

NOREGS TEKNISK-NATURVITSKAPLEGE UNIVERSITET
INSTITUTT FOR MEKANIKK, TERMO- OG FLUIDDYNAMIKK

LØYSINGSFORSLAG TIL EKSAMEN I FAG SIO1073
VARME- OG FORBRENNINGSTEKNIKK
Tysdag 22.mai 2001 Tid: 09.00 – 13.00

Ivar S. Ertesvåg

Merk: På nokre punkt er løysingsforslaget er ikkje eit fullstendig svar. For nokre spørsmål er det gitt stikkord, sjå meir i læreboka. På den andre punkt er løysingsforslaget “overfullstendig”, fordi det tek med fleire moglege alternativ der nokre av dei er godt nok svar.

Oppgåve 1:

a)

Stikkord:

- Turbulens er eit rørslefenomen, ikkje ein fluidegenskap.
- Rørsla varierer uregelrett i tid og rom (3-dim.).
- Turbulens gjer strøyminga sterkt diffusiv, vi får god blanding/omrøring.
- Tids- og lengdeskalaer varierer over eit stort spekter; frå ein minste verdi gitt av viskøse krefter (molekylær diffusjon) til ein største verdi gitt av ytre avgrensingar for strøyminga.
- Forbrenning krev at reaktantar er blanda molekylært. Det krev god blanding/diffusjon, og det får vi i turbulent strøyming.

b)

Turbulensmodell, isotrop turbulens

$$\frac{dk}{dt} = -C_k \frac{k^{3/2}}{L} \quad (1)$$

$$\frac{dL}{dt} = C_L \sqrt{k} \quad (2)$$

Dividerer (1) på (2) og løyser

$$\frac{dk}{dL} = -\frac{C_k}{C_L} \frac{k}{L} = -c \frac{k}{L} \quad \text{der} \quad c = \frac{C_k}{C_L} \quad (3)$$

$$\frac{dk}{k} = -c \frac{dL}{L} \quad (4)$$

Integrerer: $\ln k - \ln k_o = -c(\ln L - \ln L_o)$, der $k_o = k(t_o)$ og $L_o = L(t_o)$, som gjev

$$k = k_o \left(\frac{L}{L_o} \right)^{-c} \quad \text{eller} \quad L = L_o \left(\frac{k}{k_o} \right)^{-1/c} \quad (5)$$

Dette er nok til å svare på det første spørsmålet når det er gjeve at $k \sim t^{-n}$ ($n > 0$):

Likning (5) gjev at $L \sim k^{-1/c} \sim t^{n/c}$

Sidan n og $c = C_k/C_L$ er positive, vil k minke med tida og L vil auke med tida.

Dette er ei realistisk utvikling av lengdeskalaen i ei slik turbulent strøyming.

Vi kan finne $k = k(t)$ og $L = L(t)$ ved

1) Setje (5b) inn i (1) og løyse ut k , og setje dette inn i (5b) for å finne L , eller

2) setje (5a) inn i (2) og løyse ut L , og setje dette inn i (5a) for å finne k .

Då vil vi finne at

$$k \sim t^{-2c/(c+2)} \quad (6)$$

$$L \sim t^{2/(c+2)} \quad (7)$$

Her må $2c/(c+2)$ vere lik n , slik at $c = \frac{2n}{2-n}$. Når det er gjeve at både n og $c = C_k/C_L$ er positive, må $0 < n < 2$.

Alternativ:

Spørsmålet kan løysast ved å bruke at $k \sim t^{-n}$ ($n > 0$):

Likning (1) gjev

(venstre side) = $dk/dt \sim -nt^{-n-1}$

(høgre side) = $-C_k \frac{k^{3/2}}{L} \sim \frac{t^{-3n/2}}{L}$

(v.s.)=(h.s.) gjev $L \sim t^{-3n/2+n+1}$ eller $L \sim t^{1-n/2}$.

Dersom $n < 2$ aukar L med tida. Men det veit vi ikkje, slik at svaret så langt er ufullstendig. Men ved å løyse likningane (sjå ovanfor) finn vi at det er slik.

c)

Vi har likninga for Y_k .

Set inn Reynolds-oppdelinga $Y_k = \bar{Y}_k + Y'_k$ og $u_j = \bar{u}_j + u'_j$.

Reknar at ρ og D ikkje fluktuerer (eller rettare: at dei ikkje korrelerer med Y_k og u_j).

Midlar kvart ledd i likninga.

Ledda, nummerert frå 1 til 5 frå venstre:

(1): Transient ledd, lagring av masse av stoff k .

(2): konvektivt ledd, transport av stoff k med middelstraumen.

(3): Diffusivt ledd, transport av stoff k med molekytlære rørsler.

(4): Ofte kalla turbulensdiffusjon, transport av stoff k med turbulente rørsler. Eigentleg eit konvektivt ledd.

(5): Midla reaksjonsrate (produksjonsrate) for stoff k .

d)

Hovudpunkt i flamelet-modellar:

– For uforblanda flammer

– Løyser modelllikning for middelveidi $\bar{\xi}$ og varians $\overline{\xi'^2}$ av blandingsfraksjonen, i tillegg til likningar for rørsle (rørslemengd, turbulensmodell).

– Brukar ein føreskriven sannsynstettleik $f(\xi)$, der forma er gjeven når $\bar{\xi}$ og $\overline{\xi'^2}$ er kjende (løyste).

– Finn middelveiden frå uttrykk som

$$\bar{T} = \int_0^1 T(\xi) f(\xi) d\xi \text{ og}$$

$$\overline{T'^2} = \int_0^1 (T(\xi) - \bar{T})^2 f(\xi) d\xi, \text{ osv}$$

– Må kjenne ein funksjonssamanheng mellom kvar storleik (til dømes temperaturen T) og blandingsfraksjonen ξ .

– Ein flamelet-modell brukar utrekna resultat eller målingar for enkle små laminære flammer, og tabellerer resultatata som $T(\xi)$, $Y_k(\xi)$, osv. i eit “bibliotek”. Desse tabellane vert nytta i uttrykk som integrala ovanfor.

Oppgåve 2:

a)

Bunsen-brennar, sjå Warnatz, Maas og Dibble s.5.

Vi kan finne laminær flammefart ved å fotografere flamma og måle vinkelen mellom aksene og flammefronten (θ i Fig 1.1 i boka.): $v_L = v_u \sin \theta$

b)

Sjå lærebøkene

c)

$$\frac{d[\text{NO}]}{dt} = k_{1f}[\text{O}][\text{N}_2] + k_{2f}[\text{N}][\text{O}_2] \quad (1)$$

$$\frac{d[\text{N}]}{dt} = k_{1f}[\text{O}][\text{N}_2] - k_{2f}[\text{N}][\text{O}_2] \quad (2)$$

$$R_{\text{NO}} = M_{\text{NO}} \cdot \frac{d[\text{NO}]}{dt} = M_{\text{NO}} (k_{1f}[\text{O}][\text{N}_2] + k_{2f}[\text{N}][\text{O}_2]) \quad (3)$$

d)