

Våren 2004

# TMA4275 LEVETIDSANALYSE

Bo Lindqvist

*Institutt for matematiske fag*

*NTNU*

bo@math.ntnu.no

<http://www.math.ntnu.no/~bo/>

1

## MÅL

Etter dette kurset skal du

- ha kjennskap til de vanligste begreper og fordelinger fra levetidsmodellering
- kunne bruke grafiske metoder for beskrivelse og sammenligning av levetidsdata
- kunne bruke statistiske metoder for statistisk inferens (estimering, konfidensintervall, hypotesetesting) i levetidsdata
- kunne analysere levetidsdata ved hjelp av dataprogram (MINITAB)

2

**TMA 4275 LEVETIDSANALYSE  
VÅREN 2004****INFORMASJONSMØTE OG FØRSTE FORELESNING:****TORSDAG 8. JANUAR 2004 KL. 10:15-12:00 I ROM 1236 SENTRALBYGG II.****MERK AT DEN TIDLIGERE OPPGITTE TIDEN ONSDAG 7. JANUAR IKKE LENGER  
GJELDER PGA KOLLISJON MED ANNET FAG****DERSOM DU ØNSKER Å TA FAGET, MEN IKKE KAN MØTE PÅ DET OPPGITTE TIDSPUNKTET, TA  
KONTAKT MED [FAGLÆRER](#)**

**Om faget** Faget skal gi en innføring i stokastiske modeller og statistiske metoder for bruk i levetidsanalyse, i hovedsak med henblikk på anvendelser i pålitelighetsanalyse. Anvendelser i medisin vil også være omfattet av faget.

Undervisningen bygger på TMA 4240/TMA 4245 (SIF5060/SIF5062) STATISTIKK eller tilsvarende kunnskaper. Det vil være en fordel å ha tatt minst ett av emnene TPK 4120 (SIO3020) INDUSTRIELL SIKKERHET OG PÅLITELIGHET, TMA 4260 (SIF5068) INDUSTRIELL STATISTIKK, eller TMA 4255 (SIF5066) FORSØKSPLANLEGGING OG ANVENDETE STATISTISKE METODER.

For studenter ved linjen for fysikk og matematikk, studieretning for industriell matematikk, vil faget danne grunnlag for prosjektoppgaver i temaet "Teknisk og medisinsk levetidsmodellering" under fordypningsprosjektet TMA 4700. Relevante fag vil her i tillegg være TPK 4120 Industriell sikkerhet og pålitelighet (kan tas som kursdelen i fordypningsprosjektet TMA 4700), TMA 4265 (SIF5072) Stokastiske prosesser, TMA 4275 Levetidsanalyse, TMA 4295 (SIF5084) Statistisk inferens.

3

Innhold: Grunnleggende begreper i levetidsmodellering. Sensurerte observasjoner. Ikke-parametrisk estimering og grafisk plotting for levetidsdata (Kaplan-Meier, Nelson-plott). Estimering og testing i parametriske levetidsfordelinger. Analyse av levetider med kovariater (Cox-regresjon, akselerert levetidstesting). Modellering og analyse av rekurrente hendelser. Ikke-homogen Poisson-prosess. Nelson-Aalen estimatorer. Bayesiansk levetidsanalyse.

- Uketimer: Vår:  $4F+1Ø+7S = 7,5$  SP
- Undervisningsform: Forelesninger og regneøvinger med bruk av datamaskin (MINITAB).
- Eksamen: Skriftlig.

**Faglærer** Professor [Bo Lindqvist](#), rom 1129, Sentralbygg II. Tlf. (735)93532/font>  
Treffetid: Avtales.  
Email: [bo@math.ntnu.no](mailto:bo@math.ntnu.no)

**Øvingslærer** Stipendiat [Inge Christoffer Olsen](#), rom 1138, Sentralbygg II. Tlf. (735)93538  
Treffetid: Avtales.  
Email: [Inge.Olsen@math.ntnu.no](mailto:Inge.Olsen@math.ntnu.no)

**Lærebok** Hovedkilden for pensum vil være boken Høyland & Rausand: System Reliability Theory: Models and Statistical Methods, Wiley 1994. I tillegg vil det bli gitt ut notater/kopier om enkelte emner.

