

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgave i **ST0103 Brukerkurs i statistikk**

Faglig kontakt under eksamen: Øyvind Bakke

Tlf: 73 59 81 26, 990 41 673

Eksamensdato: 10. desember 2014

Eksamenstid (fra–til): 9.00–13.00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: Gult A4-ark med egne håndskrevne notater, bestemt enkel kalkulator, *Tabeller og formler i statistikk* (Tapir forlag), *Matematisk formelsamling* (K. Rottmann)

Annen informasjon:

I vurderingen teller hvert av de ti bokstavpunktene likt.

Alle svar skal begrunnes (f.eks. ved at mellomregning tas med eller ved henvisning til teori eller eksempler fra pensum).

Målform/språk: bokmål

Antall sider: 2

Antall sider vedlegg: 0

Kontrollert av:

Dato

Sign

Oppgave 1

En blomsterart, A , har sirkulære blomster med radius som er normalfordelt med forventningsverdi 15 mm og standardavvik 2 mm. En botaniker samler blomster av denne arten.

- a) Finn sannsynligheten for at en blomst botanikeren plukker har radius som er mindre enn 17 mm. Botanikeren plukker 10 blomster. Radiene til blomstene er uavhengige. Finn sannsynligheten for at 8 eller flere av dem har radius mindre enn 17 mm.
- b) Hvilken sannsynlighetsfordeling har omkretsen av en blomst (omkretsen er $2\pi X$, der X er radius)? Bestem parametrene i sannsynlighetsfordelingen.

A tilhører en slekt med bare to arter. Den andre arten, B , har også sirkulære blomster. Botanikeren mener at blomstene til B oftest er noe større, og måler 20 blomster av art B . Hun finner at gjennomsnittlig radius er 19,0 mm for de 20 blomstene. Utvalgsstandardavviket er 3,0 mm. Anta at radius til blomstene av art B er normalfordelt med forventningsverdi μ (målt i mm) og ukjent standardavvik.

- c) Finn et 99%-konfidensintervall for μ .
- d) Gjennomfør hypotesetesten $H_0: \mu \leq 17$ mot alternativet $H_1: \mu > 17$. Bruk signifikansnivå 0,05.

Anta i resten av oppgaven at det er kjent at radius til en blomst av art B er normalfordelt med forventningsverdi 19 mm og standardavvik 3 mm. Sannsynligheten for at en blomst botanikeren plukker er av art A er 0,4 og at den er av art B 0,6.

- e) Hva er sannsynligheten for at en blomst botanikeren plukker har radius mindre enn 17 mm? Hva er sannsynligheten for at en blomst botanikeren plukker er av art A hvis den har radius mindre enn 17 mm?

Botanikeren ønsker å gjøre en foreløpig artsbestemmelse av blomstene ved å definere blomster med mindre radius enn c mm som art A og resten som art B .

- f) Hva er sannsynligheten for at en blomst botanikeren plukker blir bestemt til feil art hvis $c = 17$? Hvordan bør c velges (mellom 15 og 19) for at denne sannsynligheten skal bli minst mulig? (Det siste spørsmålet er arbeidskrevende.)

Oppgave 2

Utbruddene til en vulkan følger en poissonprosess med intensitet λ (antall utbrudd pr. år).

- a) Anta (bare i dette punktet) at $\lambda = 0,2$. Finn sannsynligheten for at vulkanen har to eller flere utbrudd i løpet av de neste 10 årene. Hva er den betingede sannsynligheten for at vulkanen har to eller flere utbrudd i løpet av de neste 10 årene gitt at den har minst ett utbrudd?
- b) Vulkanen hadde utbrudd i 1945. Tidsintervallene mellom de følgende utbruddene var 7,9, 2,5, 5,4, 10,8, 10,8, 0,3, 2,6, 8,4, 13,7 og 6,8 år (det siste utbruddet startet i dag.) Anta at tidsintervallene er uavhengige. Gi et estimat av λ . (Du trenger ikke utlede sannsynlighetsmaksimeringsestimatoren, men du kan gjøre det hvis du vil.)

Oppgave 3

På et laboratorium undersøkes sammenhengen mellom reaksjonsfart Y (i mikromol pr. time) og konsentrasjonen x (i mikromol pr. dm^3) av en katalysator. Det gjøres 10 målinger av reaksjonsfart Y_i og konsentrasjon x_i , $1 \leq i \leq 10$. Anta at parene av målinger er uavhengige, og at Y_i er normalfordelt med forventningsverdi $\alpha + \beta x_i$ og standardavvik σ , der α , β og σ er ukjente parametre.

- a) Forklar kort hva minste kvadraters metode for estimering av α og β går ut på.

Ved minste kvadraters metode blir β estimert til 1,12. Variansen σ^2 blir estimert til 2,3, og $\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2 = 4,1$ (det vil si at 2,3/4,1 er et estimat av variansen til estimatoren til β).

- b) Utfør en hypotesetest for å undersøke om det er noen sammenheng mellom x og Y . Bruk signifikansnivå 0,05.