75048 Matematisk modellering 1998

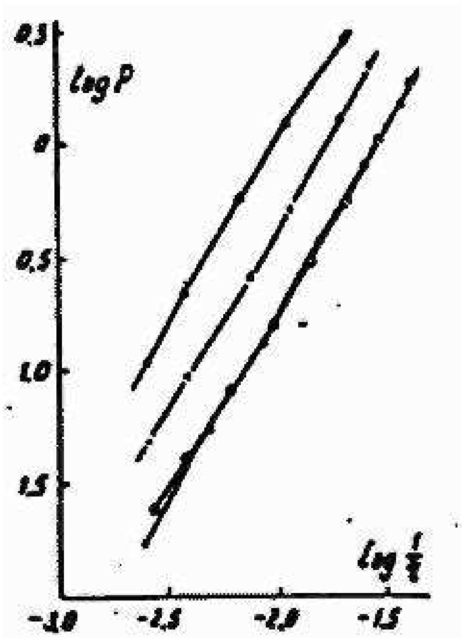
Øving 1

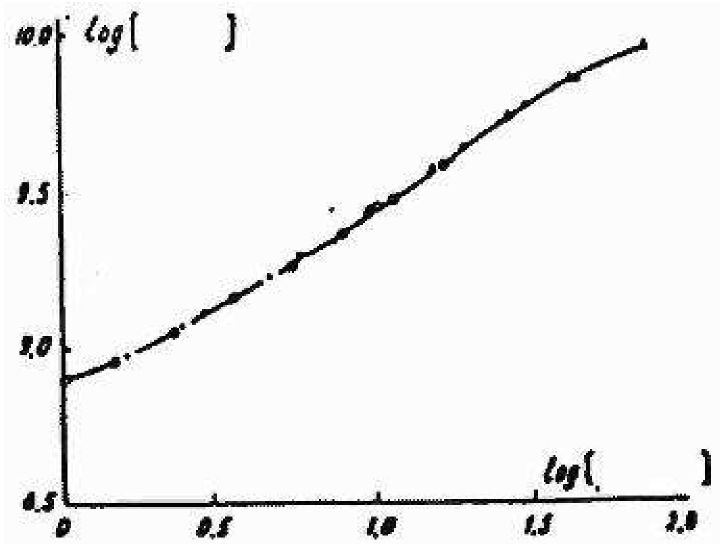
Veiledning/Løsning: 1998–08–27/1998–09–03

Oppgave 1: En åpen, vertikal, sylindrisk tank med diameter D er fylt til en høyde h av en væske med tetthet ρ. Bunnen har tykkelse d og (Young's) elastisitetsmodul E. På grunn av vekten til væsken synker bunnen noe ned, mest på midten (vi antar at det er ingen endring rundt kanten). Vis at nedsynkningen δ på midten kan uttrykkes ved

$$\frac{\delta}{D} = \Phi\Big(\frac{h}{D}, \frac{d}{D}, \frac{E}{Dg\rho}\Big).$$

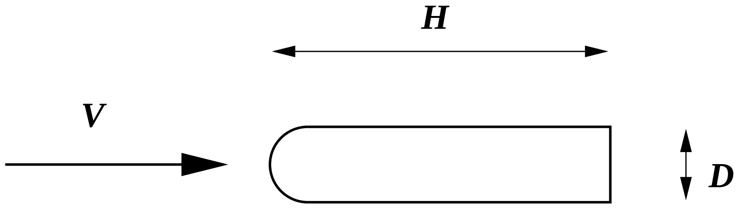
Oppgave 2: Ved å måle trykkfallet p i tilførselsrøret mot tiden t det tok å fylle et kar med volum V, oppnådde Bose, Bose og Ruert omkring 1910 sammenhengene som vist på figuren til venstre for vann, kloroform, bromoform og kvikksølv. Vis ved å innføre dimensjonsløse variable (vha. tetthet ρ og viskositet μ) at det finnes én felles relasjon som samler kurvene. Det vil si, finn variablene langs aksene i von Kármans fremstilling av de samme dataene, som vist på figuren til høyre.





Figurene er scannet inn fra en dårlig kopi, så det kan være litt vanskelig å lese teksten på figurene. I figuren til venstre er den horisontale aksen merket $\log(1/t)$ med tallene -3.0 til -1.5, mens den vertikale aksen er merket $\log P$ med tallene -1.5 til 0.5 (tror jeg – minustegnene mangler på originalen og). I figuren til høyre er den horisontale aksen utstyrt med tall fra 0 til 2.0 og den vertikale fra 8.5 til 10.0.

Oppgave 3 (eksamen 1994–01):



Fagverket i et høyt tårn har lange elementer med et tverrsnitt som vist på figuren. Hvis det blåser vind som angitt med hastighet V, kan det oppstå vibrasjoner som kan lede til utmatting. Frekvensen ν til vibrasjonene avhenger av V, D, H samt luftens tetthet ρ og viskositet μ.

a) Vis fra dimensjonsanalyse at det finnes en relasjon

$$\frac{\nu D}{V} = f\Big(\frac{D}{H}, \frac{\rho V D}{\mu}\Big)$$

der f er en funksjon av to variable.

b) Elementene testes ved hjelp av en modell i skala $1:10$ som settes i strømmende vann. Det viser seg at modellen vibrerer med frekvensen[1] $\nu_{\mathsf{M}} = 100\,\mathrm{s}^{-1}$ ved hastigheten $V_{\mathsf{M}} = 7.5\,\mathrm{m\,s}^{-1}$. Hvilken frekvens og hastighet vil dette svare til i full størrelse? Regn med $D = 0.005\,\mathrm{m}$, $\rho_{\mathsf{luft}} = 1\,\mathrm{kg\,m}^{-3}$, $\rho_{\mathsf{vann}} = 1000\,\mathrm{kg\,m}^{-3}$, $\mu_{\mathsf{luft}} = 2\cdot 10^{-5}\,\mathrm{kg\,m}^{-1}\mathrm{s}^{-1}$, $\mu_{\mathsf{vann}} = 10^{-3}\,\mathrm{kg\,m}^{-1}\mathrm{s}^{-1}$.

[1] Indeksen M står her for «modell».