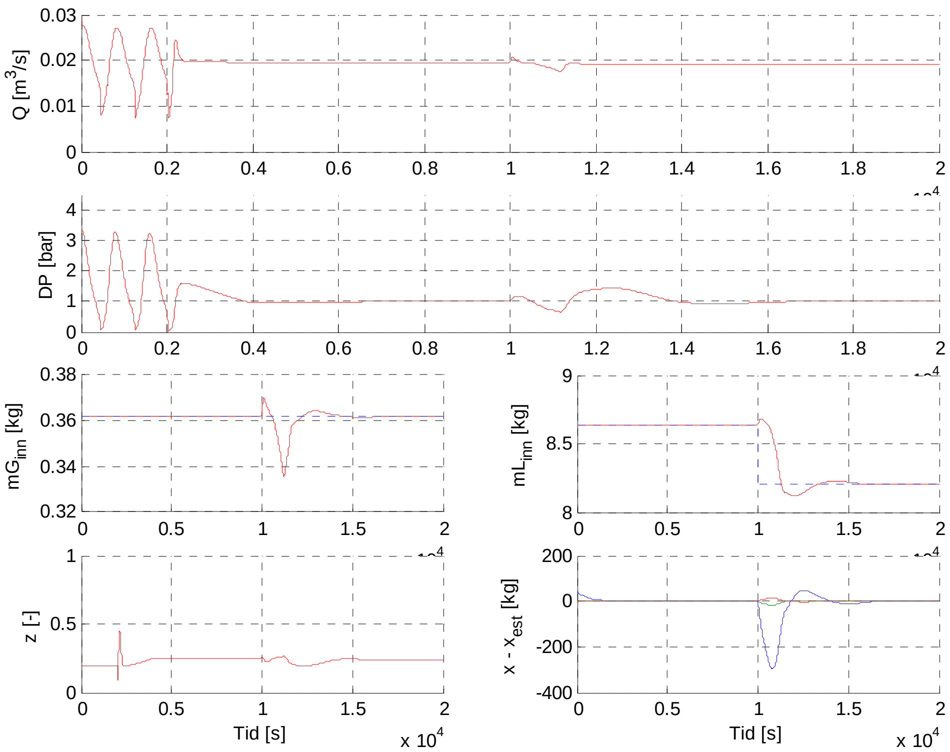

**Figur V6 3:** $mL_{inn}$ reduseres med 24% (8.64 til 6.57 [kg/s]) ved tiden 10 000s, settpunkt 1 bar *DP* med målepunktene $P_{br}$ & *DP*.




**Figur V6 4:** $mG_{inn}$ reduseres med 55% (0.362 til 0.163 [kg/s]) ved tiden 10 000s, settpunkt 1 bar *DP* med målepunktene *Q* & *DP*.




**Figur V6 5:** $mL_{inn}$ økes med 60% (8.64 til 13.82 [kg/s]) ved tiden 10 000s, settpunkt 1 bar *DP* med målepunktene *Q* & *DP*.



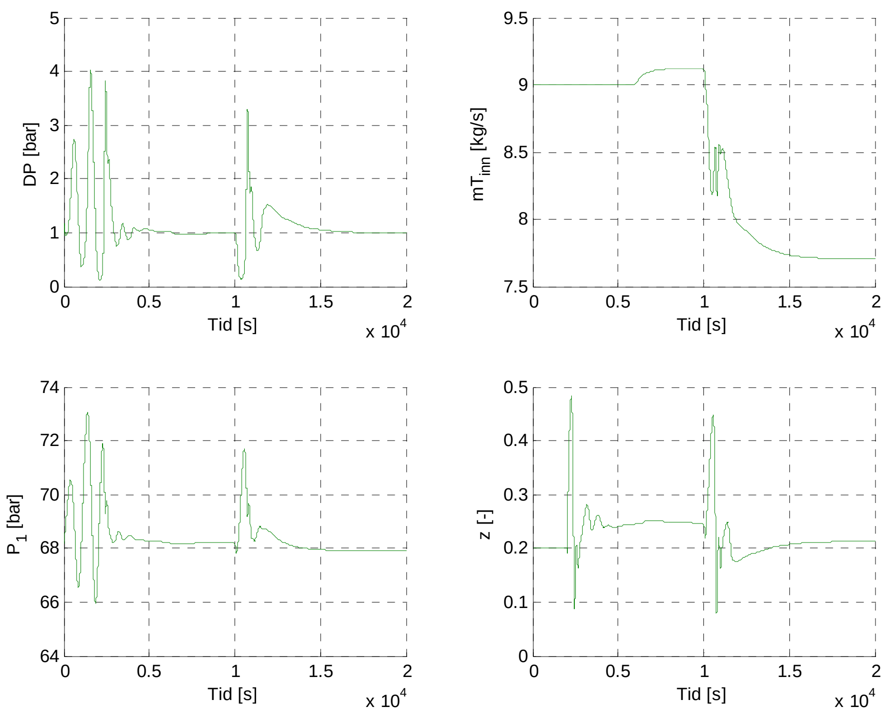

**Figur V6 6:** $mL_{inn}$ reduseres med 5% (8.64 til 8.21 [kg/s]) ved tiden 10 000s, settpunkt 1 bar *DP* med målepunktene *Q* & *DP*.