**Pensum** Foreløpig pensumliste svarer til [Pensum 2003](#).

**Forelesninger** Bestemmes på informasjonsmøte onsdag 7. januar.

4

**Øvinger** 2 timer pr. uke. Dag/tid bestemmes på informasjonsmøte. Første gang i uken 12.-16. januar.

Det gis et øvingssett hver uke, med gjennomgåelse/diskusjon i den første øvingstimen uken etter. Den andre øvingstimen brukes til veiledning i neste øving.

**Det gis to større obligatoriske øvinger gjennom semesteret. Disse teller tilsammen 20% ved karakterfastsettelsen, og adgang til eksamen er betinget av at disse er bestått.**

Enkelte av øvingene (blant annet de to obligatoriske) krever bruk av statistikkpakken MINITAB, se forøvrig

<http://www.ntnu.no/itea.info/programvare/minitab.html>

Merk at NTNU har kjøpt en ubegrenset "site avtale" for Windows og Macintosh for installasjon av MINITAB på NTNUs område samt på studenters og ansattes private maskiner. MINITAB vil også være tilgjengelig på datasalene [Gombe](#) (Realfagbygget R90, 24 maskiner) og [Chobe](#) (Realfagbygget R91, 12 maskiner).

**Øvingsplan** Link til [øvingside](#).

**Eksamen** 3. juni 2004. Skriftlig.  
**Tillatte hjelpemidler: B. Alle trykte og håndskrevne hjelpemidler tillatt. Bestemt, enkel kalkulator tillatt.**

**Diverse** Link til kurs i [levetidsanalyse](#) ved University of Tennessee.  
Link til [Electronic Textbook StatSoft](#). Dette er en nett-lærebok i statistikk. Merk kapitlet om "Survival Analysis" som inneholder mye relevant informasjon for faget.

**Om denne siden** All informasjon om TMA 4275, øvingsoppgaver etc., vil etterhvert gjøres tilgjengelig på denne siden. Alle oppfordres til å bruke denne muligheten.

---

Redaktør: [Instituttleder](#) Kontaktadresse: [Webmaster](#)

Sist oppdatert: 2004-01-02 09:43:43

5

 **NTNU Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet**

Fakultet for informasjonsteknologi, matematikk og elektroteknikk > Institutt for matematiske fag

## Øvingsundervisning, TMA4275 Levetidsanalyse

[\[Informasjon\]](#) [\[Øvinger\]](#) [\[Løsningsforslag\]](#) [\[Beskjeder fra øvingslærer\]](#) [\[Faginformatjon\]](#)

### Informasjon

Øvingslærer i faget i dette semesteret er meg, Inge Christoffer Olsen, som holder til på rom 1128 i sentralbygg 2. Jeg kan nås på telefon (735)93538, epostadresse [ingeol@math.ntnu.no](mailto:ingeol@math.ntnu.no) eller du kan ta en tur oppom kontoret mitt.

Tid og sted for øvingstimene kommer senere.

Det gis et øvingssett hver uke, med gjennomgåelse/diskusjon i den første øvingstimen uken etter. Den andre øvingstimen brukes til veiledning i neste øving.

Det gis to større obligatoriske øvinger gjennom semesteret. Disse teller tilsammen 20% ved karakterfastsettelsen, og adgang til eksamen er betinget av at disse er bestått.

Enkelte av øvingene (blant annet de to obligatoriske) krever bruk av statistikkpakken MINITAB, se forøvrig <http://www.ntnu.no/itea.info/programvare/minitab.html> Merk at NTNU har kjøpt en ubegrenset "site avtale" for Windows og Macintosh for installasjon av MINITAB på NTNUs område samt på studenters og ansattes private maskiner. MINITAB vil også være tilgjengelig på datasalene [Gombe](#) (Realfagbygget R90, 24 maskiner) og [Chobe](#) (Realfagbygget R91, 12 maskiner).

