

NTNU, Institutt for fysikk
Fag TFY4300 Energi og miljøfysikk 2005-10
(Energy and Environmental Physics: Wave-energy exercise.
Text in ENGLISH below)

Bølgjekraftverk med kilerenne

Ei sinusforma bølge

$$\eta = \eta(x, t) = A_0 \cos(\omega t - k_0 x)$$

med amplitude $A_0 = 1$ m og periode $T = 9$ s forplantar seg på djupt vatn.

- (a) Skriv opp numeriske verdiar på vinkelfrekvensen ω , vinkelrepetensen (vinkelbølgjetalet) k_0 og bølgjelengda λ_0 . Gi matematiske uttrykk for fasefarten v_{f0} , gruppefarten v_{g0} og den maksimale farten $v_{0,max}$ for vasspartiklane.

No skal vi gå ut frå at denne bølge forplantar seg mot ei kystlinje som er normal til x -aksen. Vassdjupna, $h = h(x)$, varierer så sakte med x , at vi kan sjå bort frå refleksjon (eller delvis refleksjon) av bølge. Derksom vi også ser bort frå energitap (p.g.a. friksjon mot sjøbotnen, t.d.), vil bølgeenergitransporten J (effekt pr. breiddeining av bølgefrenten) halda seg konstant medan bølge går inn på grunnare vatn. (Vi skal gå ut frå at vassdjupna ikkje varierer med y -koordinaten.)

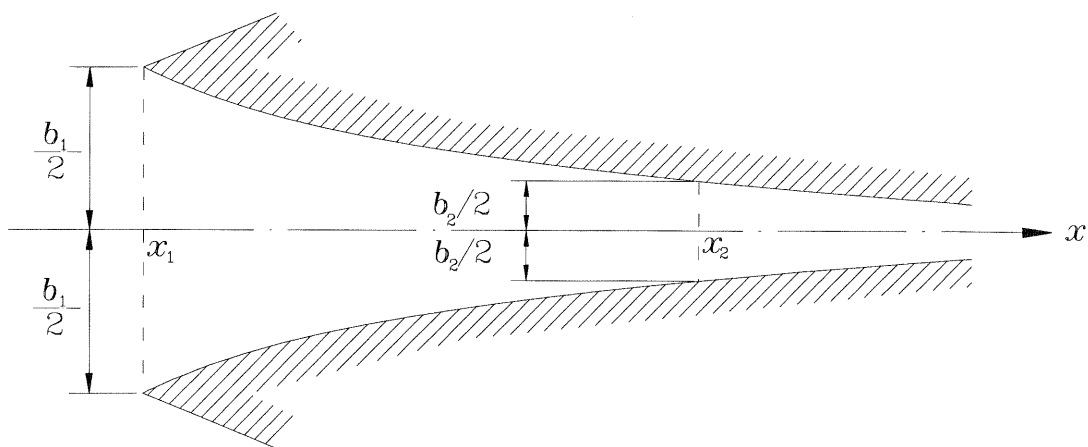
- (b) Ved posisjonen $x = x_1$ er vassdjupna $h = h(x_1) = 8$ m. Her er fasefarten $v_{p1} = 8.27$ m/s og gruppefarten $v_{g1} = 7.24$ m/s. Finn relative numeriske verdiar på bølgjelengda λ_1 og bølgeamplituden A_1 på denne staden, d.v.s. gi numeriske verdiar på (λ_0/λ_1) og (A_1/A_0) .

- (c) Merk at for ei 9-s-bølge på 8 m vassdjupn er verken djuptvasstilnærminga eller gruntvasstilnærminga brukande for v_{g1} og v_{p1} . Dersom du hadde brukt desse tilnærmingane, kor mange prosent for store eller små hadde du funne talverdiane på v_{g1} and v_{p1} ?

Ei smalnande horisontal bølgerenne med vertikale vegger har inngangsmunninga ved posisjonen x_1 . Inngangsbreidda er b_1 ($b_1 = 30$ m). Som ei tilnærming går vi ut frå at bølge held fram som ei plan bølge innover i renna, men når renna smalnar, må bølgeamplituden auka tilsvarande. Dersom rennebreidda $b = b(x)$ minkar sakte med x , kan vi sjå bort frå delvis refleksjon av

bølgja. Sjå også bort frå andre energitap.

