

# Konvergenstester

**0.  $n$ -teleddstesten:** Hvis ikke  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ ,

divergerer  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ .

**1. Positive ledd:** Rekker med bare positive ledd konvergerer, eller divergerer mot  $\infty$ .

**2. Absolutt konvergens:**

Absolutt konvergente rekker konvergerer. Derfor:

*Alle tester som gjelder konvergens for rekker med positive ledd kan trivielt skrives om til tester som gjelder absolutt konvergens for vilkårlige rekker.*

**3. Integraltesten:**

Om  $a_n = f(n)$ ,  $f(x) > 0$  avtagende, er

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n < \infty \Leftrightarrow \int_1^{\infty} f(x) dx < \infty.$$

**4. Sammenligningstesten:**

Om  $0 \leq a_n \leq b_n$  for alle  $n$  gjelder

$$\sum_{n=1}^{\infty} b_n < \infty \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n < \infty.$$

## 5. Grensesammenligningstesten:

Om  $a_n > 0$  og  $b_n > 0$  for alle  $n$  og

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = R, \quad 0 < R < \infty$$

gjelder

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n < \infty \Leftrightarrow \sum_{n=1}^{\infty} b_n < \infty.$$

## 6. Forholdstesten: Om $a_n > 0$ og

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \rho$$

gjelder:

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ er } \begin{cases} \text{konvergent} & \text{om } \rho < 1, \\ \text{divergent} & \text{om } \rho > 1, \end{cases}$$

og testen gir ingen konklusjon om  $\rho = 1$ .

## 7. Rottesten: Om $a_n > 0$ og

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = \rho$$

gjelder samme konklusjoner som for forholdstesten.

## 8. Alternierende rekke: Om $a_n > 0$ , følgen $\{a_n\}$ er

avtagende, og  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ , er  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$

konvergent.