



Bokmål

Faglig kontakt under eksamen: Jarle Tufto
Telefon: 73 59 18 88, 997 05 519

ST0201 Brukerkurs i statistikk

Tirsdag 20. mai 2008

Kl. 9–13

Hjelpemidler: Alle trykte og skrevne hjelpemidler, én lommeregner

Sensur: 10. juni 2008

Avsluttende eksamen består av to deler:

1. Oppgavene på de neste to sidene.
2. Vedlegg med flervalgsprøve.

Vedlegget skal leveres i utfylt stand sammen med besvarelsen for del (1). Ved vurderingen av avsluttende eksamen teller del (1) og (2) likt.

I tillegg til avsluttende eksamen teller midtsemesterprøve med 20 % hvis dette er til fordel for kandidaten.

I vurderingen av del (1) (de neste to sidene) teller hvert bokstavpunkt likt.

I del (1) skal alle svar begrunnes (f.eks. ved at mellomregning tas med eller ved henvisning til teori). Reine kalkulatorsvar eller tabelloppslag godtas ikke.

Oppgave 1

Litteraturen oppgir at gjennomsnittlig lengde i Norge av halen til en pattedyrart er 30 cm. En biolog mener at gjennomsnittet (det vil si forventningsverdien for halelengden til et tilfeldig valgt individ) er større, og hun gjør et forsøk for å undersøke dette. Hun får målt halelengdene y_i til et tilfeldig utvalg på 10 individer, og får disse resultatene (i cm):

$$y_i \quad 32,8 \quad 36,8 \quad 30,9 \quad 34,0 \quad 38,2 \quad 33,4 \quad 21,0 \quad 33,7 \quad 34,6 \quad 26,2$$

Det oppgis at $\bar{y} = 32,16$ og $\sum(y_i - \bar{y})^2 = 233,324$.

- Utfør en test for å undersøke om forventet halelengde er større enn 30 cm (nullhypotesen er at den er mindre enn eller lik 30 cm). Anta at halelengden er normalfordelt. Bruk signifikansnivå $\alpha = 0,05$.
- Finn et 95 %-konfidensintervall for forventet halelengde.
- Også breddegraden x_i der dyret oppholdt seg da halen ble målt ble registrert. Tabellen viser breddegrad og halelengde for hvert dyr:

$$\begin{array}{r} x_i \quad 63,9 \quad 61,5 \quad 64,8 \quad 65,5 \quad 59,0 \quad 58,5 \quad 68,5 \quad 66,0 \quad 66,0 \quad 66,8 \\ y_i \quad 32,8 \quad 36,8 \quad 30,9 \quad 34,0 \quad 38,2 \quad 33,4 \quad 21,0 \quad 33,7 \quad 34,6 \quad 26,2 \end{array}$$

Gå ut fra en lineær regresjonsmodell, der breddegrad er forklaringsvariabel og halelengde responsvariabel. Biologen har en mistanke om at halelengden minker med økende breddegrad.

Det oppgis at $\bar{x} = 64,05$, $\sum(x_i - \bar{x})^2 = 100,465$, $\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = -105,88$ og $SS_E = 121,737$. Estimer regresjonslinja (finn $\hat{\alpha}$ og $\hat{\beta}$). Utfør en test for å undersøke biologens mistanke. Bruk signifikansnivå 0,05.

- Finn et tilnærmet 95 %-konfidensintervall for korrelasjonskoeffisienten mellom breddegrad og halelengde.

Oppgave 2

Tida mellom to hendelser i en serie av kjemiske reaksjoner er eksponentielt fordelt med forventningsverdi μ , dvs. med sannsynlighetstetthet $\frac{1}{\mu}e^{-x/\mu}$. I en variant av reaksjonsserien er denne tida eksponentielt fordelt med forventningsverdi $\mu/2$, dvs. med sannsynlighetstetthet $\frac{2}{\mu}e^{-2y/\mu}$.

Tida med forventningsverdi μ måles 8 ganger, og gir uavhengige observasjoner X_1, X_2, \dots, X_8 , og tida med forventningsverdi $\mu/2$ måles 4 ganger og gir uavhengige observasjoner Y_1, Y_2, Y_3, Y_4 . To estimatorer for μ , $\hat{\mu} = \frac{2}{3}(\bar{X} + \bar{Y})$ og $\mu^* = \frac{1}{2}\bar{X} + \bar{Y}$, foreslås.

- a) Finn forventningsverdi og varians for de to estimatorene. Hvilken ville du foretrekke?
- b) Vis at $\hat{\mu}$ er sannsynlighetsmaksimeringsestimatoren.