OBLIG 5

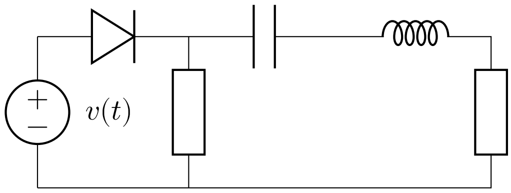
Velg selv:

Frekvensfordobleren

Store kompliserte kretser modelleres ofte av en blanding av algebraiske likninger og differensiallikninger. Kretsen under er et godt eksempel, og kalles en frekvensfordobler, og du skal møte i ESDA I til våren. Jeg har gjort unna regningen, og differensiallikningssystemet for strømmen y i den høyre sløyfen blir (med eh...hm litt tilfeldige og pene verdier på komponentene)

$$\begin{aligned}\dot{y} &= z \\ \dot{z} &= -z/(1+y) - 2(y+z)\end{aligned}$$

La oss si at spenningskilden blir slått av ved $t = 0$ slik at $y(0) = z(0) = 1$. Kjør igang.



Lotka-Volterra

I Lotka-Volterrasystemet er det ikke tatt høyde for at harene kan nå bærekapasiteten i terrenget; modellen tilsier at harene alltid har nok mat, slik at de kan vokse eksponensielt ved fravær av gaupe. Ta en kikk på den logistiske modellen og inkorporer bærekapasitet for hare i Lotka-Volterra. Et av flere folkenavn på Lepus americanus er faktisk "varying hare". Er prediksjonene i din nye og forbedrete modell konsistent med empiriske data?
`sciencedirect.com/topics/agricultural-and-biological-sciences/lynx-canadensis`

Pendelen

En pendel med masse m henger i en stang fra taket. Den kan svinge friksjonsfritt frem og tilbake, og gravitasjonskraften er eneste kraft. Differensiallikningen for θ er

$$l\ddot{\theta} + g\sin\theta = 0$$

der l er stangens lengde og g er tyngdeakselerasjonen. Setter vi $q = \theta$ og $p = \dot{\theta}$, får vi systemet

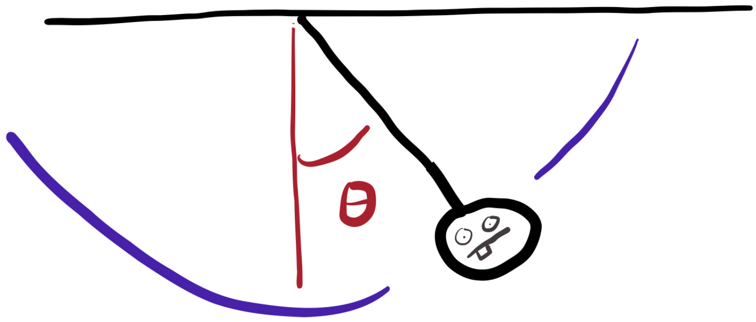
$$\begin{aligned}\dot{q} &= p \\ \dot{p} &= -\frac{g}{l}\sin q\end{aligned}$$

Dersom vi har luftmotstand som avhenger kvadratisk av farten, får vi systemet

$$\begin{aligned}\dot{q} &= p \\ \dot{p} &= -\frac{g}{l}\sin q - ap/|p|^3\end{aligned}$$

der a er en konstant som avhenger av l og formen på pendelen.

Løs numerisk med og uten luftmotstand og plott i samme figur.



Fitzhugh-Nagumo

I et nevron er det alltid et elektrisk potensiale over en eller annen membran, og når potensialet blir høyt nok, fyres nevronet av og så blir det en påfølgende utladning:
`https://en.wikipedia.org/wiki/Action_potential`
En modell for utladningen etter avfyring er Fitzhug-Nagumo-likningene

$$\dot{v} = (v-a)(1-v)v - w$$
$$\dot{w} = bc - cw$$

Løs numerisk med $a = .2$, $b = .01$, $c = .04$,$v(0) = .55$ og $w(0) = 0$.

Titanenes kamp

Løs

$$\dot{\mathbf{z}} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{z}$$

med initialkrav

$$\mathbf{z}(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

med både Eulers metode og trapesmetoden, og sammenlikne med den analytiske løsningen.