Statistikk

Jo Eidsvik

Matematiske fag, NTNU

Transformasjoner av stokastiske variable

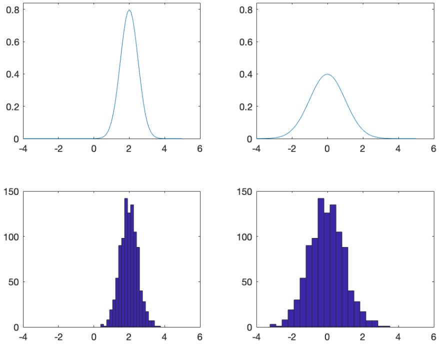
Stokastisk variabel X. Sannsynlighets**tetthet** $f_X(x)$.
$Y = g(X)$, og g er en 1-1 funksjon. Da er tettheten $f_Y(y)$ til Y gitt ved

$$f_Y(y) = f_X(g^{-1}(y))|\frac{dg^{-1}(y)}{dy}|$$

Eksempler

- Stokastisk variabel X normalfordelt med forventning μ og varians σ^2. Da er $Y = (X - \mu)/\sigma$ normalfordelt med forventning 0 og varians 1.
- Stokastisk variabel X uniformfordelt mellom 0 og 1. Da er tettheten til $Y = 1/X$ gitt ved $f_Y(y) = 1/y^2$ for $y > 0$.

Eksempel : normalfordeling skift og skalering



Momentgenererende funksjon

Stokastisk variabel X. Sannsynlighetstetthet eller punktsannsynlighet $f(x)$.
Da er momentgenererende funksjon til X gitt ved

$$M_X(t) = E(e^{tX}) = \int e^{tx} f(x) dx$$

(eller sum for diskret utfallsrom).

Hver $f(x)$ har en unik $M_X(t)$!

Eksempler

- Stokastisk variabel X normalfordelt med forventning 0 og varians σ^2. Da er $M_X(t) = e^{t^2\sigma^2/2}$
- Stokastisk variabel X Poissonfordelt med parameter λ. Da er $M_X(t) = e^{\lambda(e^t - 1)}$

Egenskaper

- Stokastisk variable X_1 og X_2 er uavhengige med $M_{X_1}(t)$ og $M_{X_2}(t)$. Sum $Y = X_1 + X_2$. Da er $M_Y(t) = M_{X_1}(t)M_{X_2}(t)$.
- Om X_1 og X_2 er uavhengige og identisk fordelt med $M_X(t)$. Sum $Y = X_1 + X_2$. Da er $M_Y(t) = [M_X(t)]^2$.
- Om X_1, X_2 ... X_n er uavhengige og identisk fordelt med $M_X(t)$. Sum $Y = X_1 + X_2 + \ldots + X_n$. Da er $M_Y(t) = [M_X(t)]^n$.
- Fra rekkeutvikling er moment-genererende funksjon $M_X(t) = 1 + tE(X) + t^2E(X^2)/2 + t^3E(X^3)/6 + \ldots$.