

Løsningsforslag til eksamen i emne
TEP 4170 Varme- og forbrenningsteknikk,
20. mai 2008

Kjetil Erik Rian, Institutt for energi- og prosesseteknikk,
NTNU

Oppgave 1:

Turbulent strømming kan defineres som en stokastisk fluktuierende, ikke-stasjonær, tredimensjonal rotasjonsstrømming med sterke dissipative og diffusive egenskaper.

Turbulens er en egenskap til strømmingen og ikke til fluidet.

Turbulens oppstår i strømmingen fra fluidmekaniske ustabiliteter når de viskøse kreftene ikke er i stand til å dempe ut perturbasjoner i strømmingen. Dette skjer typisk for høye Reynolds-tall.

Turbulensen er spredd utover et vidt spekter av tids- og lengdeskalaer (små og store virvler).

I praktiske strømmingen dominerer som oftest de turbulente transportmekanismene over de molekylære transportmekanismene; effektiv blanding

skjer ved at "fluidballer" transporteres med virvlene (jfr. Prandtl's tankemodell). Dessuten forbedres den molekylære blandingen (diffusjon) ved at turbulensen river opp og strekker fluidelementer slik at en større del av strømmingen får gradienten i konsentrasjonen.

Energi tas fra middelstrømmingen og overføres til turbulensen. De store virvlene (storskala-turbulensen) brytes ned til mindre og mindre virvler, og den mekaniske energien transporteres videre fra de større (energirike) virvlene og ned til de minste virvlene (Kolmogorov- og Batchelor-skalaene) hvor den resterende mekaniske energien omgjøres til varme ved dissipasjon.

Dissipasjonen foregår over et kontinuerlig spekter av lengdeskalaer, men storparten av dissipasjonen skjer i de minste virvlene.

Ved turbulent forbrenning vil turbulensen forbedre blandingen av brensel og oksidant samt blandingen av kalde reaktanter og varme produkter.

Turbulens bidrar dermed å gjøre forbrenningen mer effektiv. Sterk turbulens kan på den andre siden føre til slukning. Slukning avhenger av den lokale blandingen av stoff, lokal varme transport og kjemisk kinetikk. Andre effekter knyttet til turbulens & forbrenning:

- Forbrenning \Rightarrow varmeutvikling \Rightarrow gasser ekspanderer \Rightarrow turbulens dempes
- " " \Rightarrow " " \Rightarrow oppdriftskrefter \Rightarrow turbulens dempes
- Varm gass \Rightarrow høyere viskositet \Rightarrow turbulens økes

Oppgave 2:

Transportlikningen for et stoff k kan skrives som:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho Y_k) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j Y_k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\rho D \frac{\partial Y_k}{\partial x_j} \right) + R_k$$

Antar at ρ og D ikke fluktuerer.

Innfører Reynolds-opptdeling for hastighet og massefraksjon:

$$u_j = \bar{u}_j + u_j', \quad Y_k = \bar{Y}_k + Y_k'$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{\partial}{\partial t} [\rho (\bar{Y}_k + Y_k')] + \frac{\partial}{\partial x_j} [\rho (\bar{u}_j + u_j') (\bar{Y}_k + Y_k')] \\ = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\rho D \frac{\partial (\bar{Y}_k + Y_k')}{\partial x_j} \right) + R_k \end{aligned}$$

Midler likningen

$$\begin{aligned} \Rightarrow \overline{\frac{\partial}{\partial t} [\rho (\bar{Y}_k + Y_k')] + \frac{\partial}{\partial x_j} [\rho (\bar{u}_j \bar{Y}_k + \bar{u}_j Y_k' + u_j' \bar{Y}_k + u_j' Y_k')]} \\ = \overline{\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\rho D \frac{\partial (\bar{Y}_k + Y_k')}{\partial x_j} \right) + R_k} \end{aligned}$$

