

**Eksamen i** : MA 001 BRUKARKURS I MATEMATIKK

**Dato** : Onsdag 6. januar 1993

**Eksamenstid** : 6 timar

**Vekttal** : 5 Tillatne hjelpemiddel:  
Kalkulator, lærebok

**Sensur** : Onsdag 20. januar 1993

Oppgavesettet er på 2 sider og har 6 oppgåver.

### Oppgåve 1.

Den radioaktive isotopen thorium-234 brytast ned (desintegrerer) i samsvar med differensiallikninga

$$(*) \quad \frac{dy}{dt} = -ay$$

der  $a$  er ein positiv konstant og  $y = y(t)$  er mengda av thorium-234 ved tida  $t$ .

- Løys differensiallikninga (\*) og finn halveringstida for thorium-234 (i dagar) når det er kjent at 100 mg av stoffet etter 7 dagar er redusert til 82,04 mg.
- I ein behaldar med 100 mg thorium-234 ved tida  $t = 0$  vert det tilført 1 mg av isotopen pr. dag. La  $y(t)$  vere mengda thorium-234 i behaldaren ved tida  $t$ . Rekn ut  $y(t)$  og finn grenseverdet  $y(t)$  går mot når  $t \rightarrow \infty$ .

### Oppgåve 2.

- Skriv  $z = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{3}i$  på forma  $re^{iv}$ , ( $r \geq 0, v \in [0, 2\pi)$ ) og finn  $\sqrt{z}$ . Skriv så  $\sqrt{z}$  på forma  $x + yi$ , ( $x, y \in \mathbf{R}$ ).
- Løys andregradslikninga

$$z^2 + 2z + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{3}i = 0.$$

Merk av løysningane i det komplekse planet.

### Oppgåve 3.

Folketalet i eit land aukar med 3% pr.  r. Kor stor prosentvis vekst pr.  r må landet sitt brutto nasjonalprodukt (BNP) ha for at per capita inntekta (= BNP/folketalet) skal doblast på 20 år?

### Oppgåve 4.

Løys differensiallikningssystemet

$$\begin{aligned}x' &= 2x - 2y \\y' &= 2x - 3y.\end{aligned}$$

### Oppgåve 5.

Ein skal lage ei eske utan lokk med eit gitt samla areal  $A$  av botnen og sideflatene. Kall sidekantane i den rektangulære botnen  $x$  og  $y$ .

a) Vis at volumet  $V$  av eska er gitt ved

$$V = \frac{Axy - x^2y^2}{2(x + y)}$$

b) Finn  $x$  og  $y$  slik at volumet blir størst mogeleg og rekn ut dette volumet. (Du kan gå ut frå at eit slikt maksimum for  $V$  finnast.)

### Oppgåve 6.

I ein modell for ryktespreiing i eit samfunn på  $B$  individ går ein ut frå at talet  $x = x(t)$  på individ som kjenner eit visst rykte ved tida  $t$  tilfredsstillar differensiallikninga

$$(*) \quad \frac{dx}{dt} = ax(B - x)$$

der  $a$  er ein positiv konstant.

a) La  $N_0$  vere talet på individ som kjenner ryktet ved tida  $t = 0$ . Finn l ysninga av (\*) uttrykt ved  $a, B, N_0$  og  $t$ .

b) Eit rykte om at eit større flyselskap stod på randa av konkurs byrja å spreie seg blant ei gruppe aksjemeklarar. Ved tida  $t = 0$  kjende 10% av alle meklarane ryktet, og 2 timar seinare var det 25% som kjende det. Kor lang tid gjekk det f r 75% av aksjemeklarane kjende ryktet når vi går ut frå at ryktet spreidde seg i samsvar med (\*)?

**MERK.** Studentane må gjere seg kjent med sensuren ved å opps kje sensuroppslaga. Eksamenskontoret eller instituttet kan diverre ikkje svare på spørsmål om sensur.