

NORGES TEKNISK-NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:

Navn: Jan Myrheim

Telefon: 73 59 36 53, mobil 90 07 51 72

Eksamen i fag FY2450 Astrofysikk

Fredag 21. mai 2010

Tid: 9.00–13.00

Sensurfrist: Fredag 11. juni 2010

Tillatte hjelpemidler: Kalkulator, matematiske og fysiske tabeller.

En tabell over fysiske konstanter finnes sist i dette oppgavesettet.

Alle deloppgaver teller likt ved sensuren.

Oppgave 1:

a) Nevn to gode grunner til å bygge *store* teleskop.

Og to gode grunner til å plasere teleskop utenfor jordatmosfæren.

b) Hva er en solflekk?

Ved overgangen mellom to 11 års solflekksyklus (slik som nå), hvordan kan en avgjøre om en solflekk tilhører slutten av en syklus eller starten av neste syklus?

c) Forklar kort hva som menes med Doppler-rødforskyving, gravitasjonsrødforskyving og kosmologisk rødforskyving.

d) Dobbeltstjernesystemet SS 433 er nummer 433 i en katalog (utgitt av Sanduleak og Stephenson) over stjerner med sterke emisjonslinjer i spektret. I tillegg til emisjonslinjer uten vesentlig rødforskyving, inneholder spektret av SS 433 til enhver tid et sett linjer med opptil 15 % rødforskyving, og et annet sett linjer med nesten like stor blåforskyving. Forskyvingen av disse linjene varierer periodisk med en periode på 164 dager. Gjennomsnittet av rødforskyvingen og blåforskyvingen er en nesten konstant rødforskyving som tilsvarer en hastighet på 12 000 km/s.

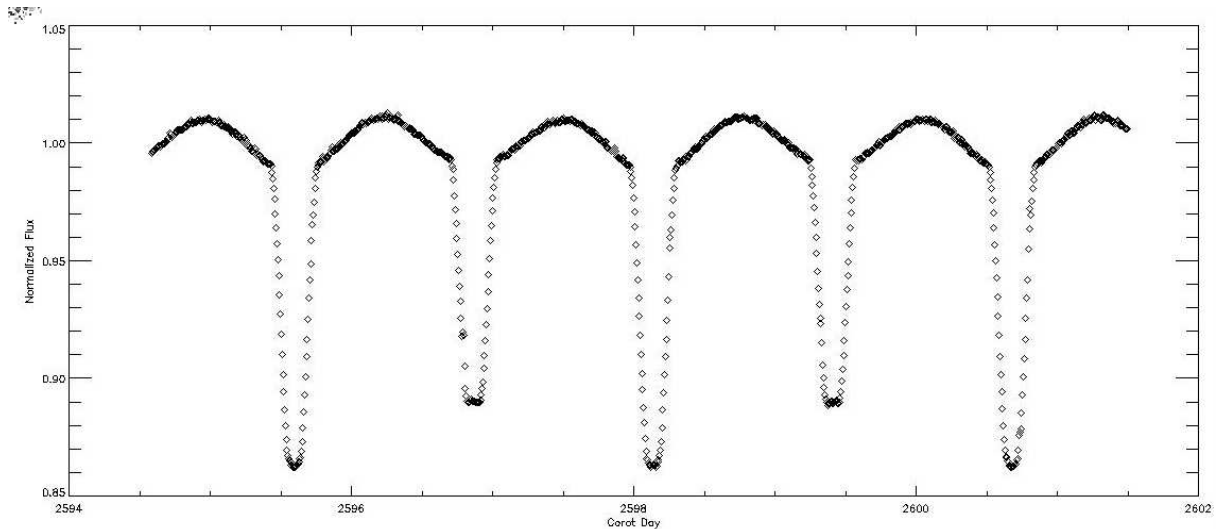
Den aksepterte forklaringen er at de spektrallinjene som er sterkt rødforskjøvet og blåforskjøvet, kommer fra to jetstråler av materie som skytes ut i motsatte retninger med hastigheter på 26 % av lyshastigheten. Retningen av jetstrålene varierer periodisk.

