Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for energi- og prosessteknikk

Kontakt under eksamen:
Torleif Weydahl, tlf. 73591634 / 92045222

LØSNINGSFORSLAG TIL EKSAMEN I FAG TEP4170 VARME- OG FORBRENNINGSTEKNIKK

18. mai 2007 Tid: 15.00 – 19.00

Vekting angitt i klammeparentes [ ].

Oppgave 1 – Reynolds-midling

-Se også Ertesvåg(2000, s.19). [25% for hver del, max 100%] [1/3]

1. (Stokastiske) fluktuasjoner i tid og rom.
2. Lengde- og tidskalaene er fordelt over et vidt spekter (store og små virvler).
3. Energioverføring fra store til mindre virvler ved virvelstrekking og akselerasjon av nærliggende fluid. Dissipasjon av turbulensenergi hovedsakelig i de minste virvlene. / Høye Reynoldstall gir ustabil strømning osv…
4. Med skalarer: Store virvler er ansvarlige for transport (turbulensviskositet/turbulensdiffusivitet), små virvler for molekylær blanding (ved at gradienter øker)
5. Turbulensdiffusivitet/viskositet er en egenskap ved strømningen og ikke ved fluidet.
6. Rotasjonsstrømning

-Se tidligere oppgaver. [1/3]

-Vi benytter middelverdimodeller fordi det i praksis ikke er mulig å løse opp alle lengde- og tidskalaene i den turbulente strømningen. [1/3]

Oppgave 2 – Turbulensviskositet

- Vi kan løse transportligninger for Reynolds-spenningene. (Underforstått hvis vi ikke bruker *gradientmodeller*, her var ikke spørsmålsstillingen helt presis.). [1/4]

-Se Ertesvåg(2000, s. 40-41) for utledning av blandingsveimodellen. Det holder å si at u' er av samme størrelsesorden som v', man trenger ikke tegne opp turbulensballer og gå gjennom hele den tilhørende argumentasjonsrekken. -Turbulensviskositeten er angitt i ligning (2.17). [1/2]
-Turbulensviskositeten μ_t dersom vi løser en ligning for turbulensenergien, k er gitt i Ertesvåg(2000, s.52) [1/4]

Oppgave 3 – Isotrop turbulens

-Se Ertesvåg (2000,s. 48-49) eller tidligere løsningsforslag. [1/2]

-Ved isotrop turbulens er romlige gradienter av middelverdier lik null (gjelder også homogen turbulens). Da blir produksjonsledd, diffusive ledd og konvektive ledd lik null. Vi står da igjen med:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) = -\rho\varepsilon \tag{1}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\varepsilon) = -C_{\varepsilon 2}\frac{\varepsilon}{k}\rho\varepsilon \tag{2}$$

[1/2]

Oppgave 4 – Karakterisering av turbulente flammer

For å karakterisere turbulente flammer trenger vi to uavhengige dimensjonsløse grupper. I Borghi-diagrammet benyttes $u^{'}/u_L$, og $l^{'}/\delta_L$. -Forklar hva de 4 størrelsene $u^{'}$, u_L, $l^{'}$ og δ_L representerer.

- $u^{'}$ karakteristisk fartsskala for turbulensen [1/12]
- $l^{'}$ karakteristisk lengdeskala for turbulensen [1/12]
- u_L laminær flammehastighet [1/12]
- δ_L laminær flammetykkelse [1/12]

a) Linje for kritisk Reynoldstall. I området under denne linjen har vi laminær strømning $\mathrm{Re}_{l^{'}} = konst$ [1/12]

b) Langs denne linjen er laminær flammetykkelse av samme størrelsesorden som Kolmogorovskalaen $\delta_L \approx \eta$, eller Damkøhlertallet: $Da_K = \frac{\tau}{\tau_c} = konst$ som betyr at den kjemiske tidsskalaen er av samme størrelsesorden som tidsskalaen for de små virvlene. [1/12]

c) Langs denne linjen er kjemisk tidsskala av samme størrelsesorden som turbulens tidsskala. Damkøhlertallet: $Da = \frac{\theta}{\tau_c} = konst$ [1/12]

i) ”Rukkete flammer”. Raske reaksjoner og svak turbulens. Reaksjonene skjer i sjikt som i laminær forbrenning. Turbulensen bukler reaksjonssonen. [1/12]

ii) ”Rukkete flammer med lommer”. $u^{'} > u_L$. Med større fluktuasjoner bukler flammene seg mer og det dannes ”halvøyer” og ”øyer”. [1/12]

iii) ”Tjukna rukkete flammer”. $\delta_L > \eta$. Den minste turbulensskalaen er mindre enn flammetykkelsen og flammen rives opp og utvides av de minste virvlene. [1/12]

iv) ”Tjukna flammer”. $\theta < \tau_c$. Den turbulente blandingen er raskere enn de kjemiske reaksjonene. Reaksjonssonen spres ytterligere. [1/12]

v) Tjukke flammer. $\delta_L > l^{'}$. Flammen fyller hele forbrenningsrommet. Et idealisert grensetilfelle kalles en perfekt blandet reaktor. [1/12]

