

NOREGS TEKNISK-NATURVITSKAPLEGE UNIVERSITET  
 INSTITUTT FOR ENERGI- OG PROSESSTEKNIKK

Kontakt under eksamen:  
 Ivar Ertesvåg, tel. 93839/Kjell Erik Rian, tel. 93094

EKSAMEN I FAG SIO1073  
 VARME- OG FORBRENNINGSTEKNIKK  
 Måndag 5. mai 2003 Tid: 09.00 – 13.00

Planlagt sensur i veke 21

Oppgåveteksten finst også på bokmål.

Tillatne hjelpemiddel: Ingen trykte eller handskrivne hjelpemiddel. Bestemt, enkel kalkulator tillaten.

Bruk helst ikkje raud blyant/penn, det er halde av for sensuren.

Les gjennom oppgåvene først. Start med den oppgåva du meiner du har best innsikt i. Dersom det er råd, lat ikkje noko oppgåve vere heilt blank. Skriv klart, det løner seg!

Oppgåve 1

a)

I  $k$ - $\varepsilon$ -modellen (“standard”, konstant tettleik) kan den modellerte  $k$ -likninga skrivast

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho k \bar{u}_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + \rho P_k - \rho \varepsilon, \quad (1)$$

– Vis korleis den “eksakte” (ikkje modellerte)  $k$ -likninga vert utleia.

(Du skal vise framgangsmåten og treng ikkje vise alle detaljar i alle ledd.)

b)

– Kva for ledd i den “eksakte”  $k$ -likninga må modellerast, og korleis vert det gjort?

– Korleis vert  $\varepsilon$ -likninga modellert?

c)

I eit område nær ein plan vegg brukar vi tilnærminga

$$\frac{d\bar{u}_1}{dx_2} = \frac{u_\tau}{\kappa x_2}, \quad (2)$$

– Vis korleis vi finn ei vegglov for dissipasjonen (dissipasjonsraten)  $\varepsilon$ . Forklar dei føresetnadene du må gjere i tillegg til likning (2).

d)

Vis og forklar korleis ein kjem fram til vegglovene

$$T^+ = \sigma x_2^+ \quad (3)$$

$$T^+ = \frac{1}{\kappa_T} \ln x_2^+ + D_T, \quad (4)$$

der  $T^+ = \rho C_p (T_w - \bar{T}) u_\tau / q_w$ .

Opplysning:  $\nu_t = \kappa u_\tau x_2$

### Oppgåve 2

a)

Flammefarta kan uttrykkjast som  $v_L = \sqrt{D/\tau}$ , der  $\tau = k^{-1} = [A \exp(\frac{-E}{RT})]^{-1}$ .

I forblanda flammer:

- Korleis kan flammefarta tolkast?
- Korleis kan vi uttrykkje og tolke ein tilhøyrande lengdeskala?
- Kva med uforblanda flammer?

b)

For å definere ulike regime for turbulente flammer kan vi bruke to dimensjonslause grupper. Dei må vere sette saman av to turbulensskalaer og ein kjemisk skala, i tillegg til stoffeigenskapar.

– Vel eitt sett av slike skalaer som kan brukast (det finst fleire brukande alternativ) og forklar korleis desse skalaene er definerte og kva dei representerer.

Svaret skal vere for både forblanda og uforblanda flammer.

c)

Ein global, eitt-steps mekanisme for butan-forbrenning kan skrivast



Reaksjonsorden i høve til butan er 0,15, og i høve til oksygen 1,6. Reaksjonskoeffisienten (“rate coefficient”) kan uttrykkjast på Arrhenius-form der pre-eksponensialfaktoren er  $4,16 \cdot 10^9 \text{ (kmol/m}^3)^{-0,75} \text{ s}^{-1}$  og aktiveringsenergien er  $125 \cdot 10^3 \text{ kJ/kmol}$ . Den universelle gasskonstanten er  $8,314 \text{ kJ/(kmol} \cdot \text{K)}$ .

– Skriv ut eit uttrykk for reaksjonsraten til butan.

d)

– I samband med forbrenning av flytande brensel gjennomgår dropane tre ulike faser. Gjer greie for disse fasene.