Dersom det er noe dere vil jeg skal gå igjennom i øvingstimene, så send meg gjerne en epost på forhånd. Du vil få et mye bedre svar dersom jeg får forberede meg litt.

6

## FORELØPIG FORELESNINGSPLAN

Sist oppdatert: 8. januar 2004

Uke nr.	Pensumlitteratur	Tema	Kommentar
2-3	2.1-2.4-2.7, 2.9-2.11, 2.14, 2.17	Sannsynlighetsfordelinger for levetider. Fundamentale begreper. Sentrale fordelinger. Viktige egenskaper.	I 2.14 er bare hovedresultater pensum.
4-6	Kap. 9 Notatet "Litt om eksponensialfordeling ..." (pdf-fil).	Levetidsdata. Sensurering. Ikke-parametriske metoder. Plotting (TTT, Kaplan-Meier, Nelson-Aalen.)	
7-9	Kopier om parametriske metoder (pdf).	Parametrisk estimering og testing. Maximum likelihood. Informasjonsmatrise. Konfidensintervaller. Sannsynlighetsplott (MINITAB).	
10-11	Kap. 10. Kopier om regresjonsmodeller (pdf). Kopier om Cox-modeller etc. (pdf).	Regresjonsmetoder. Kovariater. Weibull-regresjon. Cox-regresjon, kovariater. Akselerert levetidstesting.	Side 428 og ut kap. 10 er ikke pensum.
12-13	Kap. 7	Punktprosesser. Rekurrente hendelser. Reparerbare systemer. Poisson-prosesser og fornyelsesprosesser. Modellering og statistisk analyse av data. Likelihood-metoder.	Bare utvalgte deler av 7.3 er forelest. Fra sidene 293-313 er bare "Superimposed ..." s. 301-302 pensum.
14	Kap. 11	Bayesiansk levetidsanalyse	
15		Påskeferie	
16-18		Oppsummering, eksamensoppgaver	

7

## PÅLITELIGHET

Vanlig teknisk definisjon av pålitelighet ("reliability"):

*Sannsynligheten for at et system eller komponent vil utføre sin tiltenkte oppgave, under gitte operasjonsbetingelser, i en spesifisert tidsperiode*

## LEVETIDER

- Tid til feil for en komponent eller et system
- Antall sykler til brudd ved styrketesting/utmatting
- Tid til utskriving fra sykehus for person innlagt med bestemt sykdom

## HVORFOR SAMLE OG ANALYSERE LEVETIDS/PÅLITELIGHETSDATA?

- Tallfeste påliteligheten til et system/komponent/produkt
- Sammenligne to eller flere produkter
- Predikere produktpålitelighet på designstadiet
- Predikere garantiutbetalinger for et produkt på markedet

8

## SPESIELLE ASPEKTER VED LEVETIDSANALYSE

- Definisjon av starttid og feilingstid er vanskelig
- Definisjon av tidsskala (operasjonstid, kalendertid, antall sykler)
- Sensurerte data (hva gjør vi med enheter som ikke har feilet i løpet av observasjonsperioden?)
- Effekt av eksterne påvirkninger
- Hva om enhet feiler av annen årsak enn den vi ønsker å studere? ("competing risks")
- Rekurrente hendelser – hva om systemet kan feile flere ganger, hva med tilbakefall av sykdom?