Forklar hvordan den store hastigheten gir opphav til en ekstra rødforskyving som tilsvarer en hastighet på 12 000 km/s, i tillegg til den vanlige Doppler-forskyvingen.

e) Forklar kort hva som menes med mørk materie.

Hvilke observasjoner tyder på at det finnes mørk materie?

Hva er forskjellen mellom mørk materie og mørk energi (vakuumb-energi)?



Figur 1: Lyskurve til en formørkelsesvariabel stjerne. Horisontalaksen viser tiden i dager, fra 2594 til 2602. Vertikalaksen viser lysstyrken, vilkårlig normert, fra 0,85 til 1,05. Data fra satellitten CoRoT.

Oppgave 2:

- a) Figur 1 viser lyskurven til en formørkelsesvariabel stjerne av størrelsesklasse 13. Kurven er observert med den franske satellitten CoRoT, skutt opp 27/12 2006, som bl.a. brukes til å detektere planeter som går i bane rundt en stjerne og formørker stjernen.

Hvilke data om dette dobbeltstjernesystemet kan du lese ut av lyskurven?

Kan du f.eks. si noe om eksentrisiteten til banen? Begrunn svaret.

Prøv å forklare flest mulig detaljer ved lyskurven, f.eks. formen av kurven ved maksimum og ved minimum.

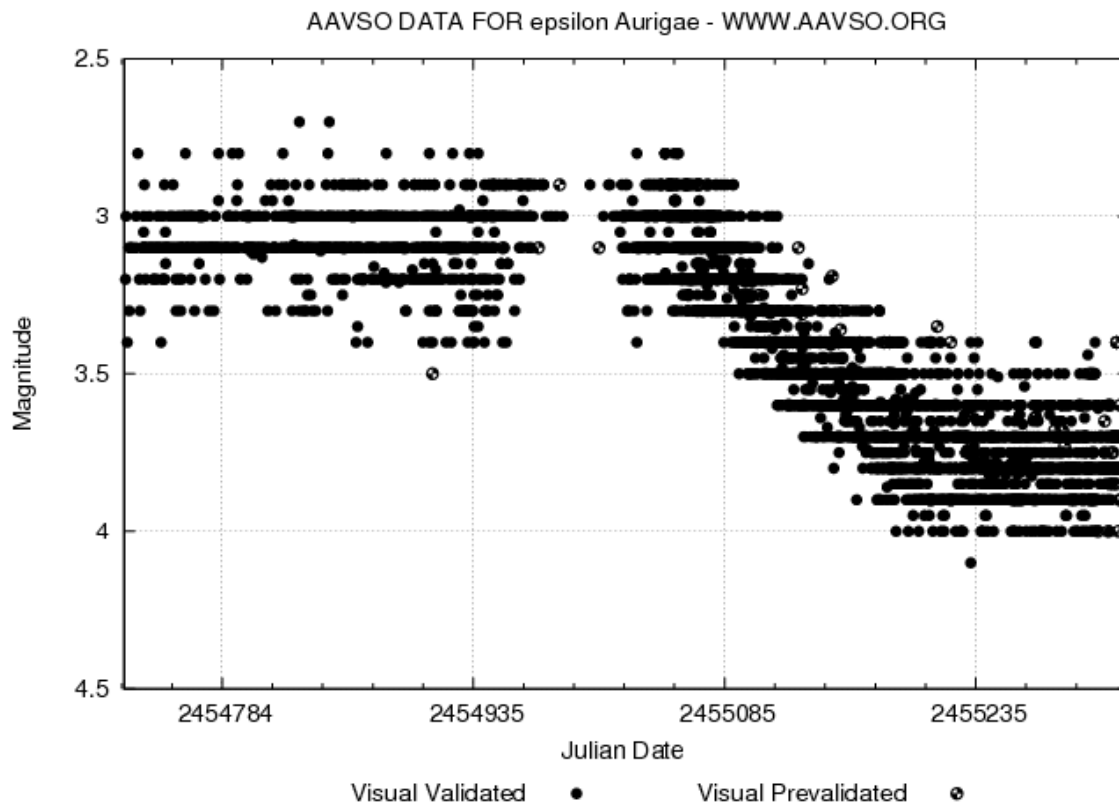
- b) Instrumentene ombord i CoRoT-satellitten kan måle variasjoner i lysstyrken til en stjerne ned til 5×10^{-5} av lysstyrken.

