Oppgave 1 En trener skal ta ut et firemannslag til en langrennsstafett. Det er først to klassiske etapper og deretter to skøyteetapper, og treneren har fire aktuelle løpere til de to klassiske etappene og fem andre til de to skøyteetappene. Hvor mange mulige lagoppstillinger har treneren å velge blant, dersom han også tar hensyn til rekkefølgen løperne skal gå i?

A) 18 **B)** 36 **C)** 60 **D)** 240 **E)** 400

Oppgave 2 Dersom A er en delmengde av B, hva er $P(A \mid B)$?

A) $P(A) \cdot P(B)$ **B)** 1 **C)** $\dfrac{P(A)}{P(B)}$ **D)** $\dfrac{P(B)}{P(A)}$ **E)** $P(A)$

Oppgave 3 Vi kaster med to terninger. Hva er sannsynligheten for at summen av antall øyne på de to terningene er 11?

A) $\frac{1}{36}$ **B)** $\frac{1}{18}$ **C)** $\frac{3}{36}$ **D)** $\frac{5}{36}$ **E)** $\frac{7}{36}$

Oppgave 4 En satelitt sender signalet "0" eller "1" til jorda. La B være hendelsen at signalet "0" blir utsendt, og la videre A være hendelsen at signalet "0" blir mottatt på jorda. På grunn av forstyrrelser i atmosfæren kan et signal skiftes i mottakelsen. Man vet fra erfaring at $P(B) = 0.7$ og $P(A|B) = P(A^c|B^c) = 0.8$. Her angir A^c den komplementære hendelsen til A, og tilsvarende for B. Hva er sannsynligheten for at det opprinnelige signalet er "0" når vi observerer et "1" signal?

A) 0.15 **B)** 0.37 **C)** 0.43 **D)** 0.51 **E)** 0.62

Oppgave 5 Den stokastiske (tilfeldige) variabelen X har sannsynlighetstetthet

$$f(x) = \begin{cases} 2x+3 & \text{for } x \in [0,a] \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

der a er en konstant. Hva er den eneste gyldige verdien for konstanten a?

A) 0 **B)** 1 **C)** $\frac{\sqrt{13}-3}{2}$ **D)** $-\sqrt{13}-3$ **E)** $\sqrt{13}-3$

Oppgave 6 La X være en kontinuerlig stokastisk variabel der

$$P(X \leq x) = \begin{cases} 1 - \frac{\beta}{x}, & x > \beta \\ 0, & \text{ellers}, \end{cases}$$

og der β er en positiv konstant. Hva er sannsynlighetstettheten $f(x)$ til X, for $x > \beta$?

A) 1 **B)** $1 - \frac{\beta}{x}$ **C)** $-\frac{\beta}{x^2}$ **D)** $\frac{\beta}{x}$ **E)** $\frac{\beta}{x^2}$

Oppgave 7 Simultantettheten til X og Y er gitt ved

$$f(x,y) = \begin{cases} x+y, & 0 < x < 1, 0 < y < 1, \\ 0, & \text{ellers} \end{cases} \tag{1}$$

Hva er marginaltettheten, $g(x)$, til X?

A) $g(x) = 1$, $0 < x < 1$ **B)** $g(x) = x$, $0 < x < 1$ **C)** $g(x) = x + 1$, $0 < x < 1$ **D)** $g(x) = x + \frac{1}{2}$, $0 < x < 1$ **E)** $g(x) = x^2 + \frac{2}{3}$, $0 < x < 1$

Oppgave 8 En diskret stokastisk variabel X kan anta verdiene $0, 1, 2, 3, 4$, og har kumulativ fordeling

x	0	1	2	3	4
$F(x)$	0.24	0.65	0.92	0.99	1.00

Da er forventning og varians lik

A) $\mathrm{E}(X) = 1.2$ og $\mathrm{Var}(X) = 0.84$ **B)** $\mathrm{E}(X) = 1.0$ og $\mathrm{Var}(X) = 0.25$ **C)** $\mathrm{E}(X) = 1.6$ og $\mathrm{Var}(X) = 0.09$ **D)** $\mathrm{E}(X) = 1.2$ og $\mathrm{Var}(X) = 0.49$ **E)** $\mathrm{E}(X) = 1.2$ og $\mathrm{Var}(X) = 0.64$

Oppgave 9 Den stokastiske variablen X er kontinuerlig fordelt med sannsynlighetstetthet

$$f(x) = \begin{cases} n \cdot x^{n-1} & 0 < x \leq 1 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

der n er en konstant. Da er forventningsverdien til X lik:

A) $\mathrm{E}(X) = \frac{1}{n}$ **B)** $\mathrm{E}(X) = \frac{n}{n-1}$ **C)** $\mathrm{E}(X) = \frac{1}{n+1}$ **D)** $\mathrm{E}(X) = \frac{n}{n+1}$ **E)** $\mathrm{E}(X) = \frac{1}{2}$

Oppgave 10 La X være en kontinuerlig stokastisk variabel med sannsynlighetstetthet

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\beta^2} x e^{-\frac{1}{\beta}x}, & x > 0 \\ 0, & \text{ellers.} \end{cases}$$

Hva er $\mathrm{E}(\dfrac{1}{X})$?

A) 2β **B)** β **C)** $\dfrac{1}{\beta}$ **D)** $\dfrac{1}{2\beta^2}$ **E)** $\dfrac{1}{\beta^2}$

Oppgave 11 Marius og Martin spiller et karaokespill, og konkurrerer med en tilfeldig valgt sang. Erfaringer viser at antall poeng Marius får for en tilfeldig valgt sang, X, har forventningsverdi 4000 poeng og standardavvik 1500 poeng. Tilsvarende antas at antall poeng Martin får for en tilfeldig valgt sang, Y, har forventningsverdi 2500 poeng og standardavvik 1000 poeng. Vi antar at poengsummene til Marius og Martin er positivt korrelerte med korrelasjonskoeffisient $\rho(X, Y) = 0.5$. Hva er kovariansen til antall poeng for Marius og Martin, $\mathrm{Cov}(X, Y)$?

