NOREGS TEKNISK-NATURVITSKAPLEGE UNIVERSITET
INSTITUTT FOR MEKANIKK, TERMO- OG FLUIDDYNAMIKK

Kontakt under eksamen:
Ivar Ertesvåg, tel. 93839

EKSAMEN I FAG 61161
TURBULENT FORBRENNING, MASSE- OG VARMETRANSPORT
Onsdag 26. mai 1999 Tid: 09.00 – 13.00

Oppgåveteksten finst også på bokmål.

Tillatne hjelpemiddel: B1 – Typegodkjend kalkulator tillaten med tomt minne, i samsvar med liste utarbeidd av NTH. Ingen trykte eller handskrivne hjelpemiddel.

Bruk helst ikkje raud blyant/penn, det er halde av for sensuren.

Les gjennom oppgåvene først. Start med den oppgåva du meiner du har best innsikt i. Dersom det er råd, lat ikkje noko oppgåve vere heilt blank. Skriv klart, det løner seg!

Oppgåve 1:

a)
Forklar skilnaden på forblanda og uforblanda forbrenning. Gje to døme på kvar av desse som ikkje er laboratorieflammer.

b)
Forklar om ulike "små" og "store" lengdeskalaer i turbulent strøyming.

c)
For å rekne på turbulent strøyming kan vi løyse likningar for middelverdiar av fart, entalpi, massefraksjonar, m.m.

– Kvifor gjer vi dette og ikkje berre brukar grunnlikningane slik dei er?

Vi har ein karakteristisk variabel z og kan uttrykkje fartskomponentane som funksjonar av denne, $u_i = u_i(z)$. Vidare har vi ein sannsynstettleik, $f(z)$.

– Vis korleis vi kan finne middelfart og turbulensenergi, $\overline{u}_i$ og k, frå dette.

d)
I grensesjikt langs ein vegg definerer vi storleikane $u_1^+ = \overline{u}_1/u_\tau$, $x_2^+ = x_2 u_\tau/\nu$, $u_\tau = \sqrt{\tau_\mathrm{w}/\rho}$, der x_1 er langsmed strøyminga, og x_2 er normalt på veggen.

– Vis korleis vi kjem fram til uttrykket

$$u_1^+ = \min\left(x_2^+, \frac{1}{\kappa}\ln x_2^+ + D\right).$$

Oppgåve 2:

a)
– Definer blandingsfraksjonen.

I visse tilfelle kan vi uttrykkje entalpi ved blandingsfraksjonen.
– Forklar kva vilkår som må vere oppfyllte, og gje eit døme på eit tilfelle (eller fenomen) som kan gjere at vilkåret ikkje er oppfyllt for entalpi.

b)
I likninga for middel-blandingsfraksjon, $\overline{\xi}$, er det eit ledd der turbulensfluksen $\overline{\xi' u_j'}$ inngår. Denne kan løysast frå ei eiga likning. Med konstant tettleik (ρ) og $\mu = \rho\mathcal{D}$ kan likninga skrivast

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho\overline{\xi' u_j'}\right) + \frac{\partial}{\partial x_k}\left(\rho\overline{\xi' u_j'}\overline{u}_k\right)}_{(i)} = \underbrace{-\left(\rho\overline{u_j' u_k'}\frac{\partial\overline{\xi}}{\partial x_k} + \rho\overline{\xi' u_k'}\frac{\partial\overline{u}_j}{\partial x_k}\right)}_{(ii)} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\mu\frac{\partial\overline{\xi' u_j'}}{\partial x_k}\right)}_{(iii)}$$
$$+ \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_k}\left(-\rho\overline{\xi' u_j' u_k'} - \overline{p'\xi'}\delta_{jk}\right)}_{(iv)}$$
$$+ \underbrace{\overline{p'\frac{\partial\xi'}{\partial x_j}}}_{(v)} - \underbrace{(\rho\mathcal{D} + \mu)\overline{\frac{\partial\xi'}{\partial x_k}\frac{\partial u_j'}{\partial x_k}}}_{(vi)}.$$

–Vis korleis denne likninga kan utleiast. (Vis framgangsmåten, du treng ikkje vise detaljane for kvart ledd).