Ville det være mulig for en astronom noen hundre lysår fra oss å oppdage Jorda med et slikt instrument?

Med andre ord: hvis Jorda formørker Sola, hvor lenge varer en slik formørkelse, sett fra avstand, og hvor mye reduseres sollyset?

En huskeregel, som gjelder både Sola og Månen, er at vi ser dem på himmelen med en vinkeldiameter på en halv grad.

- c) Figur 2 (neste side) viser lyskurven til den svært spesielle formørkelsesvariable stjernen ϵ Aurigae, den femte klareste stjernen i stjernebildet Kusken. Den formørkes i nærmere to år omtrent hvert 27. år. Formørkelsen som startet i august 2009 er ventet å vare til langt ut i 2011. Formørkelsen er ikke total, men lysstyrken reduseres med litt mindre enn en størrelsesklasse, og midt i toårsperioden lyser stjernen opp litt.



Figur 2: Lyskurven til stjernen ϵ Aurigae i 600 dager. Data fra AAVSO (American Association of Variable Star Observers). Julian Date 2455337 slutter 21. mai 2010 kl. 14 norsk sommertid.

Avstanden er omkring 2000 lysår. Den synlige stjernen er en kjempestjerne av spektralklasse F0 som har 2–3 solmasser, og en radius større enn hundre ganger solradien.

Den andre komponenten av stjernesystemet går i bane med en periode på 27 år, og er stor nok i utstrekning til å formørke hovedstjernen i to år, men lyser for svakt til å la seg observere i synlig lys.

En modell for systemet (som ser ut til å bli bekreftet av nye observasjoner) går ut på at den mørke komponenten er en skive av støv rundt en annen massiv stjerne (kanskje til og med to massive stjerner). Støvskyen skjuler fullstendig den stjernen (eller de to stjernene) som den går rundt, i hvert fall i synlig lys.

Hvis vi f.eks. antar at hovedstjernen har tre solmasser, og at den andre komponenten av systemet har fem solmasser, hva er da avstanden mellom dem?

Hvor stor utstrekning har den komponenten av systemet (støvskyen) som forårsaker formørkelsen av ϵ Aurigae?

Hvorfor kan ikke det som formørker stjernen, bare være en stor sky av gass og støv?

Oppgave 3:

Massen av et nøytralt atom av ^{12}C er $m(6, 12) = 12 \text{ u}$, dette definerer atommasseenheten u . Massen av et nøytralt atom med atomnummer Z og massetall A er, mer generelt,

$$m(Z, A) \approx A \text{ u} .$$

- a) Trykket som gir hydrostatisk likevekt i en hvit dvergstjerne, kommer fra den degenererte elektrongassen.

Anta at atomkjernene i stjernen har atomnummer Z og massetall A .

Hva er da sammenhengen mellom massetettheten ρ i stjernen og antalltettheten av elektroner, n_e ?

Tilstandsligningen for den degenererte elektrongassen gir trykket P som funksjon av massetettheten ρ ,

$$P = K \rho^{\frac{5}{3}} ,$$

der potensen $5/3$ er den adiabatisk indeks, og K er følgende konstant,

$$K = \frac{h^2}{20m_e} \left(\frac{3}{\pi}\right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{Z}{A \text{ u}}\right)^{\frac{5}{3}} .$$

Her er h Plancks konstant, og m_e er elektronmassen.

Lane–Emden-ligningen beskriver den indre strukturen av en hvit dverg, når den degenererte elektrongassen er i hydrostatisk likevekt. Ligningen kan integreres numerisk, og dersom stjernen ikke roterer, kan radien R og massen M uttrykkes ved sentraltettheten ρ_c som

$$R = ar_0 , \quad M = 4\pi b r_0^3 \rho_c , \quad r_0 = \rho_c^{-\frac{1}{6}} \sqrt{\frac{5K}{8\pi G}} ,$$

der $a = 3,653754$, $b = 2,714055$, og G er Newtons gravitasjonskonstant.