Har at $\overline{\bar{u}_j} = \bar{u}_j$, $\overline{\bar{Y}_k} = \bar{Y}_k$, $\overline{Y_k'} = 0$ og $\overline{u_j'} = 0$

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial t} (\rho \bar{Y}_k) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \bar{u}_j \bar{Y}_k + \overline{\rho u_j' Y_k'}) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\rho D \frac{\partial \bar{Y}_k}{\partial x_j} \right) + \bar{R}_k$$

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial t} (\rho \bar{Y}_k) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \bar{u}_j \bar{Y}_k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\rho D \frac{\partial \bar{Y}_k}{\partial x_j} - \overline{\rho u_j' Y_k'} \right) + \bar{R}_k$$

transient
ledd
(lagringsledd)

konvektiv
ledd,
transport med
middelstrømm.

diffusjons-
ledd

turbulens-
flukes,
konvektiv
transport
med
turbulensen

Produksjons-
ledd
(kemisk)

f.p.d.

Oppgave 3:

- $\overline{u'_2 Y'_k}$: transport av $\overline{Y_k}$ med turbulensen

Gradienttransportmodell:

$$\underline{\underline{-\overline{u'_2 Y'_k} = \frac{\nu_t}{\sigma_{Y_k}} \cdot \frac{\partial \overline{Y_k}}{\partial x_2}}}$$

der $\nu_t \hat{=}$ turbulensviskositet

$\sigma_{Y_k} \hat{=}$ turbulens-Schmidt-tall

Prandtl's blandingsveiteori: $\nu_t = l^2 \left| \frac{\partial \overline{u_1}}{\partial x_2} \right|$

$$\Rightarrow \underline{\underline{-\overline{u'_2 Y'_k} = \frac{l^2}{\sigma_{Y_k}} \left| \frac{\partial \overline{u_1}}{\partial x_2} \right| \cdot \frac{\partial \overline{Y_k}}{\partial x_2}}}$$

der $l \hat{=}$ blandingsveilengden

Oppgave 4:

Utleddning av den "eksakte" transportlikningen for turbulensenergien k :

1. Tar utgangspunkt i impulslikningen (su_i -likning) med $g = \text{konst.}$
2. Innfører Reynolds-oppdelingen $u_i = \bar{u}_i + u_i'$ og finner en likning for \bar{u}_i .
3. Trekker den siste likningen fra den første og får en likning for fluktasjonen $u_i' = u_i - \bar{u}_i$:

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} (su_i') + \dots = \dots \right] = \left[\frac{\partial}{\partial t} (su_i) + \dots = \dots \right] - \left[\frac{\partial}{\partial t} (s\bar{u}_i) + \dots = \dots \right]$$

4. Multipliserer likningen for fluktasjonen u_i' med fluktasjonen selv og får en likning for $\frac{1}{2} u_i' u_i'$

5. Midler denne likningen og får en likning for (midlet) turbulensenergi, $k = \frac{1}{2} \overline{u_i' u_i'}$:

$$u_i' \cdot \left[\frac{\partial}{\partial t} (su_i') + \dots = \dots \right] = \left[\frac{\partial}{\partial t} (s \frac{1}{2} u_i' u_i') + \dots = \dots \right]$$

$$\xrightarrow{\text{midler}} \left[\frac{\partial}{\partial t} (s \underbrace{\frac{1}{2} u_i' u_i'}_k) + \dots = \dots \right]$$

I k-likningen må følgende ledd modelleres:

- $\frac{\partial}{\partial x_j} \left(-\frac{1}{2} \rho \overline{u_i' u_i' u_j'} - \overline{p' u_j'} \right)$ (Leddets tolkes gjerne som middel konvektiv transport med turbulensvirkene)
- $-\rho \overline{u_i' u_j'} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j}$ (Leddets uttrykker produksjon av turbulensenergi)
- $\mu \overline{\frac{\partial u_i'}{\partial x_j} \frac{\partial u_i'}{\partial x_j}}$ (Leddets uttrykker dissipation av turbulensenergi)