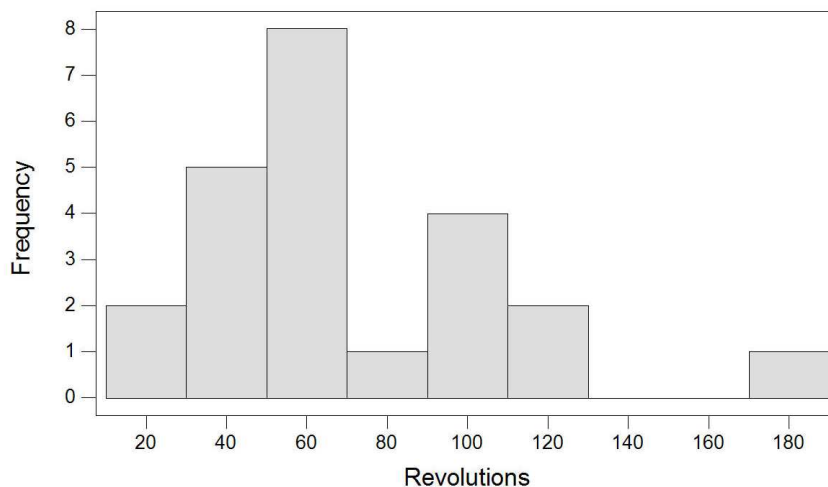
9

## BALL BEARINGS FAILURE DATA

Data: Millioner av omdreininger til tretthetsfeil for 23 enheter

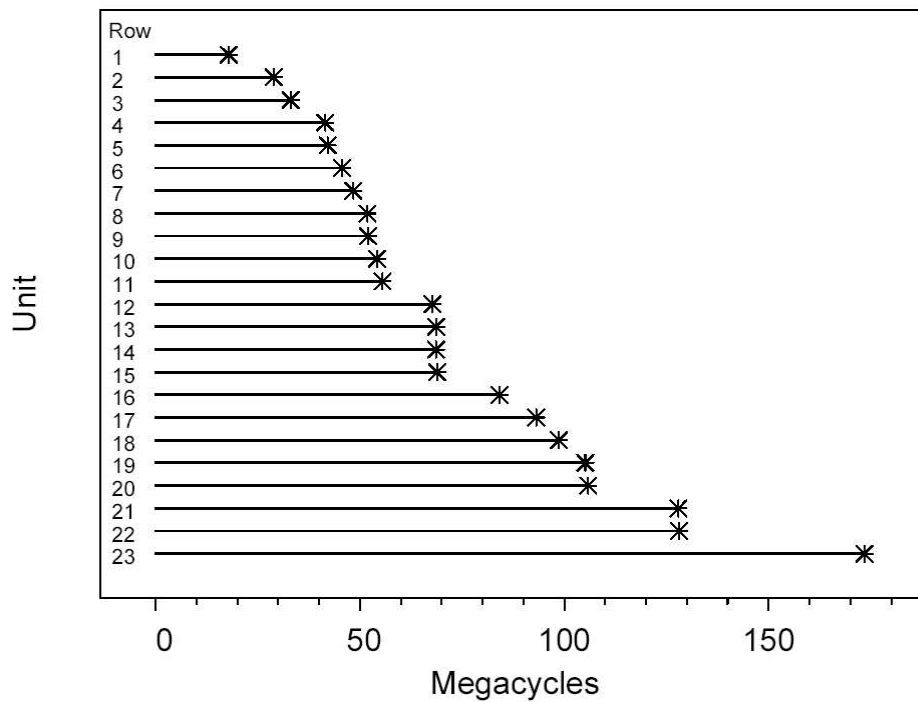
17,88	28,92	33,00	41,52	42,12	45,60	48,40	51,84
51,96	54,12	55,56	67,80	68,64	68,64	68,88	84,12
93,12	98,64	105,12	105,84	127,92	128,04	173,40	

Histogram of Revolutions



10

## Lieblein and Zelen Ball Bearing Failure Data



11

re Tools

## IC Data (Meeker, 1987)

- Integrated circuit failure times in hours
  - $n = 4156$  ICs tested for 1,370 hours at  $80^\circ\text{C}$  and 80% relative humidity
  - There were 28 failures
  - When the test ended at 1,370 hours, 4128 units were still running

