

Eksempel 8 side 577 i E&P er feil: Eksemplet ser på de to kurvene $r = 1 + \sin \theta$ og $r^2 = 4 \sin \theta$.

Nøkkelen til å forstå hva som skjer er at forskjellige (r, θ) -verdier godt kan gi samme punkt i planet. Så betrakt et punkt på den første kurven, med polarkoordinater (r_1, θ_1) , og et punkt på den andre kurven, med polarkoordinater (r_2, θ_2) :

$$r_1 = 1 + \sin \theta_1, \quad r_2^2 = 4 \sin \theta_2.$$

Disse gir samme punkt i planet akkurat når en av de følgende tre betingelser er oppfylt:

1. $r_1 = r_2 = 0$ (da er verdiene av θ_1 og θ_2 irrelevante, så lenge ligningene er oppfylt),
2. $r_1 = r_2$ og $\theta_1 = \theta_2 + 2k\pi$ for et heltall k ,
3. $r_1 = -r_2$ og $\theta_1 = \theta_2 + (2k + 1)\pi$ for et heltall k .

Ved å betrakte tilfelle 2, slik boka gjør, finner vi skjæringspunktet merket A i figuren.

Vi sjekker tilfelle 1, og finner vi at punktet O (origo) er på begge kurvene: $\theta_1 = \frac{3}{2}\pi$ og $\theta_2 = 0$ gir $r_1 = r_2 = 0$.

For tilfelle 3 er det ikke nødvendig å sjekke *alle* heltall k , siden begge kurvene er slik at å legge et helt multiplum av 2π til θ ikke endrer r , og dermed gir samme punkt. Så vi kan nøye oss med å se på tilfellet $r_1 = -r_2$, $\theta_1 = \theta_2 + \pi$. Det gir $\sin \theta_2 = -\sin \theta_1$, og dermed kan vi skrive

$$\begin{aligned} r_1^2 &= r_2^2 \\ (1 + \sin \theta_1)^2 &= -4 \sin \theta_1 \\ 1 + 2 \sin \theta_1 + \sin^2 \theta_1 &= -4 \sin \theta_1 \\ 1 + 6 \sin \theta_1 + \sin^2 \theta_1 &= 0 \\ \sin \theta_1 &= \frac{1}{2}(-6 \pm \sqrt{6^2 - 4}) = -3 \pm 2\sqrt{2}. \end{aligned}$$

Siden $|\sin \theta_1| \leq 1$ kan vi ikke bruke minustegnet, så vi ender med

$$\sin \theta_1 = 2\sqrt{2} - 3 \approx -0.171573$$

Dette gir de to løsningene merket B og C i figuren. En løsning er $\theta_{1,1} \approx -0.172 \approx -9.9^\circ$, den andre løsningen er $\theta_{1,2} = \pi - \theta_{1,1} \approx 189.9^\circ$.