Oppgave 5:

NTNU

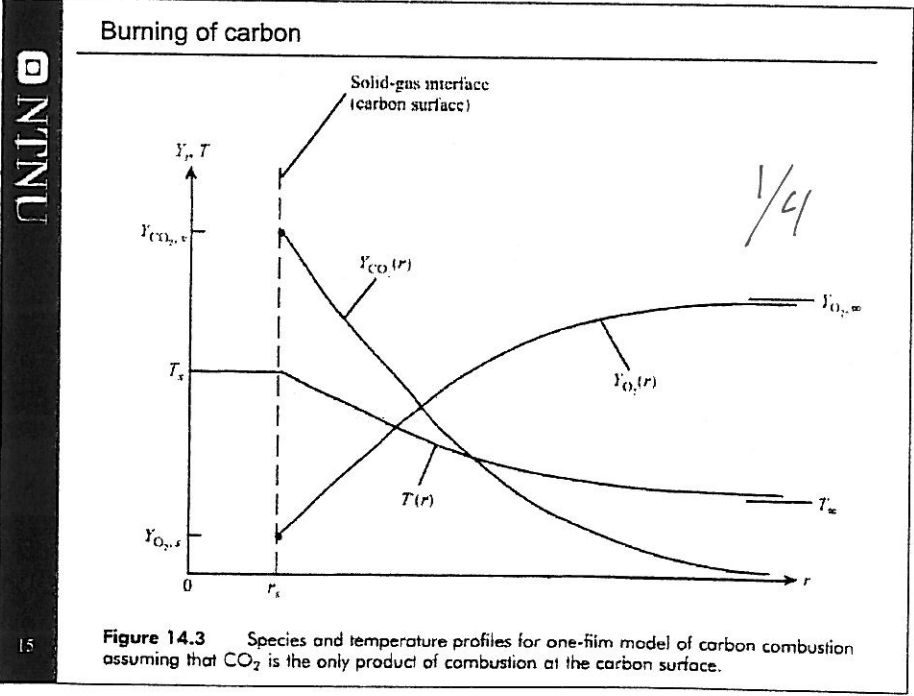
Burning of carbon

In the **one-film model** there is no flame in the gas phase and the maximum temperature occurs at the carbon surface. The one-film model is quite simple, useful for illustrating the combined effects of heterogeneous kinetics and gas-phase diffusion. 1/4/

In the **two-film model**, a flame-sheet lies at some distance from the surface, where the CO produced at the surface reacts with incoming O₂. The two-film model is still simplified, but shows more realistically than the one-film model the sequential production and oxidation of CO. 1/4/

In the **continuous-film model**, a flame-zone is distributed within the boundary layer, rather than occurring in the flame-sheet. 1/4/

13



Oppgave 6:

Propanforbrenning i luft.

Målte molfraksjoner i eksosgassen:

$$X_{\text{CO}_2} = 0,150$$

$$X_{\text{O}_2} = 0,010$$

$$X_{\text{H}_2\text{O}} = 0,210$$

$$X_{\text{NO}} = \frac{110}{10^6} = 110 \cdot 10^{-6}$$

$$\text{Antar: } X_{\text{CO}} \sim 0$$

$$X_{\text{uforbrente hydrokarboner}} \sim 0$$

Skal finne utslippsindeksen for NO: EI_{NO} (g/kg_F)

Propan (C_3H_8): $\text{C}_x\text{H}_y \Rightarrow x=3, y=8$

$$\begin{aligned} \underline{\underline{EI_{\text{NO}}}} &= \frac{X_{\text{NO}}}{X_{\text{CO}_2} + X_{\text{CO}}} \cdot \frac{x \cdot MW_{\text{NO}}}{MW_{\text{C}_3\text{H}_8}} \\ &= \frac{110 \cdot 10^{-6}}{0,150 + 0} \cdot \frac{3 \cdot 30}{44} \cdot 1000 \frac{\text{g}_{\text{NO}}}{\text{kg}_{\text{C}_3\text{H}_8}} \end{aligned}$$