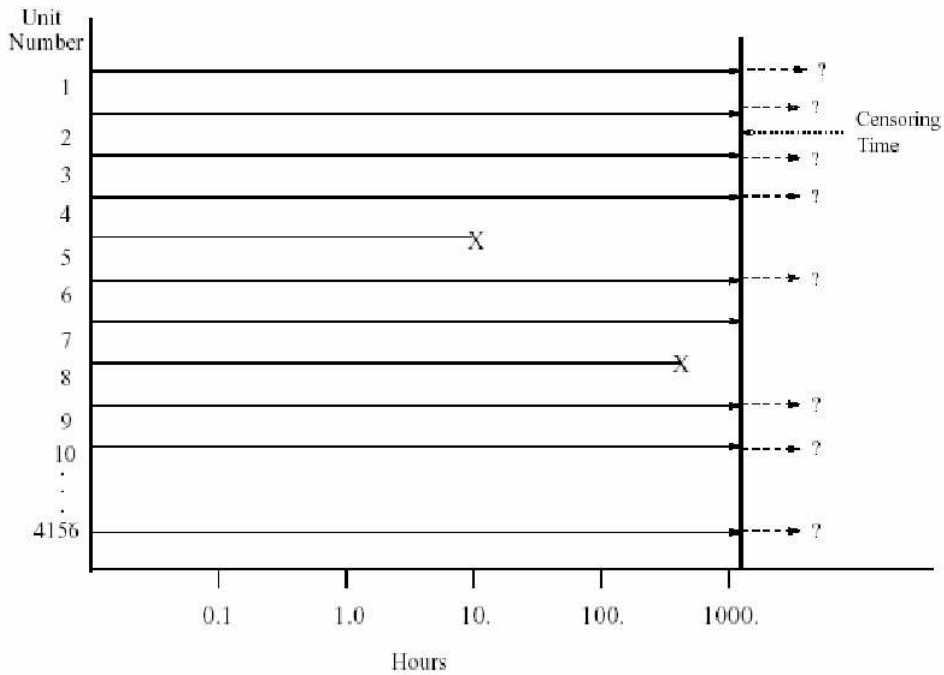
.10	.10	.15	.60	.80	.80
1.20	2.5	3.0	4.0	4.0	6.0
10.0	10.0	12.5	20.	20.	43.
43.	48.	48.	54.	74.	84.
94.	168.	263.	593.		

### PROBLEMSTILLINGER

- Hvordan estimere fordelingen for feiltiden når det er sensurerte observasjoner?
- Sannsynlighet for feil før 100 timer?
- Sviktintensitet ved 100 timer?
- Andel feilet etter  $10^5$  timer?

12

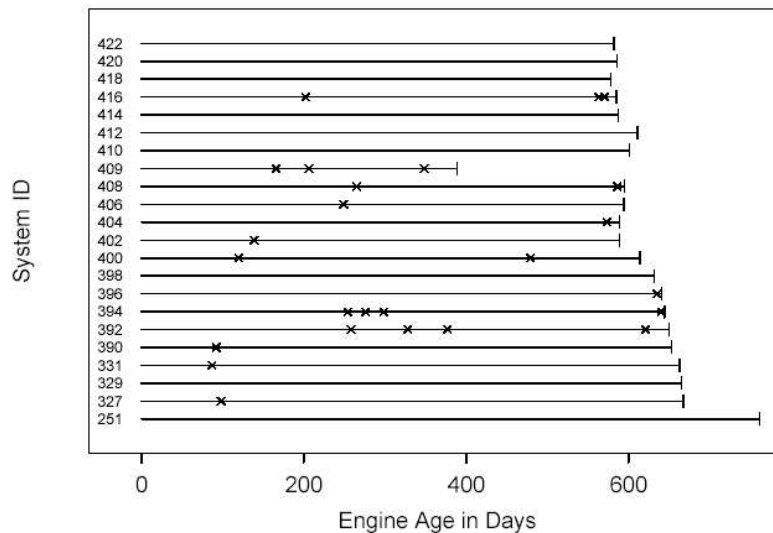
# IC Data Failure Pattern



13

## REKURRENTE HENDELSER/REPARERBARE SYSTEMER

Valve Seat Replacement Times Event Plot  
(Nelson and Doganaksoy 1989)