Vi kan eliminere sentraltettheten ρ_c , da får vi følgende relasjon,

$$MR^3 = 4\pi a^3 b r_0^6 \rho_c = \left(\frac{Z}{A}\right)^5 4,295 \cdot 10^{52} \text{ kg m}^3 . \quad (1)$$

	Masse	Radius	
	M_\odot	km	R_\odot
Sirius B	1,00	5850	0,0084
Procyon B	0,602	8600	0,0123
40 Eridani B	0,50	9700	0,014

Tabell 1: Observert masse og radius for tre hvite dvergstjerner.

- b) Tabell 1 gir masse og radius for tre av de nærmeste hvite dvergstjernene.

Bruk formelen i ligning (1) til å beregne forholdet Z/A for de tre stjernene.

Hvilke grunnstoffer kan de bestå av? Kommenter?

Noen fysiske konstanter og formler

Newtons gravitasjonskonstant:	$G = 6,673 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$
Lyshastigheten i vakuum:	$c = 299\,792\,458 \text{ m/s}$
Permeabiliteten i vakuum:	$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$
Permittiviteten i vakuum:	$\epsilon_0 = 1/(\mu_0 c^2) = 8,854 \times 10^{-12} \text{ F/m}$
Den reduserte Plancks konstant:	$\hbar = h/(2\pi) = 1,055 \times 10^{-34} \text{ J s}$
Elementærladningen:	$e = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$
Finstrukturkonstanten:	$\alpha = e^2/(4\pi\epsilon_0\hbar c) = 1/137,036$
Boltzmanns konstant:	$k = k_B = 1,3807 \times 10^{-23} \text{ J/K}$
Stefan–Boltzmanns konstant:	$\sigma = 5,6704 \times 10^{-8} \text{ W/(m}^2 \text{ K}^4)$
Elektronmassen:	$m_e = 9,109 \times 10^{-31} \text{ kg} = 0,511 \text{ MeV}/c^2$
Protonmassen:	$m_p = 1,6726 \times 10^{-27} \text{ kg} = 938,28 \text{ MeV}/c^2$
Nøytronmassen:	$m_n = 1,6749 \times 10^{-27} \text{ kg} = 939,57 \text{ MeV}/c^2$
Atommasseenheten:	$u = 1,660\,54 \times 10^{-27} \text{ kg} = 931,46 \text{ MeV}/c^2$
Jordmassen:	$M_\oplus = 5,974 \times 10^{24} \text{ kg}$
Jordradien:	$R_\oplus = 6,378 \times 10^3 \text{ km}$
Solmassen:	$M_\odot = 1,9891 \times 10^{30} \text{ kg}$
Solradien:	$R_\odot = 6,960 \times 10^5 \text{ km}$
Avstanden til Sola (en astronomisk enhet):	$1 \text{ AU} = 1,4960 \times 10^8 \text{ km}$
Hubble-konstanten:	$H_0 = 70 \text{ (km/s)/Mpc}$
	$1 \text{ pc} = 1 \text{ parsec} = 3,26 \text{ lysår}$
	$1 \text{ lysår} = 9,46 \times 10^{15} \text{ m}$

Keplers tredje lov for masser m_1 og m_2 i en ellipsebane med store halvakse a og periode P :

$$P^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{G(m_1 + m_2)}.$$

Stefan–Boltzmanns lov (fluks F av svart stråling med temperatur T): $F = \sigma T^4$.

Relasjon mellom tilsynelatende størrelsesklasse (tilsynelatende magnitudo) m og absolutt størrelsesklasse (absolutt magnitudo) M for en stjerne i avstand d :

$$m - M = 5 \log_{10} \left(\frac{d}{10 \text{ parsec}} \right).$$

For to stjerner 1 og 2 gjelder følgende relasjoner:

$$m_2 - m_1 = 2,5 \log_{10} \left(\frac{b_1}{b_2} \right),$$

$$M_2 - M_1 = 2,5 \log_{10} \left(\frac{L_1}{L_2} \right).$$

Der b er tilsynelatende lysstyrke (engelsk: brightness) og L er luminositet (absolutt lysstyrke).