Statistikk

Jo Eidsvik

Matematiske fag, NTNU

Hypotesetesting

H_0 : etablert hypotese.
H_1 : ny, annerledes hypotese.
Har vi evidens til å endre syn? Forlate det etablerte (H_0) og gå til det nye paradigmet (H_1)?

Ensidige og tosidige hypotesetester

Vi kan ha ensidige tester: $H_0 : \mu = \mu_0$, $H_1 : \mu > \mu_0$ eller $H_0 : \mu = \mu_0$, $H_1 : \mu < \mu_0$

Vi kan ha tosidige tester$H_0 : \mu = \mu_0$, $H_1 : \mu \neq \mu_0$. Her vil testen H_0 ikke forkastes dersom μ_0 er innen konfidensintervallet for μ.

Hypotesetesting for ett-utvalg

Data: $X_1, \dots, X_{n_1}$

- Normalfordelt, kjent varians : Normaltest: $Z = \frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$
- Normalfordelt, ukjent varians : T-test: $T = \frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$
- Binomisk fordeling: Eksakt test, Normalapproksimasjon, med eller uten halvkorreksjon. $Z = \frac{\hat{p}-p}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})}/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$
- Normalfordelt og test på varians σ: $\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \sim \chi_{n-1}$

Riktig og feil beslutning

1. Type I feil: H_0 forkastes, når H_0 er riktig.
2. Type II feil: H_0 aksepteres, når H_0 er gal.

$P(\text{Type I feil}) = P(\text{forkast} H_0 | H_0 \text{ er riktig}) = \alpha$.
α er signifikansnivå. Typisk $\alpha = 0.05, 0.01$ eller lignende. Avhengig av kostnad ved å skifte til H_1.

Type II feil og styrke

$P(\text{Type II feil}) = P(\text{ikke forkast} H_0 | H_1 \text{er riktig}) = \beta$.
Det motsatte av Type II feil kalles styrke:
$1 - \beta = 1 - P(\text{Type II feil}) = P(\text{forkaster} H_0 | H_1 \text{er riktig})$.
For en normal-fordeling-situasjon med $H_0 : \mu = \mu_0$, $H_1 : \mu > \mu_0$:

$$P(\text{forkaster} H_0 | H_1 \text{er riktig}) = P(\frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma^2 / \sqrt{n}} > z_\alpha | \mu > \mu_0).$$

Styrkeberegning

$$P(\text{forkaster} H_0 | H_1 \text{er riktig}) = P(\frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} > z_\alpha | \mu > \mu_0).$$

$$= P(\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} > z_\alpha - \frac{\mu - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} | \mu > \mu_0).$$

Styrken vil avhenge av hvor langt inn i den alternative hypotesen sannheten $\mu > \mu_0$ er.
Styrken vil avhenge av hvor mye data vi har - hvor stor n er.