14

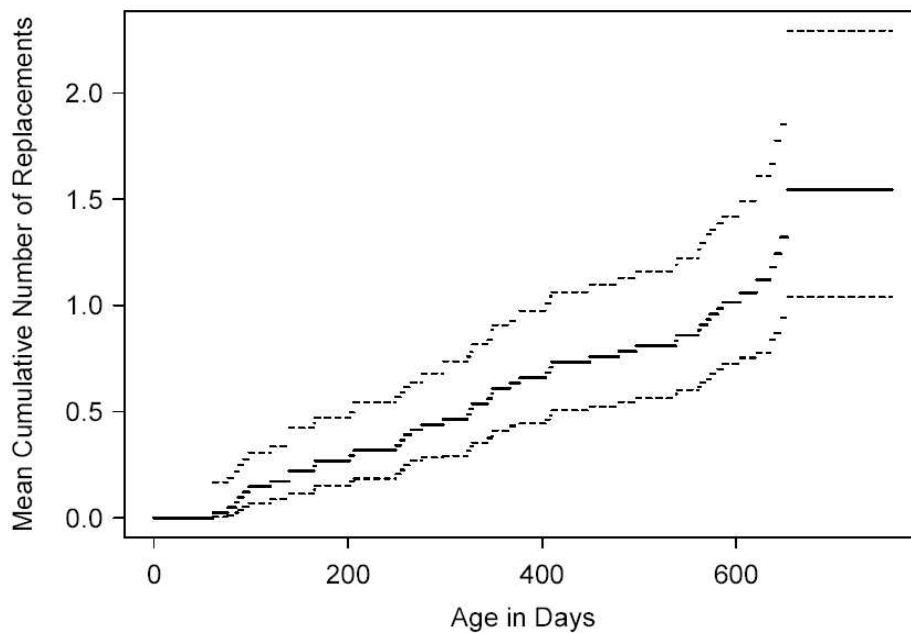
## Valve Seat Replacement Times (Nelson and Doganaksoy 1989)

Data collected from valve seats from a fleet of 41 diesel engines (days of operation)

- Each engine has 16 valves
- Does the replacement rate increase with age?
- How many replacement valves will be needed in the future?
- Can valve life in these systems be modeled as a renewal process?