(Merknad: Likninga står ikkje i læreboka. Du må bruke det du har lært om andre likningar og overføre det hit.)

c)
– Kva representerer dei ulike ledda i likninga ovanfor?
Nokre ledd må modellerast. – Kvifor, og kva for ledd må modellerast?

Vi tenkjer oss at du i tillegg til likninga over skal løyse modellerte likningar for $\overline{u}_i$, $\overline{u_i' u_j'}$, ε, $\overline{\xi}$, $\overline{\xi'^2}$ (attåt likningar som du eventuelt føreslår som del av svaret på oppgåva.)

d)
Føreslå og forklar ein modell for eitt av dei ledda som må modellerast i likninga ovanfor. (Du kan velje kva for eit.)

Oppgåve 3:

a)
Ved konstant trykk varierer tettleik, kinematisk og dynamisk viskositet med temperaturen som

$$\rho \sim T^{-1}, \qquad \nu \sim T^{3/2} \quad \text{og} \qquad \mu = \rho\nu \sim T^{1/2}.$$

I ei flammesone er temperaturen høg. Forklar korleis dette verkar på
– dissipasjonen, ε
– Kolmogorov-lengdeskalaen, η
– turbulens-reynoldstal, $Re_t = k^2/(\nu\varepsilon)$
– det tredimensjonale energispekteret, $E(\kappa)$ (form, utstrekning, plassering av lengdeskalaer, m.m.).

b)
I mange dataprogram kan du velje mellom ein k-ε-modell og ein modell med likningar for reynolds-spenningane.

– Nemn og forklar grunnar som talar for å velje det eine og det andre av desse alternativa.

c)
I Magnussens forbrenningsmodell, EDC, har vi uttrykket

$$-R_k^* = \rho^* \dot{m}^* (Y_k^o - Y_k^*).$$

– Vis korleis dette kjem fram, og forklar kva kvart symbol står for.

d)
Med noko meir utleiing kjem Magnussen fram til

$$-\overline{R}_k = \frac{\overline{\rho}\dot{m}\chi}{1-\gamma^*\chi}(\tilde{Y}_k - Y_k^*).$$

– Vis korleis dette uttrykket vert når vi føreset "(uendeleg) rask reaksjon", og vi reknar med brensel, oksidant og produkt som "stoff" i reaksjonen.

NOREGS TEKNISK-NATURVITSKAPLEGE UNIVERSITET
INSTITUTT FOR MEKANIKK, TERMO- OG FLUIDDYNAMIKK

Kontakt under eksamen:
Ivar Ertesvåg, tel. 93839

EKSAMEN I FAG 61161
TURBULENT FORBRENNING, MASSE- OG VARMETRANSPORT
Onsdag 26. mai 1999 Tid: 09.00 – 13.00

Oppgaveteksten finnes også på nynorsk.

Tillatte hjelpemiddel: B1 – Typegodkjent kalkulator tillatt med tomt minne, i samsvar med liste utarbeidet av NTH. Ingen trykte eller handskrevne hjelpemiddel.

Bruk helst ikke rød blyant/penn, det er holdt av for sensuren.

Les gjennom oppgavene først. Start med den oppgava du meiner du har best innsikt i. Dersom det er råd, lat ikke noen oppgave være heilt blank. Skriv klart, det lønner seg!

Oppgave 1:

a)
Forklar forskjellen på forblanda og uforblanda forbrenning. Gi to eksempler på hver av disse som ikke er laboratorieflammer.

b)
Forklar om ulike "små" og "store" lengdeskalaer i turbulent strømning.

c)
For å rekne på turbulent strømning kan vi løse likninger for middelverdier av fart, entalpi, massefraksjoner, m.m.

– Hvorfor gjør vi dette og ikke bare bruker grunnlikningene slik de er?

Vi har en karakteristisk variabel z og kan uttrykke fartskomponentene som funksjoner av denne, $u_i = u_i(z)$. Videre har vi en sannsynlighetstetthet, $f(z)$.

– Vis hvordan vi kan finne middelfart og turbulensenergi, $\overline{u}_i$ og k, fra dette.

d)
I grensesjikt langs en vegg definerer vi størrelsene $u_1^+ = \overline{u}_1/u_\tau$, $x_2^+ = x_2 u_\tau/\nu$, $u_\tau = \sqrt{\tau_w/\rho}$, der x_1 er langsmed strømningen, og x_2 er normalt på veggen.

