

Statistikk

Jo Eidsvik

Matematiske fag, NTNU

Diskrete fordelinger

Stokastisk variabel X med endelig eller tellbart utfallsrom S .

Punktsannsynlighet $f(x)$.

KRAV:

$$\sum_{x \in S} f(x) = 1, \quad f(x) \geq 0.$$

Her er $P(X = x) = f(x)$.

Kontinuerlige fordelinger

Stokastisk variabel X . Sannsynlighetstetthet $f(x)$.

KRAV:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1, \quad f(x) \geq 0.$$

Her er $P(a < X < b) = \int_a^b f(x) dx$.

Kumulativ fordeling

Diskret stokastisk variabel X . Punktsannsynlighet $f(x)$.

$$F(x) = \sum_{t \leq x} f(t),$$

Kontinuerlig stokastisk variabel X . Sannsynlighetstetthet $f(x)$.

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt,$$

Ulike fordelinger

Smart å visualisering fordelinger. Ved tegning eller ved bruk av ulike software (websider).
disttool

Eksempel: Veistrekning

En ny vei starter i by A ($x = 0$) og slutter i by B ($x = 1$). For trygg trafikk tenker man å sette opp skilt, og tenker i den sammenheng på hvor det er mer sannsynlig at ulykker kan skje. En foreslått sannsynlighetstetthet for sted X for en ulykke er:

$$f(x) = \begin{cases} c - cx, & x < 1/2 \\ cx, & 1/2 < x < 1 \end{cases}$$

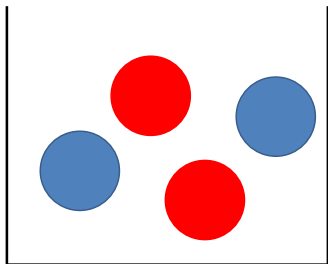
Hva er c ?

Eksempel: Veistrekning

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4}{3} - \frac{4}{3}x, & x < 1/2 \\ \frac{4}{3}x, & 1/2 < x < 1 \end{cases}$$

$$P(X < 0.25) = \int_0^{0.25} \left(\frac{4}{3} - \frac{4}{3}x\right) dx = 7/24 = 0.29$$

Eksempel: Trekning med/uten tilbakelegging



En urne har 2 røde og 2 blå baller.

Det er mange varianter av dette problemet.

Eksempel: Trekning med tilbakelegging

X er farge første kule, 1=rød, 0=blå.

Y er farge andre kule, 1=rød, 0=blå.

Hva er sannsynlighet for at $X = 1$ og $Y = 0$?

Eksempel: Trekning med tilbakelegging

Strategi med tilbakelegging

- ▶ Trekker en tilfeldig kule og legger den tilbake. $P(X = 1) = 1/2$.
- ▶ Trekker andre kule. $P(Y = 0|X = 1) = P(Y = 0) = 1/2$.

Sannsynligheten for rød og blå er konstante over flere trekninger.

Uavhengig av historie.

Eksempel: Trekning uten tilbakelegging

Strategi uten tilbakelegging

- ▶ Trekker en tilfeldig kule og legger den vekk. $P(X = 1) = 1/2$.
- ▶ Trekker andre kule. $P(Y = 0|X = 1) = 2/3$.

Sannsynligheten for rød og blå varierer over flere trekninger. **Avhengig av historie.**