

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgave i **ST0103 Brukerkurs i statistikk**

Faglig kontakt under eksamen: Øyvind Bakke

Tlf: 73 59 81 26, 990 41 673

Eksamensdato: 7. august 2014

Eksamenstid (fra–til): 9.00–13.00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: Gult A4-ark med egne håndskrevne notater, bestemt enkel kalkulator, *Tabeller og formler i statistikk* (Tapir forlag), *Matematisk formelsamling* (K. Rottmann)

Annen informasjon:

I vurderingen teller hvert av de ti bokstavpunktene likt.

Alle svar skal begrunnes (f.eks. ved at mellomregning tas med eller ved henvisning til teori eller eksempler fra pensum).

Målform/språk: bokmål

Antall sider: 2

Antall sider vedlegg: 0

Kontrollert av:

Dato

Sign

Oppgave 1 En radioaktive prøve sender ut partikler som en poissonprosess med intensitet 1,1 (utsendelser pr. minutt).

- a) Hva er sannsynligheten for at prøven sender ut nøyaktig én partikkel i løpet av et tidsintervall på et halvt minutt? Hva er sannsynligheten for at prøven sender ut minst én partikkel i løpet av et tidsintervall på et halvt minutt?

Fra et tidspunkt måler vi tida til en ny partikkel sendes ut.

- b) Hva er sannsynligheten for at denne tida er større enn ett minutt?

Oppgave 2 En andel p av en dyrebestand har en bestemt parasitt.

- a) Anta (bare i dette punktet) at $p = 0,3$. Hva er sannsynligheten for at to eller flere dyr har parasitten i et tilfeldig utvalg på ti dyr?

Et tilfeldig utvalg på 70 dyr fra bestanden undersøkes, og 29 av dem har parasitten.

- b) Finn et tilnærmet 95 %-konfidensintervall for p .
- c) Hvor mange dyr måtte utvalget ha bestått av for at konfidensintervallet garantert ville ha hatt lengde mindre enn 0,2, uansett hvor mange dyr i utvalget som har parasitten?

Det er kjent at 35 % av individene av denne arten i hele landet har parasitten, men det er mistanke om at bestanden som det tilfeldige utvalget på 70 dyr er trukket fra, har en høyere forekomst av parasitten.

- d) Test nullhypotesen $p \leq 0,35$ mot den alternative hypotesen $p > 0,35$. Bruk signifikansnivå 0,05.
- e) Hva er sannsynligheten for at nullhypotesen blir forkastet hvis vi utfører et forsøk og en hypotesetest som beskrevet over, hvis $p = 0,35$? Enn om $p = 0,40$? Gjør greie for eventuelle tilnærminger du gjør.

Oppgave 3 Tida en kjemisk reaksjon tar (målt i millisekunder) er eksponentielt fordelt med forventningsverdi μ , det vil si at sannsynlighetstettheten er gitt ved $\frac{1}{\mu}e^{-x/\mu}$ for $x > 0$.

- a) Anta (bare i dette punktet) at $\mu = 10$. Hva er sannsynligheten for at reaksjonen tar lengre tid enn 10 ms? Hva er den betingede sannsynligheten for at reaksjonen tar lengre tid enn 20 ms gitt at den tar lengre tid enn 10 ms?
- b) Finn sannsynlighetsmaksimeringsestimatorene for μ basert på n uavhengige observasjoner X_1, X_2, \dots, X_n av reaksjonstida.

En variant av reaksjonen har reaksjonstid som er eksponentielt fordelt med forventningsverdi $0,9\mu$. Vi har 5 målinger X_1, X_2, \dots, X_5 av reaksjonstida for reaksjonen med forventningsverdi μ og 6 målinger Y_1, Y_2, \dots, Y_6 av reaksjonstida for reaksjonen med forventningsverdi $0,9\mu$. Alle målingene er uavhengige.

- c) Hvilken av de to estimatorene

$$\frac{1}{11} \left(\sum_{i=1}^5 X_i + \frac{1}{0,9} \sum_{j=1}^6 Y_j \right) \quad \text{og} \quad \frac{1}{2} \bar{X} + \frac{1}{2 \cdot 0,9} \bar{Y}$$

for μ ville du foretrekke?