Oppgave 5 – Blandingsfraksjon og konservert skalar

-En konservert skalar har ingen kilder eller sluk i transportligningen for denne skalaren. [1/5]

Ett-stegs reaksjonen gir oss at:

$$(R_{br} = \frac{1}{r} R_{oks}) \tag{3}$$

Vi utleder en transportligning for $(Y_{br} - \frac{1}{r} Y_{oks})$ på følgende måte:

$$(\text{ ligning for } Y_{br}) - \frac{1}{r}(\text{ ligning for } Y_{oks}) \tag{4}$$

Denne ligningen har følgende kildeledd:

$$(R_{br} - \frac{1}{r} R_{oks}) \tag{5}$$

som vi av (3) ser er null. [2/5]

-For $\xi < \xi_{st}$ er $Y_{br} = 0$. Setter inn konservert skalar $(Y_{br} - \frac{1}{r} Y_{oks})$ i uttrykket for blandingsfraksjonen:

$$\xi = \frac{\left(Y_{br} - \frac{1}{r} Y_{oks}\right) - \left(Y_{br} - \frac{1}{r} Y_{oks}\right)_2}{\left(Y_{br} - \frac{1}{r} Y_{oks}\right)_1 - \left(Y_{br} - \frac{1}{r} Y_{oks}\right)_2} \tag{6}$$

For $\xi \geq \xi_{st}$ er $Y_{oks} = 0$. Setter inn verdiene i hvert innløp $Y_{br1} = 1$, $Y_{br2} = 0$, $Y_{oks1} = 0$, $Y_{oks2} = 1$:

$$\xi = \frac{\left(Y_{br} - 0\right) - \left(0 - \frac{1}{r}\right)_2}{\left(1 - 0\right)_1 - \left(0 - \frac{1}{r}\right)_2} \tag{7}$$

ordner dette og får:

$$Y_{br}(\xi) = \frac{1}{r}\big((1+r)\xi - 1\big) \qquad \text{for} \;\; \xi \geq \xi_{st}$$
$$Y_{br}(\xi) = 0 \qquad\qquad\qquad \text{for} \;\; \xi < \xi_{st} \tag{8}$$

[2/5]

Oppgave 6 – Forbrenningsmodell med antatt sannsynlighetstetthet

Koeffisientene a og b bestemmes:

$$0.5 = \frac{a}{a+b} \qquad \text{og} \qquad 0.05 = \frac{0.5(1-0.5)}{1+a+b}$$
$$1 = \frac{2a}{a+b} \;\; \rightarrow \;\; a = b \tag{9}$$

setter dette inn:

$$0.05 = \frac{0.5(1-0.5)}{1+2a} \quad \rightarrow a = 2 \;\; \rightarrow \;\; b = 2 \tag{10}$$

Nå kan vi regne ut integralet

$$B(2,2) = \int_0^1 x(1-x)dx = \left[\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3\right]_0^1 = \frac{1}{6} \tag{11}$$

som gir oss

$$f(\xi) = 6\xi(1-\xi) \tag{12}$$

[1/3]

-Integralet vi må løse er

$$\overline{Y}_{br} = \int_0^1 Y_{br}(\xi) f(\xi) d\xi$$
$$\overline{Y}_{br} = \int_0^{\xi_{st}} 0 \cdot 6\xi(1-\xi)d\xi + \int_{\xi_{st}}^1 \frac{1}{r}\big((1+r)\xi - 1\big)6\xi(1-\xi)d\xi \tag{13}$$
$$= 6\int_{\xi_{st}}^1 \frac{1}{r}\big((1+r)\xi - 1\big)\xi(1-\xi)d\xi$$

[1/3]

-Vi må løse transportligninger for: [1/3]

- Masse
- Impuls
- Turbulensenergi, k

- Dissipasjon (av turbulensenergi), ε
- $\overline{\xi}$
- $\overline{\xi'^2}$