$\frac{2}{3}$

$$= \underline{\underline{1,5 \text{ g}_{\text{NO}}/\text{kg}_{\text{C}_3\text{H}_8}}}$$

$\frac{1}{3}$

Når konsentrasjonene i eksosgassen korrigeres tilsvarende et gitt O_2 -nivå, kan sammenlikningen av utslipp fra forbrenningsprosesser gjøres uavhengig av om ulike oksidantmengder (O_2 , luft)/luftoverskuddstall er benyttet i selve prosessene.

Oppgave 7:

$$\frac{1}{3} \quad \frac{d[N]}{dt} = k_{1,f} [N_2] \cdot [O] - k_{1,b} [NO] \cdot [N] - k_{2,f} [N] \cdot [O_2] \\ + k_{2,b} [NO] \cdot [O] - k_{3,f} [N] \cdot [OH] + k_{3,b} [NO] \cdot [H]$$

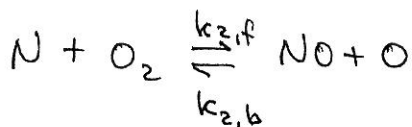
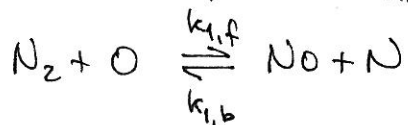
$$\frac{1}{3} \quad \frac{d[NO]}{dt} = k_{1,f} [N_2] \cdot [O] - k_{1,b} [NO] \cdot [N] + k_{2,f} [N] \cdot [O_2] \\ - k_{2,b} [NO] [O] + k_{3,f} [N] [OH] - k_{3,b} [NO] [H]$$

$\frac{1}{3}$ Den første foroverreaksjonen, dvs. $N_2 + O \xrightarrow{k_{1,f}} NO + N$, er den hastighetsbestemmende reaksjonen i dannelsen av termisk NO.

$\frac{1}{6}$ Denne reaksjonen har høyest aktiveringsenergi, noe som skyldes de sterke trippelbindingene i N_2 -molekylene. For å bryte opp disse trippelbindingene kreves det mye energi.

Oppgave 8:

Zeldovich-mekanismen:



$$\frac{1}{4} \quad \frac{d[\text{NO}]}{dt} = k_{1,f} \cdot [\text{N}_2][\text{O}] + k_{2,f} [\text{N}][\text{O}_2]$$

$$\frac{d[\text{N}]}{dt} = k_{1,f} [\text{N}_2][\text{O}] - k_{2,f} [\text{N}][\text{O}_2]$$

Neglisjerer reaksjonsraten til bakover-reaksjonene

Antar stasjonær tilstand for N-radikalen:

$$\frac{1}{4} \quad \frac{d[\text{N}]}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow k_{1,f} [\text{N}_2][\text{O}] = k_{2,f} [\text{N}][\text{O}_2]$$

$$\Rightarrow [\text{N}] = \frac{k_{1,f} [\text{N}_2][\text{O}]}{k_{2,f} [\text{O}_2]}$$

$$\frac{1}{4} \Rightarrow \frac{d[\text{NO}]}{dt} = k_{1,f} [\text{N}_2][\text{O}] + k_{2,f} \cdot \frac{k_{1,f} [\text{N}_2][\text{O}]}{k_{2,f} [\text{O}_2]} \cdot [\text{O}_2]$$

$$= \underline{\underline{2 k_{1,f} [\text{N}_2] \cdot [\text{O}]}} \quad \text{f.e.d.}$$

Antagelser som er benyttet:

- reaksjonsraten til bakover-reaksjonene er negligert
- stasjonær tilstand for N-radikalene