– Levetida for ein drope kan reknast ut fra ei  $d^2$ -lov. Forklar denne lova og skisser  $d^2$  som funksjon av tida for ein drope ved forbrenning.

### Oppg ve 3

For matematisk modellering og numerisk rekning p  varme- og str ymingsproblem er Navier-Stokes-likningane (r rslemengd- eller impulslikningane), kontinuitets- og energilikninga viktige differensiallikningar.

For to-dimensjonal, numerisk rekning p  varme- og str ymingsproblem kan ei *generell*, partiell differensiallikning uttrykkjast som

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u\phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v\phi) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma \frac{\partial\phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma \frac{\partial\phi}{\partial y}\right) + S, \quad (6)$$

der  $S = S(\phi)$ .

a)

— Gje ei kort, fysikalsk forklaring av kvart ledd i likning (6).

— Kva praktiske f remonar har ei *generelt* formulert differensiallikning, som likning (6), i samband med utvikling av eit numerisk simuleringsprogram for   rekne p  varme- og str ymingsproblem?

b)

— Utlei differanselikninga (diskretisert likning) for den  in-dimensjonale, stasjon re utg va av likning (6) ved   bruke *kontrollvolum-metoden* og *sentraldifferensiering* for eit uniformt nettverk. Svaret skal gjevast som senterpunktskoeffisient, nabokoeffisientar og kjeldeledd for eit indre knutepunkt.

— Diskuter kva for avgrensingar som gjeld ved bruk av *sentraldifferensiering*.

c)

– Kvifor vert *underrelaksering*, eventuelt *overrelaksering*, gjerne nytta ved iterativ l ysing av eit likningssystem? Vis prinsippet matematisk ved   ta utgangspunkt i likninga

$$a_P \cdot T_P = \sum (a_{\text{nabo}} \cdot T_{\text{nabo}}) + S_u, \quad (7)$$

der  $S_u$  er ein konstant.

d)

— Utlei eit uttrykk for   rekne ut transportkoeffisienten  $\Gamma$  (sj  likning (6)) p  grenseflata mellom to kontrollvolum der det er stor skilnad i verdiene for transportkoeffisienten.

NORGES TEKNISK-NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET  
INSTITUTT FOR ENERGI- OG PROSESSTEKNIKK

Kontakt under eksamen:

Ivar Ertesvåg, tel. 93839/Kjell Erik Rian, tel. 93094

EKSAMEN I FAG SIO1073  
VARME- OG FORBRENNINGSTEKNIKK  
Mandag 5. mai 2001 Tid: 09.00 – 13.00

Planlagt sensur i uke 21

Oppgaveteksten finnes også på nynorsk.

Tillatte hjelpemiddel: Ingen trykte eller handskrevne hjelpemiddel. Bestemt, enkel kalkulator tillatt.

Bruk helst ikke rød blyant/penn, det er holdt av for sensuren.

Les gjennom oppgavene først. Start med den oppgava du meiner du har best innsikt i. Dersom det er råd, lat ikke noen oppgave være heilt blank. Skriv klart, det lønner seg!

Oppgave 1

a)

I  $k$ - $\varepsilon$ -modellen (“standard”, konstant tetthet) kan den modellerte  $k$ -likninga skrives:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho k \bar{u}_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + \rho P_k - \rho \varepsilon, \quad (1)$$

– Vis hvordan den “eksakte” (ikke modellerte)  $k$ -likninga blir utleda.

(Du skal vise framgangsmåten og trenger ikke vise alle detaljer i alle ledd.)

b)

– Hvilke ledd i den “eksakte”  $k$ -likninga må modelleres, og hvordan blir det gjort?

– Hvordan blir  $\varepsilon$ -likninga modellert?

c)

I et område nær en plan vegg bruker vi tilnærminga

$$\frac{d\bar{u}_1}{dx_2} = \frac{u_\tau}{\kappa x_2}, \quad (2)$$

– Vis hvordan vi finner en vegglov for dissipasjonen (dissipasjonsraten)  $\varepsilon$ . Forklar de antakelsene du må gjøre i tillegg til likning (2).

d)

Vis og forklar hvordan man kommer fram til vegglovene

$$T^+ = \sigma x_2^+ \quad (3)$$

$$T^+ = \frac{1}{\kappa_T} \ln x_2^+ + D_T, \quad (4)$$

der  $T^+ = \rho C_p (T_w - \bar{T}) u_\tau / q_w$ .

