SIF5005 Matematikk 2, våren 2003

Auditorieøving 5

Uke 8

Oppgave 1 Finn en ligning for tangentplanet til flaten $z = \sec(x^2 + y^2)$ i punktet $(\sqrt{\pi}, \frac{\sqrt{\pi}}{2}, -\sqrt{2})$.

Oppgave 2 Funksjonen $z = f(x, y)$ er gitt implisitt ved ligningen $xyz = \sin(x + y + z)$. Finn f_x og f_y uttrykt ved x, y, z.

Oppgave 3 Bestem $\frac{\partial w}{\partial x}$ og $\frac{\partial w}{\partial y}$ når $w = \sqrt{uvxy}$ der $u = \sqrt{x - y}$ og $v = \sqrt{x + y}$ ved **a)** å sette inn for u og v i uttrykket før du deriverer, og **b)** å bruke kjerneregelen.

Oppgave 4 La $f(x, t) = g(x + at) + h(x - at)$ der g og h er to ganger deriverbare funksjoner (av en variabel) og a er en gitt konstant. Vis at f er en løsning av bølgeligningen

$$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$$

uansett hvordan g og h ellers ser ut. Hva sier dette om antall løsninger av denne partielle differensialligningen?

Oppgave 5 Finn en tilnærmet verdi for z–koordinaten til punktet P på flaten $2x^3 + 2y^3 + 2z^3 = 9xyz$ når P ligger nær punktet $(1, -1, 0)$ på kurven og har x–koordinat 1.1 og y–koordinat -0.8.

Oppgave 6. La

$$g(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 - xy}{x^2 + y^2} & \text{for } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{for } (x, y) = (0, 0) \end{cases} \qquad \text{og} \qquad h(x, y) = (\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{y^2})^3.$$

a) Vis at funksjonen g er partielt deriverbar, men ikke kontinuerlig i origo.

b) Vis at funksjonen h er kontinuerlig og har partiell deriverte i origo, men at h ikke er kontinuerlig deriverbar (differensierbar) i origo.

c) Hvordan stemmer reultatene i **a)** og **b)** med følgende setning: *Dersom $f(x, y)$ er kontinuerlig deriverbar i punktet (a, b), så er f kontinuerlig i (a, b).*