TFY4215/FY1006

Heisenbergs usikkerheitsrelasjon

Den normaliserte bølgjefunksjonen er

$$\psi(x) \quad = \quad \sqrt{a}\, e^{-a|x|} \; , \tag{1}$$

der $a > 0$ er ein konstant. Den Fouriertransformerte er

$$\begin{aligned}\phi(p) \quad &= \quad \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \int_{-\infty}^{-\infty} e^{-ipx/\hbar} \psi(x)\, dx \\ &= \quad \frac{2\hbar^2 a^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{2\pi\hbar}} \frac{1}{p^2 + \hbar^2 a^2} \; . \end{aligned} \tag{2}$$

Vi har tidlegare rekna ut

$$(\Delta x)^2 \quad = \quad \frac{1}{2a^2} \tag{3}$$

$$(\Delta p)^2 \quad = \quad a^2 \hbar^2 \tag{4}$$

Dette gjev

$$(\Delta x)(\Delta p) \quad = \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \hbar \tag{5}$$

Produktet av standardavvika er altså større enn minimumsverdien $\frac{1}{2}\hbar$.

I Fig. 1 har vi plotta $\psi(x)$ og $\phi(p)$ for $a = 1$.

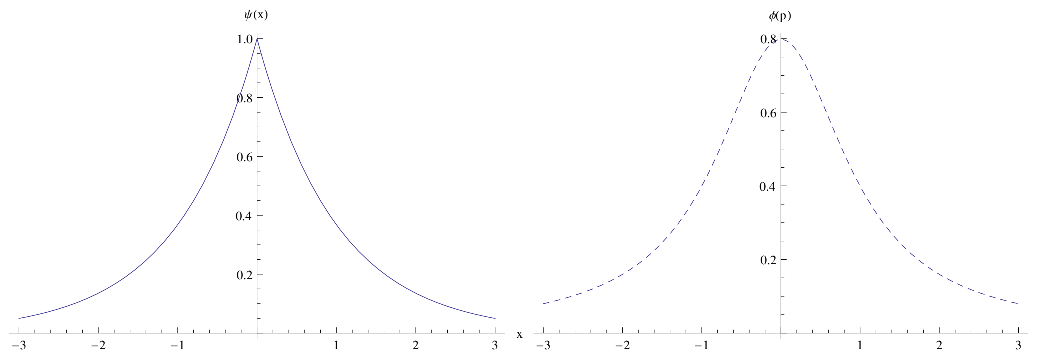

Figure 1: Bølgjefunksjonen $\psi(x)$ og den Fouriertransformerte $\phi(p)$ for $a = 1$.

I Fig. 2 har vi plotta $\psi(x)$ og $\phi(p)$ for $a = 2$.

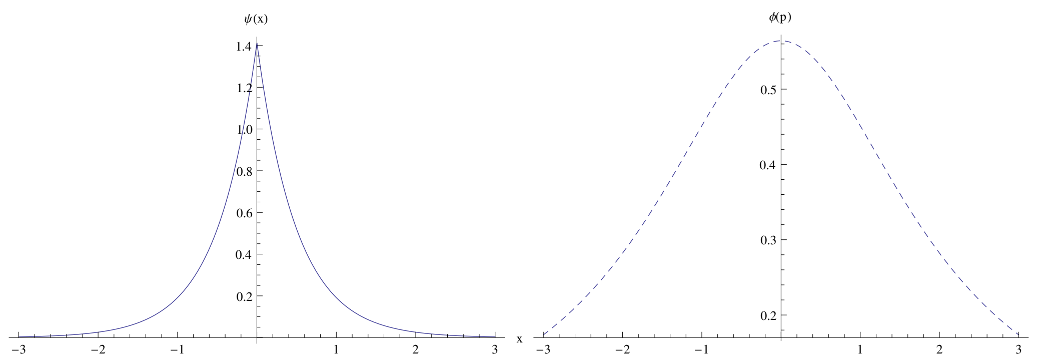

Figure 2: Bølgjefunksjonen $\psi(x)$ og den Fouriertransformerte $\phi(p)$ for $a = 2$.

Vi ser at $\psi(x)$ er meir konsentrert rundt $x = 0$ for $a = 2$. Prisen vi betaler er ein breiare funksjon $\phi(p)$ i impulsrommet.