Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Faglig kontakt under eksamen: Førsteamanuensis Bente Østigård
Telefon: 9 35 20

MNFMA001, Brukerkurs i matematikk

Bokmål
Mandag 8. desember 2003
Kl. 9-15

Hjelpemidler:
Lærebok Tor Gulliksen, Matematikk i praksis, Universitetsforlaget.
Et A4-ark med notater. Kalkulator HP30S (Hjelpemiddelkode D)

Sensur: Mandag 5. januar 2004

Oppgave 1

La funksjonen f, der $f : \Re \to \Re$, være gitt ved

$$f(x) = x \sin(\pi x^2).$$

a) Finn nullpunktene til f. Diskuter fortegnet til f og skisser grafen.

b) Beregn det ubestemte integralet

$$\int x \sin(\pi x^2)\, dx\,.$$

c) Bruk det du har funnet over til å bestemme arealet av området begrenset av kurven $y = f(x)$, x-aksen og linjene $x = 0$ og $x = \sqrt{2}$.

Oppgave 2

En ønsker å forandre fôret til noen hester fra bare bygg til en blanding av bygg og havre. En ønsker å legge opp en fôrplan slik at andelen bygg avtar med en fast prosent hver dag. Den totale mengden fôr per dag er 20 kg.

a) Det blir bestemt at andel bygg skal reduseres med 10 % hver dag. En ønsker at fôret skal bestå av 30% bygg og 70% havre. Hvor mange dager må en bruke på å legge om fôret?

b) Hvor mye bygg og hvor mye havre trenger en i denne omleggingsperioden?

Oppgave 3

Løs ligningssystemet for alle valg av a :

$$\begin{aligned} x + ay &= 2 \\ ax + y &= 2 \end{aligned}$$

Oppgave 4

Et jordlag består av to sjikt av forskjellig beskaffenhet. Modellen nedenfor beskriver vanninnholdet i dette jordlaget etter et kraftig regnskyll. La $x(t)$ og $y(t)$ være vanninnholdet i hvert av de to sjiktene t timer etter at regnværet stopper, $x(t)$ og $y(t)$ er målt i mm.

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= -k_1 x \\ \frac{dy}{dt} &= k_1 x - k_2 y \end{aligned}$$

der $k_1 = 4$ per time, $k_2 = 2$ per time. Når regnet slutter, er $x(0) = 10$ mm, $y(0) = 5$ mm.

a) Løs differensialligningssystemet over.

b) Bestem $\lim_{t\to\infty} \frac{y^2(t)}{x(t)}$.

Oppgave 5

a) Finn egenvektorer og tilhørende egenverdier for matrisen

$$A = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.5 \\ 0.6 & 0.5 \end{bmatrix}.$$

b) En skoleklasse har et år laget og hengt opp fuglekasser i et skogsområde. Alle fuglekassene blir hengt opp på vinteren før hekkesesongen starter. Elevene anslår at hvis en fuglekasse er tom et år, så er sannsynligheten for at den skal være bebodd neste år lik 0.6. Hvis en fuglekasse derimot er bebodd et år, så er sannsynligheten for at den er bebodd neste år lik 0.5. La x_n være andel tomme fuglekasser i år n og la y_n være andel bebodde fuglekasser i år n. Forklar at $\begin{bmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \end{bmatrix} = A \cdot \begin{bmatrix} x_n \\ y_n \end{bmatrix}$. Finn andel bebodde fuglekasser første, andre og tredje året.

c) Elevene har beregna at det vil komme til å hekke 60 fuglepar i løpet av sesongen. Hvor mange fuglekasser må de henge opp for at 60 fuglepar skal kunne hekke i det lange løp?

Oppgave 6

Hva er den største verdien produktet av to tall kan ha når summen av dem er lik 2?