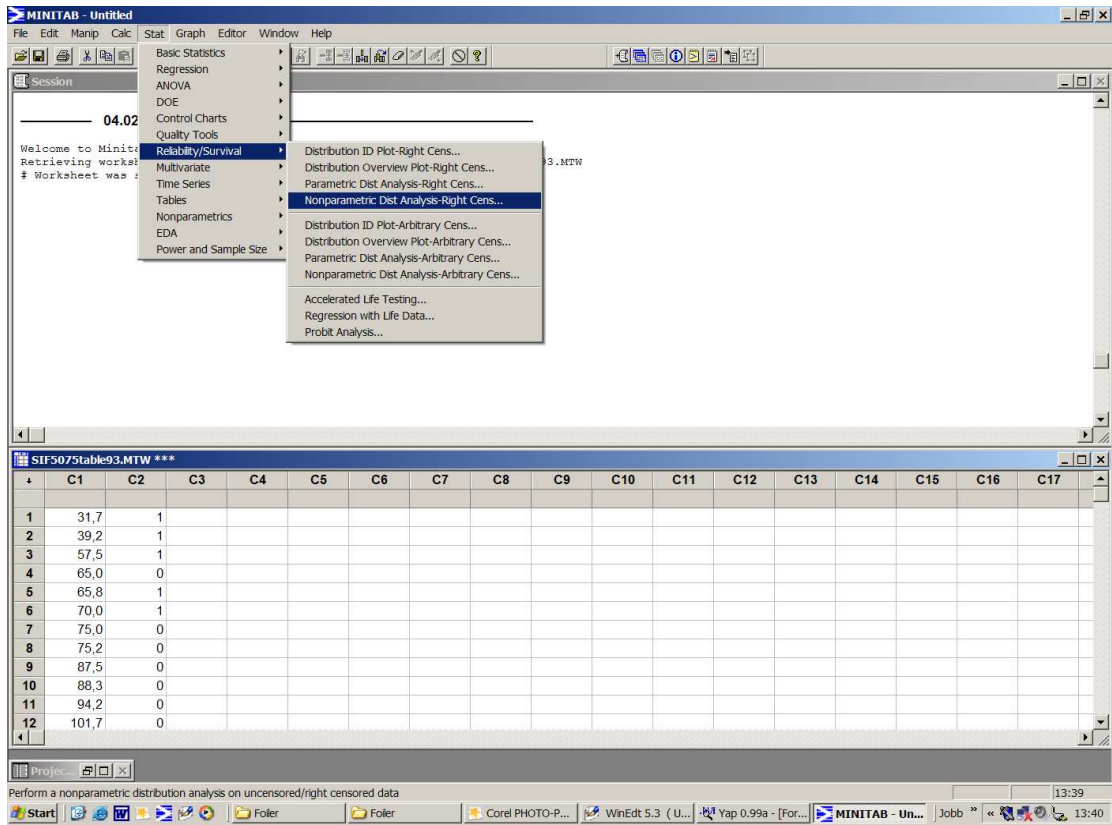
15

### Estimate of Number of Valve Seat $\mu(t)$

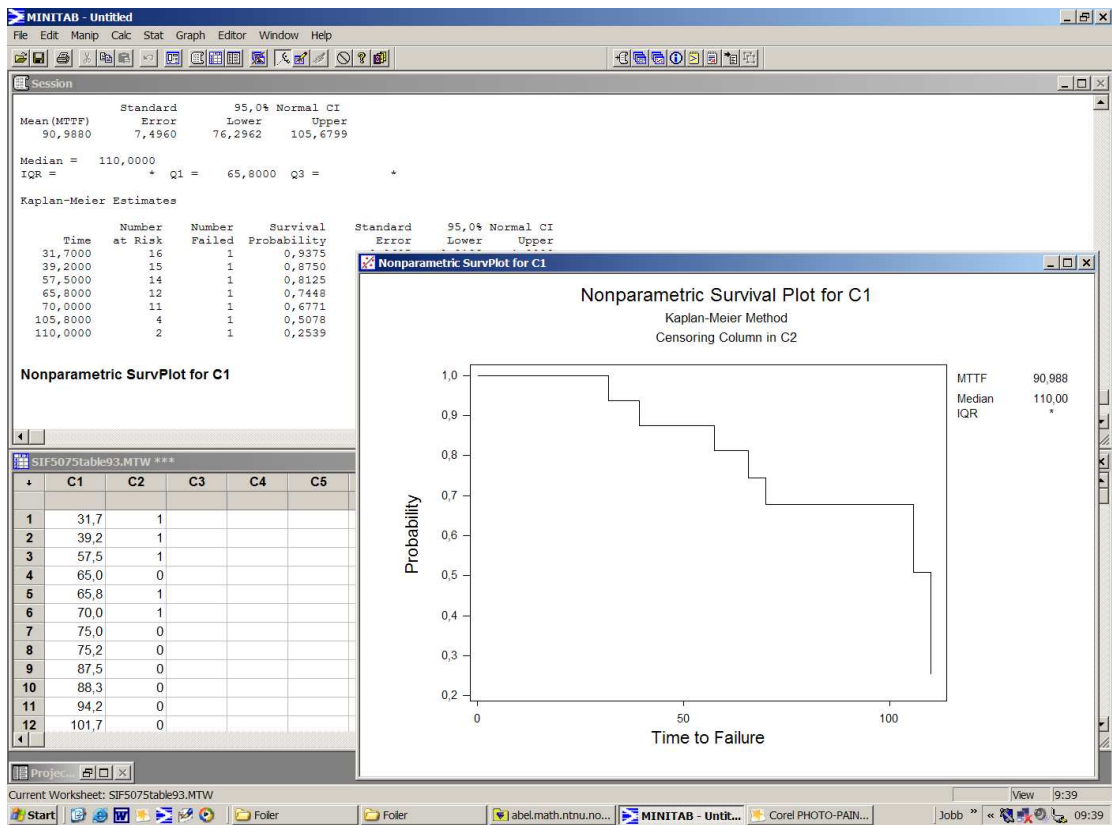


16





17



18