A) 750000 **B)** 1125000000 **C)** 75000 **D)** 1125000 **E)** 0.5

Oppgave 12 Martin (6 år) er nybegynner på snowboard, og synes det er vanskelig å ta skiheis alene. En dag han er i bakken, bestemmer han seg for at han skal forsøke å ta skiheisen alene $n = 12$ ganger. Anta at utfallene av de ulike forsøkene er uavhengige og at sannsynligheten for at Martin faller av skiheisen en tilfeldig valgt gang denne dagen er $p = 0.7$. La X angi antall ganger Martin faller av heisen denne dagen. Hva er $P(X \geq 6)$?

A) 0.961 **B)** 0.893 **C)** 0.328 **D)** 0.322 **E)** 0.033

Oppgave 13 I en dam er det 40 fisker, og 16 av fiskene veier mindre enn 100 gram. Du er på fisketur og fanger 3 fisk. Hva er sannsynligheten for at minst en av fiskene du har fanget veier mindre enn 100 gram?

A) 0.795 **B)** 0.205 **C)** 0.652 **D)** 0.292 **E)** 0.8846

Oppgave 14 La oss anta at feil som oppstår i et fiberoptisk kommunikasjonssystem følger en Poisson-prosess med en feilrate på 1 feil per 1 minutt. Hva er sannsynligheten for at mer enn 3 feil opptrer i løpet av 4 minutter?

A) 0.4335 **B)** 0.5665 **C)** 0.6472 **D)** 0.8153 **E)** 0.3428

Oppgave 15 Et oljeselskap skal foreta prøveboring etter olje i et bestemt område, og vil kun bore ett hull ad gangen. Sannsynligheten for å finne olje i et bestemt hull er $p = 0.3$, og denne er den samme for alle borehull. Utfallene av de ulike boringene antas uavhengige. Oljeselskapet bestemmer seg for å bore nye hull inntil det finner olje. Hva er sannsynligheten for at selskapet må bore mer enn to borehull for å finne olje?

A) 0.70 **B)** 0.49 **C)** 0.34 **D)** 0.30 **E)** 0.24

Oppgave 16 Akslinger som produseres for bruk i optiske lagringsenheter, har diametre som er normalfordelte med forventning $\mu = 6.52$ mm og standardavvik $\sigma = 0.03$ mm. Spesifikasjonen for akslingene er 6.50 ± 0.05 mm.
Hva er sannsynligheten for at en tilfeldig valgt aksling vil være i henhold til spesifikasjonene?

A) 0.68 **B)** 0.76 **C)** 0.83 **D)** 0.95 **E)** 0.99

Oppgave 17 En tappemaskin for leskedrikkbokser er innstilt slik at tappevolumet kan antas normalfordelt med forventningsverdi 510 ml. Hva må standardavviket være for at sannsynligheten er 0.99 for at en tilfeldig valgt boks skal inneholde minst 500 ml?

A) 2.1 **B)** 3.3 **C)** 4.3 **D)** 5.0 **E)** 5.1

Oppgave 18 Buss nr. 5 fra Gløshaugen til Dragvoll går hvert 10. minutt. Anta at bussene passerer bussholdeplassen Gløshaugen Nord i følge en Poisson-prosess med intensitet $\lambda = 6$ busser per time, dvs. antall busser som passerer i løpet av en time er Poissonfordelt med forventning $\mu = \lambda \cdot 1 = 6$.

Anta at du kommer springende til bussholdeplassen, og akkurat ikke rekker bussen. Hva er sannsynligheten for at du må vente mer enn 20 minutter på neste 5-buss?

A) 0.812 **B)** 0.167 **C)** 0.135 **D)** 0.003 **E)** 0.865

Oppgave 19 La X være en kontinuerlig stokastisk variabel med kumulativ fordelingsfunksjon

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x, & x \in [0,1] \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

La $Y = 2X$. Hva er sannsynlighetstettheten $g(y)$ til Y?

A) $g(y) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & y \in [0,2] \\ 0, & \text{ellers} \end{cases}$ **B)** $g(y) = \begin{cases} 0, & y < 0 \\ \frac{1}{4}y, & y \in [0,2] \\ \frac{1}{2}, & y > 2 \end{cases}$ **C)** $g(y) = \begin{cases} \frac{1}{4}y, & y \in [0,2] \\ 0, & \text{ellers} \end{cases}$

D) $g(y) = \begin{cases} 0, & y < 0 \\ 2y, & y \in [0,\frac{1}{2}] \\ \frac{1}{2}, & y \in [\frac{1}{2},2] \end{cases}$ **E)** $g(y) = \begin{cases} 2, & y \in [0,\frac{1}{2}] \\ 0, & \text{ellers} \end{cases}$

Oppgave 20 En barneskoleklasse med 18 elever gjennomfører en lesekonkurranse, der elevene skal lese flest mulig bøker i løpet av en periode på 4 uker. La antall bøker som blir lest av en enkelt elev være Poisson-fordelt med forventningsverdi $\mu = 12$, og anta at elevene leser bøker uavhengig av hverandre. Hva er sannsynligheten for at den eleven som vinner konkurransen har lest 20 eller flere bøker?

A) 0.19 **B)** 0.02 **C)** 0.38 **D)** 0.81 **E)** 0.32