Statistikk

Jo Eidsvik

Matematiske fag, NTNU

Diskrete fordelinger

Stokastisk variabel X. Punktsannsynlighet $f(x)$.

$$\sum_{x \in S} f(x) = 1, \qquad f(x) \geq 0.$$

Geometrisk fordeling

Antakelser:

- uavhengige forsøk.
- konstant sannsynlighet for suksess p i alle forsøk.

X = antall forsøk til første suksess.

$$f(x) = (1-p)^{x-1}p, \quad x = 1, \ldots$$

Negativ binomisk er en utvidelse av denne: Antall forsøk til k-te suksess.

Poisson fordeling

$$f(x) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!}, \quad x = 0, 1, \ldots$$

$$E(X) = \lambda$$

,

$$Var(X) = \lambda$$

.

Eksempel: Krav til forsikringselskap

- Forsikringselskap må dokumentere at de har nok penger til å betale ut krav.
- Inn: Premie * antall kunder. Ut: sum av inkommende krav
- Antar samme beløp i hvert krav, så ser bare på antall krav.
- X = antall krav i tid t. Poissonfordelt med parameter λt, $\lambda = 10$, $t = 1$ for 1 år.

Hva er sannsynligheten for at det kommer flere enn 20 krav på 1 år?

Eksempel: Krav til forsikringselskap

$\lambda = 10$

$$P(X > 20) = 1 - P(X \leq 20) = 1 - F(20) = 1 - \sum_{x=0}^{20} e^{-10} \frac{10^x}{x!}$$

Table A.2 (continued) Poisson Probability Sums $\sum_{x=0}^{r} p(x;\mu)$

	μ					
r	**10.0**	**11.0**	**12.0**	**13.0**	**14.0**	**15.0**
0	0.0000	0.0000	0.0000			
1	0.0005	0.0002	0.0001	0.0000	0.0000	
2	0.0028	0.0012	0.0005	0.0002	0.0001	0.0000
3	0.0103	0.0049	0.0023	0.0011	0.0005	0.0002
4	0.0293	0.0151	0.0076	0.0037	0.0018	0.0009
5	0.0671	0.0375	0.0203	0.0107	0.0055	0.0028
6	0.1301	0.0786	0.0458	0.0259	0.0142	0.0076
7	0.2202	0.1432	0.0895	0.0540	0.0316	0.0180
8	0.3328	0.2320	0.1550	0.0998	0.0621	0.0374
9	0.4579	0.3405	0.2424	0.1658	0.1094	0.0699
10	0.5830	0.4599	0.3472	0.2517	0.1757	0.1185
11	0.6968	0.5793	0.4616	0.3532	0.2600	0.1848
12	0.7916	0.6887	0.5760	0.4631	0.3585	0.2676
13	0.8645	0.7813	0.6815	0.5730	0.4644	0.3632
14	0.9165	0.8540	0.7720	0.6751	0.5704	0.4657
15	0.9513	0.9074	0.8444	0.7636	0.6694	0.5681
16	0.9730	0.9441	0.8987	0.8355	0.7559	0.6641
17	0.9857	0.9678	0.9370	0.8905	0.8272	0.7489
18	0.9928	0.9823	0.9626	0.9302	0.8826	0.8195
19	0.9965	0.9907	0.9787	0.9573	0.9235	0.8752
20	0.9984	0.9953	0.9884	0.9750	0.9521	0.9170
21	0.9993	0.9977	0.9939	0.9859	0.9712	0.9469
22	0.9997	0.9990	0.9970	0.9924	0.9833	0.9673
23	0.9999	0.9995	0.9985	0.9960	0.9907	0.9805
24	1.0000	0.9998	0.9993	0.9980	0.9950	0.9888
25		0.9999	0.9997	0.9990	0.9974	0.9938
26		1.0000	0.9999	0.9995	0.9987	0.9967

Eksempel: Krav til forsikringselskap

$$P(X > 20) = 1 - P(X \leq 20) = 1 - F(20) = 1 - 0.9984 = 0.0016,$$

Dette er en liten sannsynlighet!

Slike beregninger brukes til å godkjenne forsikringsaktivitet, regne ut premier, etc.

Linker mellom diskrete fordelinger

- Hypergeometrisk: n trekninger liten mot antall muligheter N : Binomisk fordeling er god approksimasjon (trekning med eller uten tilbakelegging er nokså likt)
- Binomisk med n veldig stor, og p veldig liten : Poissonfordelingen $\lambda = np$ er god approksimasjon