TMA4195 Matematisk modellering 2003

Øving 7

Veiledning: 2003-10-28

1: Vis at systemet

$$\dot{x} = x + 2y - x(x^4 + y^4),$$
$$\dot{y} = -2x + y - y(x^4 + y^4)$$

har minst en periodisk løsning.

2: Oppgave 3.6 side 405 i Logan (i kompendiet).

3: (Eksamen desember 1994; litt modifisert.)
Følgende modell har blitt foreslått for populasjonen (P) av elg i Trøndelag:

$$\dot{P} = kP\Big(1 - \frac{P}{M}\Big)\Big(\frac{P}{m} - 1\Big), \qquad 0 < m < M.$$

(a) Hvilke egenskaper prøver modellen å beskrive, og hvilke likevektspunkter har den? Demonstrér hvordan en kan benytte lineær stabilitsanalyse til å analysere stabiliteten og lage en kvalitativ skisse over løsningene.

(b) En forenklet modell som også omfatter jegere har, etter skalering, formen

$$\dot{P} = P(1 - P) - J,$$
$$\dot{J} = -\tfrac{1}{2}J + JP.$$

Hvilke (kvalitative) egenskaper har denne modellen?
(*Hint*: Systemet er uforandret under transformasjonen $P \curvearrowright 1 - P$, $t \curvearrowright -t$. Tenk over hva dette betyr for banene til systemet.)