– Vis hvordan vi kommer fram til uttrykket

$$u_1^+ = \min\left(x_2^+, \frac{1}{\kappa}\ln x_2^+ + D\right).$$

Oppgave 2:

a)
– Definer blandingsfraksjonen.

I visse tilfeller kan vi uttrykke entalpi ved blandingsfraksjonen.
– Forklar hvilke vilkår som må vere oppfyllt, og gi et eksempel på et tilfelle (eller fenomen) som kan gjøre at vilkåret ikke er oppfyllt for entalpi.

b)
I likninga for middel-blandingsfraksjon, $\overline{\xi}$, er det et ledd der turbulensfluksen $\overline{\xi' u_j'}$ inngår. Denne kan løses fra ei eiga likning. Med konstant tetthet (ρ) og $\mu = \rho \mathcal{D}$ kan likninga skrives

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho\overline{\xi' u_j'}\right) + \frac{\partial}{\partial x_k}\left(\rho\overline{\xi' u_j'}\,\overline{u}_k\right)}_{(i)} = \underbrace{-\left(\rho\overline{u_j' u_k'}\frac{\partial\overline{\xi}}{\partial x_k} + \rho\overline{\xi' u_k'}\frac{\partial\overline{u}_j}{\partial x_k}\right)}_{(ii)} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\mu\frac{\partial\overline{\xi' u_j'}}{\partial x_k}\right)}_{(iii)}$$
$$+ \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_k}\left(-\rho\overline{\xi' u_j' u_k'} - \overline{p'\xi'}\delta_{jk}\right)}_{(iv)}$$
$$+ \underbrace{\overline{p'\frac{\partial\xi'}{\partial x_j}}}_{(v)} - \underbrace{(\rho\mathcal{D} + \mu)\overline{\frac{\partial\xi'}{\partial x_k}\frac{\partial u_j'}{\partial x_k}}}_{(vi)}.$$

–Vis hvordan denne likninga kan utledes. (Vis framgangsmåten, du trenger ikke vise detaljene for hvert ledd).

(Merknad: Likninga står ikke i læreboka. Du må bruke det du har lært om andre likninger og overføre det hit.)

c)
– Hva representerer de ulike ledda i likninga ovenfor?
Noen ledd må modelleres. – Hvorfor, og hvilke ledd må modelleres?

Vi tenker oss at du i tillegg til likninga over skal løse modellerte likninger for $\overline{u}_i$, $\overline{u_i' u_j'}$, ε, $\overline{\xi}$, $\overline{\xi'^2}$ (i tillegg til likninger som du <u>eventuelt</u> foreslår som del av svaret på oppgava.)

d)
Foreslå og forklar en modell for <u>ett</u> av de ledda som må modelleres i likinga ovanfor. (Du kan velge hvilket.)

Oppgave 3:

a)
Ved konstant trykk varierer tetthet, kinematisk og dynamisk viskositet med temperaturen som

$$\rho \sim T^{-1}, \qquad \nu \sim T^{3/2} \quad \text{og} \qquad \mu = \rho\nu \sim T^{1/2}.$$

I ei flammesone er temperaturen høg. Forklar hvordan dette virker på
– dissipasjonen, ε
– Kolmogorov-lengdeskalaen, η
– turbulens-reynoldstal, $Re_t = k^2/(\nu\varepsilon)$
– det tredimensjonale energispekteret, $E(\kappa)$ (form, utstrekning, plassering av lengdeskalaer, m.m.).

b)
I mange dataprogram kan du velge mellom en k-ε-modell og en modell med likninger for reynolds-spenningene.

– Nevn og forklar grunner som taler for å velge det ene og det andre av disse alternativa.

c)
I Magnussens forbrenningsmodell, EDC, har vi uttrykket

$$-R_k^* = \rho^*\dot{m}^*(Y_k^o - Y_k^*).$$

– Vis hvordan dette kommer fram, og forklar hva hvert symbol står for.

d)
Med noe meir utledning kommer Magnussen fram til

$$-\overline{R}_k = \frac{\overline{\rho}\dot{m}\chi}{1 - \gamma^*\chi}(\tilde{Y}_k - Y_k^*).$$

– Vis hvordan dette uttrykket blir når vi antar "(uendeleg) rask reaksjon", og vi rekner med brensel, oksidant og produkt som "stoff" i reaksjonen.