



Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgåve i **ST0103 Brukarkurs i statistikk**

Fagleg kontakt under eksamen: Øyvind Bakke

Tlf: 73 59 81 26, 990 41 673

Eksamensdato: 7. desember 2013

Eksamenstid (frå–til): 9.00–13.00

Hjelpemiddelkode/Tillatne hjelpemiddel: Gult A4-ark med egne handskrivne notat, bestemd enkel kalkulator, *Tabeller og formler i statistikk* (Tapir forlag), *Matematisk formelsamling* (K. Rottmann)

Annan informasjon:

I vurderinga tel kvart av dei ti bokstavpunkta likt.

Alle svara skal grunngjevast (t.d. ved at mellomrekning blir tatt med eller ved tilvising til teori eller døme frå pensum).

Målform/språk: nynorsk

Sidetal: 1

Sidetal vedlegg: 0

Kontrollert av:

Dato

Sign

Oppgåve 1 Ein kjemisk reaksjon har reaksjonsfart (målt i mikromol pr. time) som er normalfordelt med forventningsverdi μ og kjent standardavvik $\sigma = 1,8$.

- a) Anta (berre i dette punktet) at $\mu = 11$. Kva er sannsynet for at reaksjonsfarten er større enn 13? Kva er det vilkårsbundne sannsynet for at reaksjonsfarten er større enn 13 gitt at han er større enn 11?

Reaksjonen vart køyrd $n = 15$ gonger, og gjennomsnittleg reaksjonsfart var $\bar{x} = 10,2$.

- b) Finn eit 99 %-konfidensintervall for forventa reaksjonsfart μ . Kor stor måtte n ha vore for at eit 99 %-konfidensintervall for μ skulle hatt lengd mindre enn 2?
- c) Laboratoriet har som mål å klare ein forventa reaksjonsfart på 11,0 mikromol pr. time. Utfør ein hypotesetest med $\mu \geq 11,0$ som nullhypotese og $\mu < 11,0$ som alternativ hypotese. Bruk signifikansnivå 0,05.
- d) Kva er sannsynet for at nullhypotesen blir forkasta dersom vi utfører eit forsøk og ein hypotesetest som beskrive over, dersom $\mu = 10,2$?

Oppgåve 2 Ein stokastisk variabel X har sannsynstettleik f gitt ved at $f(x) = \theta x^{\theta-1}$ for $0 < x < 1$ og $f(x) = 0$ for alle andre x , der $\theta > 0$ er ein parameter.

- a) Finn forventningsverdi og varians til X .
- b) Vis at kumulativ fordelingsfunksjon F til X er gitt ved $F(x) = x^\theta$ når $0 < x < 1$. Finn $P(X > \frac{1}{2})$ uttrykt ved θ .
- c) Finn sannsynsmaksimeringsestimatorene for θ basert på n uavhengige variablar X_1, X_2, \dots, X_n , alle med sannsynstettleik f .
- d) Finn kumulativ fordelingsfunksjon og sannsynstettleik til X^θ .

Oppgåve 3 Ein biolog skal anslå talet på selungar i ein bestand. Ho finn X_1 ungar. Anta at sannsynet p_1 for å observere ein unge er kjent, og at X_1 er binomisk fordelt med parametrar (n, p_1) . Vi ønskjer å estimere n .

- a) Vis at X_1/p_1 er ein forventningsrett estimator for n . Finn variansen til estimatoren uttrykt ved n og p_1 . Kva blir estimatet dersom $p_1 = 0,60$ og $X_1 = 150$?

Biologen gjer ei teljing til ved hjelp av ein annan metode, og får resultat X_2 . Anta at X_2 er binomisk fordelt med parametrar (n, p_2) , og at X_1 og X_2 er uavhengige. Det er kjent at $p_1 = 0,60$ og $p_2 = 0,71$, og n er den same i begge teljingane.

- b) Kva for ein av de to estimatorane $\frac{1}{2}(X_1/p_1 + X_2/p_2)$ og $0,38X_1/p_1 + 0,62X_2/p_2$ ville du føretrekkje? Kva blir dei to estimata dersom $X_1 = 150$ og $X_2 = 180$?