Opplysning:  $\nu_t = \kappa u_\tau x_2$

### Oppgave 2

a)

Flammefarten kan uttrykkes som  $v_L = \sqrt{D/\tau}$ , der  $\tau = k^{-1} = [A \exp(\frac{-E}{RT})]^{-1}$ .

I forblanda flammer:

- Hvordan kan flammefarten tolkes?
- Hvordan kan vi uttrykke og tolke en tilhørende lengdeskala?
- Hva med uforblanda flammer?

b)

For å definere ulike regimer for turbulente flammer kan vi bruke to dimensjonslause grupper. De må være satt sammen av to turbulensskalaer og én kjemisk skala, i tillegg til stoffegenskaper.

- Velg ett sett av slike skalaer som kan brukes (det finst flere brukende alternativ) og forklar hvordan disse skalaene er definerte og hva de representerer.

Svaret skal være for både forblanda og uforblanda flammer.

c)

En global, ett-steps mekanisme for butan-forbrenning kan skrives



Reaksjonsorden i forhold til butan er 0,15, og i forhold til oksygen 1,6. Reaksjonskoeffisienten ("rate coefficient") kan uttrykkes på Arrhenius-form der pre-eksponensialfaktoren er  $4,16 \cdot 10^9 \text{ (kmol/m}^3)^{-0,75} \text{s}^{-1}$  og aktiveringsenergien er  $125 \cdot 10^3 \text{ kJ/kmol}$ . Den universelle gasskonstanten er  $8,314 \text{ kJ/(kmol} \cdot \text{K)}$ .

- Skriv ut et uttrykk for reaksjonsraten til butan.

d)

- I forbindelse med forbrenning av flytende brensler gjennomgår dråpene tre ulike faser. Beskriv disse fasene.

- En dråpes levetid kan beregnes ut fra en  $d^2$ -lov. Forklar denne loven og skisser  $d^2$  som funksjon av tiden for en dråpe ved forbrenning.

Oppgave 3

Ved matematisk modellering og numerisk beregning av varme- og strømningsproblemer er Navier-Stokes likninger (bevegelsesmengde- eller impulslikningene), kontinuitets- og energilikningen sentrale differensiallikninger.

Ved to-dimensjonal, numerisk beregning av varme- og strømningsproblemer kan en *generell*, partiell differensiallikning uttrykkes som

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u\phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v\phi) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma \frac{\partial\phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma \frac{\partial\phi}{\partial y}\right) + S, \quad (6)$$

der  $S = S(\phi)$ .

a)

— Gi en kort, fysikalsk beskrivelse av hvert ledd i likning (6).

— Hvilke praktiske fordeler har en *generelt* formulert differensiallikning, som likning (6), i forbindelse med utvikling av et numerisk simuleringsprogram for beregning av varme- og strømningsproblemer?

b)

— Utled differensiallikningen (diskretisert likning) for den én-dimensjonale, stasjonære utgaven av likning (6) ved bruk av *kontrollvolum-metoden* og *sentraldifferensiering* for et uniformt nettverk. Svaret skal gis som senterpunktskoeffisient, nabokoeffisienter og kildeledd for et indre knutepunkt.

— Diskuter hvilke begrensninger som gjelder ved bruk av *sentraldifferensiering*.

c)

— Hvorfor benyttes gjerne *underrelaksering*, eventuelt *overrelaksering*, ved iterativ løsning av et likningssystem? Vis prinsippet matematisk ved å ta utgangspunkt i likningen

$$a_p \cdot T_p = \sum (a_{nabo} \cdot T_{nabo}) + S_u, \quad (7)$$

der  $S_u$  er en konstant.

d)

— Utled et uttrykk for beregning av transportkoeffisienten  $\Gamma$  (se likning (6)) på grenseflaten mellom to kontrollvolumer der det er stor forskjell i verdiene for transportkoeffisienten.