- (d) Finn bølgeamplituden A_2 ved x_2 uttrykt ved A_1 , b_1 og b_2 der b_2 er rennebreidda ved x_2 ($x_2 > x_1$). Vassdjupna er framleies 8 m ved x_2 . Botnen av dei vertikale renneveggene er sjølvsagt ved den same djupna. Toppen av veggene er 3.5 m over middels vassflatenivå. Finn talverdien for b_2 når det er gitt at $A_2 = 3.5$ m. (Hugs at på djupt vatn er bølgeamplituden $A_0 = 1$ m.)
- (e) Dersom vassdjupna ved x_2 hadde vore 6 m i staden for 8 m, medan djupna framleis var 8 m ved renneinngangen, kva ville då bølgeamplituden A'_2 ved x'_2 ha vore, uttrykt ved A_1 , b_1 , b_2 , v_{g1} og v_{g2} ? På 6 m vassdjupn har 9-s-bølgja ein gruppefart $v_{g2} = 6.60$ m/s. Med denne renna (der vassdjupna minkar sakte med aukande x) kva ville breidda b'_2 ved x'_2 vera dersom $A'_2 = 3.5$ m?
- (f) Dersom vi hadde rekna med 5 % energitap (p.g.a. m.a. friksjon) når bølgja går frå djupt vatn til posisjonen x_1 , korleis ville det ha verka inn på svara i punkt (b)? (Vil dei numeriske verdiane bli større, mindre eller uendra?) Finn eventuelle endra talsvar.
- (g) Dersom det i tillegg skal reknast med energitap når bølgja går frå x_1 til x_2 , korleis vil dette verka inn på svara under punkt (d)? Gå ut frå at dette energitapet er 20 % (etter at det hadde vore 5 % energitap før bølgja nådde renneinngangen), og finn nye numeriske verdiar for talsvara under punkt (d).



Wave-energy converter with tapered channel

A regular wave

$$\eta = \eta(x, t) = A_o \cos(\omega t - k_0 x)$$

is travelling in deep water. Its amplitude is $A_0 = 1$ m and its period is $T = 9$ s.

- (a) Give mathematical expressions and numerical values for the angular frequency ω and the angular repetency (wave number) k_0 . Determine also the wavelength λ_0 . Give mathematical expressions and numerical values for the phase velocity v_{p0} , the group velocity v_{g0} and the maximum water particle velocity $v_{0,max}$.

Now assume that this wave is moving towards a coast line which is normal to the x axis. The water depth varies slowly with x , $h = h(x)$, which means that we may neglect reflection (or partial reflection) of the wave. If we also neglect energy losses (for instance, due to friction at the sea bed), the wave-energy transport J (wave power per unit width of the wave front) stays constant as the wave travels into shallower water (Note: For simplicity we assume that the water depth does not vary with the y coordinate.)

- (b) At some position $x = x_1$ the water depth is $h = h(x_1) = 8$ m. Here the phase velocity is $v_{p1} = 8.27$ m/s and the group velocity is $v_{g1} = 7.24$ m/s. Give relative numerical values of the wavelength λ_1 and the wave amplitude A_1 at this location, that is, state the numerical values of (λ_0/λ_1) and (A_1/A_0) .
- (c) Note that for a 9 s wave in 8 m depth, neither the deep-water nor the shallow-water approximations give accurate values for v_{g1} and v_{p1} . If you had used those approximations, how many percent too small or too large would the computed values be for v_{g1} and v_{p1} ?

A tapered horizontal wave-channel with vertical walls has its entrance (mouth) at the position x_1 . The entrance width is b_1 ($b_1 = 30$ m). As an approximation we assume that the wave continues as a plane wave into the channel, but the narrower width available to the wave results in an increased wave amplitude. If the channel width changes slowly with x , $b = b(x)$, we may neglect partial reflections of the wave. Neglecting also other energy losses,

- (d) derive an expression for the wave amplitude A_2 at x_2 in terms of A_1 , b_1 and b_2 where b_2 is the channel width at x_2 ($x_2 > x_1$). The water depth is still 8 m at x_2 . The bottom of the vertical channel wall is at the same depth, of course. The top of the vertical wall is 3.5 m above the mean water level. Find the numerical value of b_2 when it is given that $A_2 = 3.5$ m. (Remember that in the deep sea, the wave amplitude is $A_0 = 1$ m.)
- (e) If the water depth at x_2 had been 6 m instead of 8 m, while the depth at the entrance remains 8 m, find for this case the wave amplitude A'_2 at x'_2 in terms of A_1 , b_1 , b_2 , v_{g1} and v_{g2} . In 6 m depth the 9 s wave has a group velocity $v_{g2} = 6.60$ m/s. With this channel (where the depth decreases slowly with increasing x), what would be the width b'_2 at x'_2 if $A'_2 = 3.5$ m?
- (f) If 5 % of the energy was lost (in friction and other processes) when the wave travelled from deep water to the position x_1 , how would this influence the answers under point (b)? (Will the numerical values be increased, decreased or unchanged?) If changed, find the new values.
- (g) Moreover, if there is also energy loss when the wave travels from x_1 to x_2 , how would that influence the answers under point (d)? Assuming that this energy loss is 20 % (and that 5 % of the deep-water wave energy was lost before the entrance of the channel), obtain new numerical values for the answers under (d).