# *Vedlegg 7*

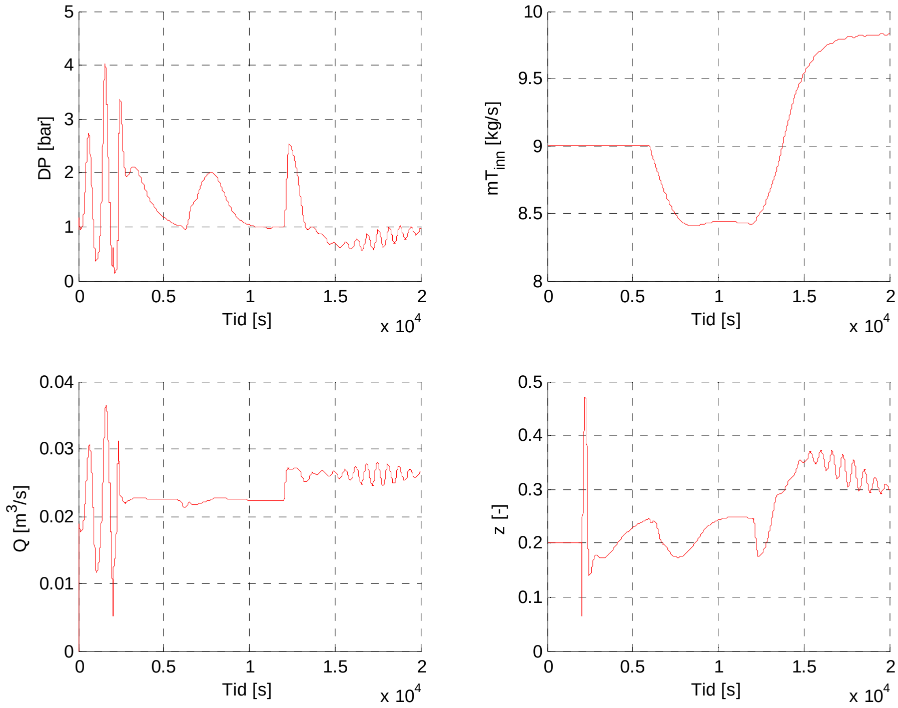
## *Forstyrrelser på LQG med integral virkning med forstyrrelse estimering på OLGA-2000 mdoell*

Dette vedlegget viser et utvalg av grafer av resultatene presentert i kapittel4.4.4 Regulator skrus på ved tiden 2000s, estimering av massestrømmen begynner ved tiden 6000s og forstyrrelsen kommer ved tiden 10 000s med målingene $P_1$ & *DP* og $P_{br}$ & *DP*. Med målepunktene Q & DP bruker regulatoren litt tid på å stabilisere seg på settpunkt igjen slik at forstyrrelsen kommer først ved 12 000s.

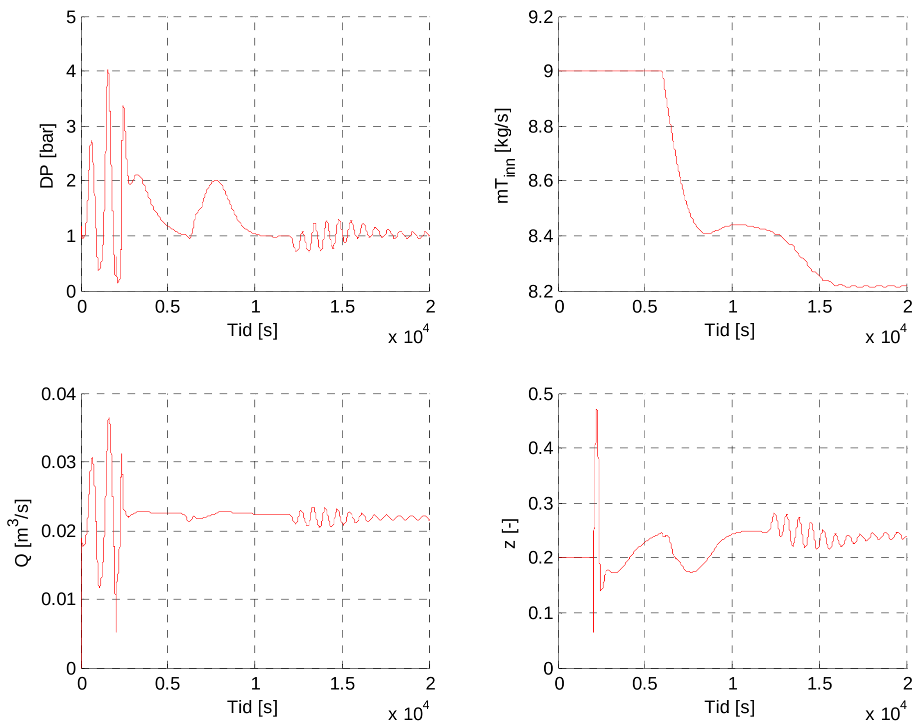
De forstyrrelser i $mTot_{inn}$ er relativt like og økning med målepunktene $P_{br}$ & *DP* er vist i rapporten. Er det her bare vist reduksjon med målepunktene $P_1$ & *DP*. For målepunktene Q & DP er det vist både økning og reduksjon. Det er bare tatt med grafer for settpunkt 1 bar *DP*.




**Figur V7 1:** $mTot_{inn}$ reduseres med 13.3% (9    7.8 [kg/s]) ved tiden 10 000s, med settpunkt 1 [bar] DP og målepunktene $P_1$ & *DP*.




**Figur V7 2:** $mTot_{inn}$ økes med 16.7% (9 10.5 [kg/s]) ved tiden 12 000s, med settpunkt 1 [bar] DP og målepunktene *Q* & *DP*.




**Figur V7 3:** $mTot_{inn}$ reduseres med 2.2% (9 8.8 [kg/s]) ved tiden 12 000s, med settpunkt 1 [bar] DP og målepunktene *Q* & *DP*.